الإحصاء الاستدلالي

مع تطور الحياة الإنسانية ظهر علم الاجتماع العام وبوجود هذا الكم الهائل من البيانات التي تخص مختلف تفاصيل الحياة الاجتماعية والاقتصادية، والتي تحتاج إلى تحليل وتفسير وعرض بأسلوب مناسب للاستفادة منها ، لذا يعطي الاحصاء بعض التفسيرات من البيانات التي يتم تحليلها إحصائيا وفق آليات محددة، والإحصاء الاستدلالي سمي بهذا الاسم لأنه يستعمل احصائيات العينة للتوصل الى استنتاجات حول المجتمع كاملا .

وعليه يمكن إبراز مبادئ الإحصاء الاستدلالي كما يأتي:

اختبار الأهمية: وهو من مبادئ الإحصاء الاستدلالي الذي يطلق عليه اسم اختبار الفرضيات، ووفقا لهذا المبدأ الإحصائي يتم تحليل البيانات التي يتم اختيارها من مجمل البيانات الإحصائية المتوفرة، ومن خلال دراسة الارتباطات واستنتاج العلاقات بين العينات الإحصائية يتم التوصل إلى خصائص العينات المختارة بناء على الفرضية الإحصائية التي يتم وضعها مسبقا.

فاصل الثقة: يحتوي كل مجتمع إحصائي على مجموعة من المعلمات الإحصائية التي تتخذ مجالا أو نمطا محددا، ومن خلال تطبيق هذا المبدأ يتم تحديد فيما إذا كانت البيانات الإحصائية الموجودة في عينة الدراسة ضمن هذا المجال أو النمط الإحصائي أو أنها تختلف عنه ولا تقع ضمنه.

تطبيقات الإحصاء الاستدلالي:

حيث يساعد تطبيق مبادئ الإحصاء الاستدلالي على إعطاء بعض التفسيرات للأحداث الجارية في الوقت الراهن، بالإضافة إلى إعطاء بعض التنبؤات المستقبلية بناء على بعض الاستنتاجات التي يتم التوصل إليها من الدراسات الإحصائية، فمثلا في قطاع المبيعات يتم دراسة بعض العينات الإحصائية للتنبؤ بمجمل المبيعات المتوقعة في الفترات اللاحقة، وإمكانية توسع رقعة وصول بعض السلع والخدمات إلى أسواق تجارية جديدة بناء على معدلات زيادة المبيعات، وفي القطاع الرياضي يتم استخدام مبادئ الإحصاء الاستدلالي في الدراسات الرياضية من خلال توقع مستوى الرواتب الخاصة باللاعبين، بالإضافة إلى التنبؤ بحظوظ الفرق المتنافسة في بعض المسابقات الرياضية، مما يساعد على أخذ القرار الصحيح باستقطاب بعض الموارد البشرية المؤهلة للنهوض بالقطاع الرياضي، وخلق أجواء تنافسية عالية المستوى في مختلف الألعاب الرياضية وهكذا....

الاختبارات الإحصائية:

الاختبارات الإحصائية لها دور فعال وهام في تحليل البيانات التي يتم جمعها لكي يتم عرضها بصورة دقيقة، وتهدف الاختبارات الإحصائية إلى الوصول للنتائج الصحيحة والتي لها أن تعمم النتائج على المستوي المجتمعي. لذا سنتناول: الاختبارات الإحصائية، النماذج

التي يلجأ إليها الباحث، أسس اختيار الاختبار الإحصائي، الأسئلة البحثية (الارتباط)، الاعتماد والتنبؤ، مصدر التباين واختيار الاختبارات الإحصائية.

الاختبارات الإحصائية:

إن الاختبارات الإحصائية التي يعتمد تحليلها الإحصائي على التوزيع الطبيعي في **البحث العلمي** يطلق عليها اسم الإحصاء البارامتري ويجب أن يتحقق في هذا الإحصاء كي يتم تحليله الجوانب التالية:

- الملاحظات المستقلة
- يتم سحب العينات من مجتمع الدراسة.
- يتوفر فيها المستوى المتصل من القياس.
- ترتبط الأخطاء العشوائية بملاحظات ومقاييس لها توزيع معروف (توزيع طبيعي في العادة).

- أما الاختبارات اللابارامترية فيطلق عليها مصطلح التوزيع الحر وهي تشير إلى استخدام الاختبارات الإحصائية التي لا تعمل افتراضات حول توزيع الأخطاء. وهذه الاختبارات اقل قوة من الاختبارات البارامترية البديلة لاستخدام الاختبارات اللابارامترية أو اللامعلمية، كما يطلق عليها يكون بتحويل البيانات إلى توزيع طبيعي أو قريبا منه.

النماذج التي يلجأ إليها الباحث

والطالب في العلوم الانسانية يلجأ إلى ثلاثة نماذج في دراسته وهي:

- النموذج البارامتري العام وهذا يعتمد على التوزيع الطبيعي.
- Binomial Model ويعتمد على توزيع binomial.
- التوزيع الحر للإجراءات ويعتمد على التوزيع اللابارامتري.

أسس اختيار الاختبار الإحصائي

إذا أراد الطالب أن يختار الاختبار الإحصائي المناسب فإن عليه مراعاة ما يلي:

- السؤال البحثي: إذ يتوجب على الباحث أن يسأل نفسه هل السؤال البحثي الرئيسي يهتم بالعلاقة، أو بالتنبؤ بين المقاييس، أو بالمقارنة بين المجموعات.
- تصميم البحث: كم مجموعة ستشملها الدراسة وهل يوجد علاقة بين هذه المجموعات؟ هل يوجد مجموعتان أو أكثر ترتبطان ببعضهما أو مستقلتان؟
- توزيع البيانات: هل التوزيع للمتغيرات الهامة منفصلا أو متصلا.

تنبيه هام:

من الملاحظ أن بعض الطلاب ينتهون من تحليل نتائج استبيانهم، دون معرفتهم ما ان كان بارامترى او لا بارامترى، رغم أن صحة نتائج الاستبانة تتوقف على تحديد نوع الاختبار المناسب مع طبيعة البحث. وقد يستخدم الطالب قوانين احصائية مصممة أصلا

للتعامل مع الاحصاء البارامترى، في حين أن طبيعة بحثه تستوجب استخدام الاحصاء اللابارامترى.علما أن تحديد نوع الاحصاء المناسب يتوقف على عنصرين هامين آخرين هما نوع العينة ،ونوع البيانات التي يستخدمها الباحث.

الاختبار البارامترى (المعلمي):

مصطلح إحصائي يعني القيمة الأصلية الخاصة بالمجتمع وهو في اللغة العربية معلمة، وجمعها معلمات من حيث أنها قيمة تصف المجتمع الأصلي الذي اشتقت منه العينة. وهو كذلك اسلوب إحصائي يستخدم في التحقق من صحة الفرضيات المتعلقة بمعالم المجتمع وتكون هذه البيانات من المستوى المقياس الفتري والنسبي. ويستخدم البارامتري في العينات الكبيرة.

الاختباراللابارمترى (الاختبار اللامعلمى):

هو اسلوب إحصائي يستخدم في التحقق من صحة الفرضيات المتعلقة بقيم مجتمعات بارامتراتها غير محددة أي لا يعتمد على معالم المجتمع. وهذه البيانات من المستوى الاسمي والرتبي ويصلح للعينات الصغيرة والصغيرة جدا.

الإحصاء اللابارامتري: اكثر شيوعا وأكثر استخداما في مجال العلوم السلوكية ،والإنسانية ،والاجتماعية ،وذلك لأنه يتناسب بدرجة كبيرة مع طبيعة الظواهر والمتغيرات التي تقع في مجال تلك العلوم.

الاختبار البارامترى: يتطلب شروطا خاصة وهى اعتدالية التوزيع ، والتجانس، والعشوائية ولهذا يفترض أن تكون عينة الدراسة مسحوبة طبقا للمنحنى الاعتدالي، في حين أن الاختبار اللابارامترى لا يتطلب اية افتراضات او معلومات حول خصائص التوزيع الاساسي للمجتمع.

الاختبار البارامترى: أكثر ملائمة لمعالجة البيانات من المستوى الفتري والنسبي (المتغيرات الكمية) لاعتماده الدرجات الخام والتي يتم تحليلها كما هي ، أما الاختبار اللابارامتري فهو أكثر ملائمة لمعالجة وتحليل البيانات من المستوى الإسمي والرتبي (المتغيرات النوعية).وتسمى الأساليب اللابارامترية أحيانا باختبارات الرتبة لأنها ترتكز على رتبة أو ترتيب الدرجات ،وليس على القيم العددية.

يستخدم الاختبار البارامترى مع العينات كبيرة الحجم في حين يستخدم الاختبار اللابارامترى – بصفة عامة - مع العينات صغيرة الحجم ،كما يستخدم بصفة خاصة في المواقف التجريبية التي يكون فيها حجم العينة (اقل من ثلاثين مبحوثا) ،ولهذا فإن عملية جمع البيانات من العينات في الإحصاء اللابارامتري اقل وقتا وتكلفة بسبب أن استخدامه لا يتطلب بالضرورة ان يكون حجم العينات كبيرا.

استخدام الاختبار البارامترى: يكون حتميا في الحالات التي تكون فيها الفرضية العدمية والبديلة تعبران عن أشياء وصفيه و ليست عن معلمه المجتمع المجهولة.

خمسة خطوات من أجل اختيار الاختبار الاحصائى:

هنالك خمسة خطوات رئيسة تسهل اختيار الاختبار الإحصائي المناسب للبحث وهي

كالتالي:

1. تحديد نوع الاختبار الإحصائي.
2. التمييز بين الاختبارات المعلمية وغير المعلمية.
3. الاختيار بين الاختبارات المعلمية واللا معلميه.
4. اختبار الفرضيات.
5. تحديد مستويات الدلالة الإحصائية.

1تحديد نوع الاختبار الإحصائي

الاختبارات الإحصائية يمكن تصنيفها حسب ما يلي:

•نوع العلاقات المراد اختبارها مثل (عقد المقارنات ، دراسة الاختلافات بين المتغيرات التابعة ، أو الارتباطات)

•نوع بيانات المتغيرات التابعة

•عدد المتغيرات المستقلة و عدد مستوياتها

من المهم تعريف وتحديد هذه العوامل بشكل واضح عند اختيار الاختبار الإحصائي.

2التمييز بين الاختبارات المعلمية و اللا معلمية

هناك نوعين من الاختبارات الإحصائية :معلمية ولا معلمية .ويمكن التمييز بينهما كالتالي:

الاختبارات المعلمية(Parametric Tests)

يكون الاختبار معلمي إذا حقق الفرضيات التالية:

- نفترض أن توزيع مجتمع الدراسة توزيع طبيعي.
- نفترض أن مجتمع البحث يحتوي على نفس الاختلافات الموجودة في العينة.

- نفترض أن نوع البيانات في مستوى مقياس الفترة على الأقل الاختبارات اللا معلمية:

يكون الاختبار لا معلمي إذا حققت الفرضيات التالية:

- نفترض أن توزيع مجتمع الدراسة توزيع حر.
- نفترض أن نوع البيانات في مستوى مقياس رتبي فقط.

3 الاختيار بين الاختبارات المعلمية و اللا معلمية

الاختبارات المعلمية أكثر قوة من الاختبارات اللامعلمية. بمعنى أن **الاختبارات المعلمية** لديها القدرة على تحديد جميع دلالات الاختلافات المهمة وذلك لأنها تعتمد على استخدام جميع المعلومات في البيانات المجموعة. على عكس الاختبارات اللامعلمية والتي تعتمد فقط على ترتيب الرتب للبيانات.

4اختبار الفرضيات :

عند تطبيق اختبار الفرضيات في الدراسة ، لابد من تطبيق الخطوات التالية:

1. تحديد فرض العدم.
2. تحديد الفرض التجريبي.
3. اختيار مستوى الدلالة المناسب
4. القرار الاحصائي

أساليب بارمترية

ويطلق عليها الطرق المعلمية والتي تتطلب استيفاء افتراضات حول المجتمع الذي سحبت منه العينة، وتوزيع المجتمع اعتدالي

أساليب لا بارمترية

يطلق عليها الطرق اللامعلمية،وتستخدم في الحالات التي لا يكون المجتمع الذي سحبت منه العينة معروفا، وعدم استيفاء شرط التوزيع الاعتدالي للمجتمع

مالفرق بين الأساليب البارمترية واللابارمترية؟

الأساليب البارمترية	الأساليب اللابارمترية
تصلح للعينات الكبيرة	تصلح للعينات الصغيرة والكبيرة احيانا
يشترط توفر معلومات عن توزيع المجتمع	لا يشترط توفر معلومات عن توزيع المجتمع
يستخدم في التوزيعات الاعتدالية(المقيدة)	يستخدم في التوزيعات الحرة (الغيرمقيدة)
تناسب البيانات الفئوية والنسبية	تناسب البيانات الأسمية والرتبية الفئوية والنسبية
أقل قوة	أكثر قوة
يستغرق وقتا وجهدا	أسرع وأسهل استخداما
يشترط طريقة لاختيار العينة	لا يشترط طريقة لاختيار العينة

ماهي الطريقة الاحصائية المناسبة؟

للإجابة على هذا التساؤل لابد أن نضع في الاعتبار عدة نقاط أساسية:

1-هدف البحث: دراسة علاقة(ارتباط)، دراسة فروق(اختلافات)

2-العينات: عينة واحدة، عينتان، ثلاث عينات أو أكثر

3-نوع البيانات: اسمية - رتبية – فئوية – نسبية

4-فروض البحث: التحقق من نوع الفرض (صفري أو بديل)

صياغة الفرضيات:

الفرضية الصفرية H_0 : وتشير الى عدم وجود فروق من متوسطات مجموعتين او عدم وجود ارتباط بين مجموعتين.

الفرضية البديلة H_1 : إجابة وحل للفرضية الصفرية H_0 حيث يتوقع الباحث وجود فروق بين مجموعتين في حالة الاختبار بمخرجين و لصالح مجموعة معينة من في حالة الاختبار بمخرج واحد.

دلالة الاختبار:

هي دلالة إحصائية تساعد الباحث على الخروج بنتائج واتخاذ قرار بقبولH_0 و رفض H_1 و رفض H_0 و قبولH_1 بمستوى خطا مقبول هو عادة 5 أخطاء في المائة 0.05 او خطا في المائة 0.01 او خطا في الالف 0.001 و هو المستوى الأكثر دقة في القياس.

القرار الاحصائي:

يقسم مجال متغير دلالة الاختبار الى مجالين (منطقتين) تسمى احداهما بمنطقة الرفض والمنطقة الثانية منطقة القبول. وبناء على ذلك يكون القرار الاحصائي برفض

الفرض الصفري إذا وقعت قيمة دلالة الاختبار في منطقة الرفض ويكون عدم رفض الفرض الصفري إذا وقعت في منطقة القبول.

- أنواع الأخطاء: الخطأ من النوع α

الخطأ من النوع β

أي قرار احصائي يمكن ينتج عنه نوعان من الخطأ:

	قبول H_0 +	رفض H_0 -
H_0 صحيح	قرار صحيح	خطأ α
H_0 خاطئ	خطأ β	قرار صحيح

اختبار المتوسطات:

السؤال الذي يطرح هو: هل الفروق الملاحظة بين متوسطات مجموعتين او أكثر فروق دالة احصائيا ام لا؟ بمعنى هل ترجع هذه الفروق الى أسباب موضوعية ام ترجع الى الصدفة؟

لاختبار الفروق بين متوسطات مجموعتين فاننا نضع الفرضيات التالية:

1/ الفرضية الصفرية H_0 :

لا يوجد فرق بين متوسطات المجموعتين او متوسط مجموعة ومتوسط المجتمع الذي اخذت منه : $H_0 = \mu_1 = \mu_2$

2/ الفرضية البديلة H_1 :

كل فرضية صفرية تقابلها فرضية بديلة واحدة والفرضيات البديلة الممكنة ثلاث:

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ (فرضية بديلة بمخرجين او حدين)

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$ (فرضية بديلة بمخرج واحد لصالح المجموعة الاولى)

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$ (فرضية بديلة بمخرج واحد لصالح المجموعة الثانية)

5/ تحديد القيمة الحرجة:

في اختبار الفرضيات الإحصائية لابد من تحديد معيار نقبل او نرفض على أساسه الفرضية الصفرية ويتحدد ذلك بمعرفة ما إذا كانت القيمة الحرجة تقع في منطقة القبول (مجال الثقة) او في منطقة الرفض.

مــــلاحـظـة:

في اختبار المتوسطات نستخدم التوزيع المعياري الطبيعي وتحديد_القيمة الحرجة على أساس درجة الحرية وعدد مخارج الاختبار و مستوى الثقة α. ويتم تقسيم مجال الثقة الى منطقتين:

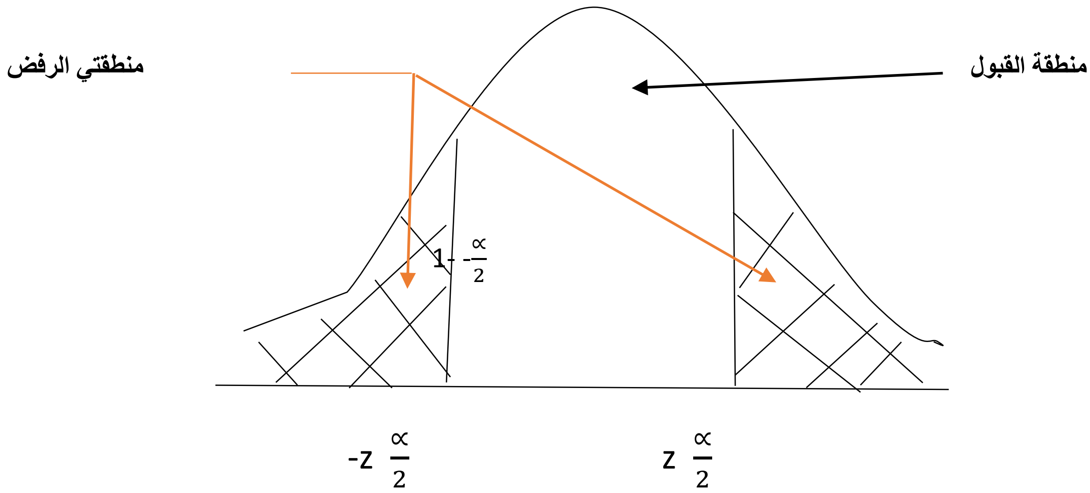
1/ منطقة القبول: حيث يتم قبول الفرض الصفري و يكون احتمال حدوث قيم الاحصاءة $(1-\alpha)$ كبير 95% (1-0.05) **أو** 99% (1-0.01).

2/ منطقة الرفض: حيث يتم رفض فرض العدم و قبول الفرض البديل و يكون احتمال حدوث قيم الإحصائية (α) صغير و الاشكال التالية يمكن من خلالها توضيح مناطق

الرفض و القبول و ذلك حسب نوع الفرض البديل وسوف نوضح ذلك باستخدام المتوسط μ متوسط المجتمع كالتالي: <u>أ/ الاختبار ذو حدين</u>:

$H_0 : \mu_1=\mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$



<u>الخطوة الأولى</u>: الحصول على القيم الحرجة بحساب $1-\frac{\propto}{2}$ في هذه الحالة نرفض الفرض الصفري اذا كانت دلالة الاختبار اكبر من القيمة الحرجة أي $Z > Z^0$ حيث القيمة الحرجة في حالة الاختبار بمخرجين تحسب بالمعادلة : $Z^0 = 1- \frac{\propto}{2} - 0.05$

$$Z = \frac{xi-\mu}{sx}$$

حيث:

Z^0 : القيمة الحرجة في جدول Z .

Z : الدرجة المعيارية (القيمة المطلقة) تحت التوزيع الطبيعي.

X : الدرجة الخام التي يراد تحويلها.

μ : المتوسط الحسابي للمجتمع.

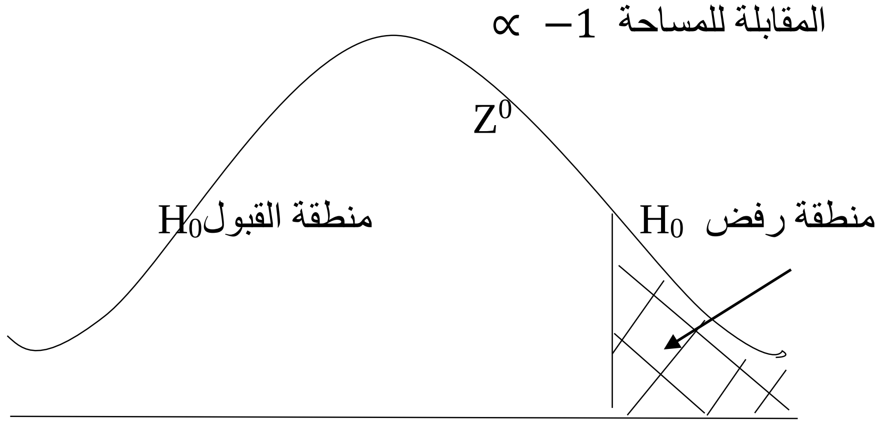
$\frac{S}{\sqrt{n}}$: SX

<u>الاختبار ذو حد واحد (مخرج واحد):</u>

<u>1/ في حالة الفرضية البديلة ذات الحد الأعلى:</u>

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{array}\right\}$$ منطقة واحدة الى يمين المنحنى

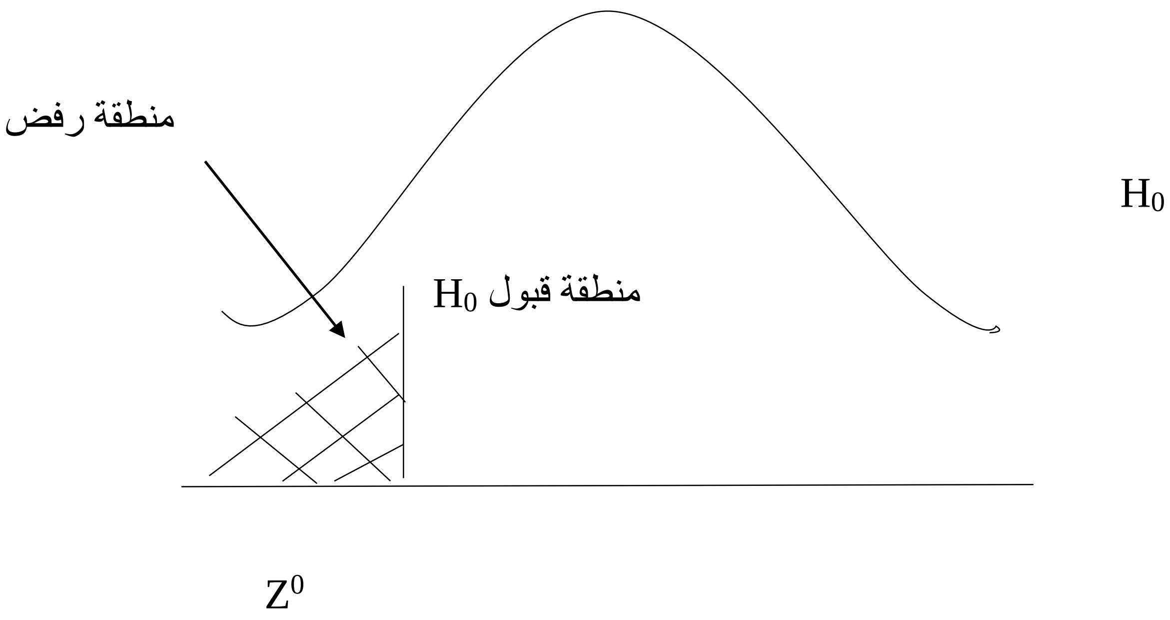
- نرفض H_0 إذا كان $Z > Z^0$ حيث تحدد القيمة الحرجة بتحديد القيمة Z^0 المقابلة للمساحة $1- \propto$



<u>2/ في حالة الفرضية البديلة ذات الحد الأدنى:</u>

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{array}\right\}$$ منطقة واحدة لرفض الى يسار المنحنى

نرفض H_0 إذا كان $Z < Z^0$ حيث تحدد القيمة الحرجة وهي نفس المساحة للفرضية ذات الحد الأعلى ولكن بإشارة سالبة $Z^0 = -(1-\propto)$



معاملات الارتباط

تعريف الارتباط:

الارتباط هو علاقة بين متغيرين Y،X ،أو أكثر ،ويقاس الارتباط بمعامل الارتباط "r" حيث: $1 \geq r \geq -1$

أنواع الارتباط:

طردى: موجب أي من الصر الى +1

عكسي: سالب أي من الصفر الى -1

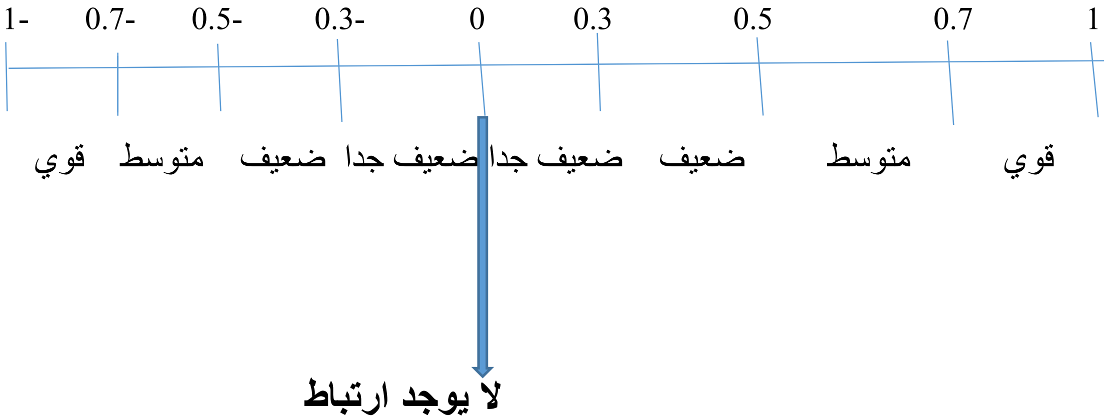
ملاحظات

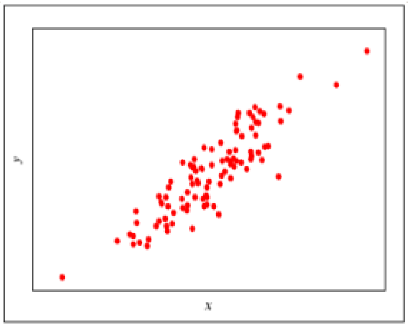
1- إذا كان r = صفر لا ارتباط

2- إذا كان r = 1 ارتباط طردي تام

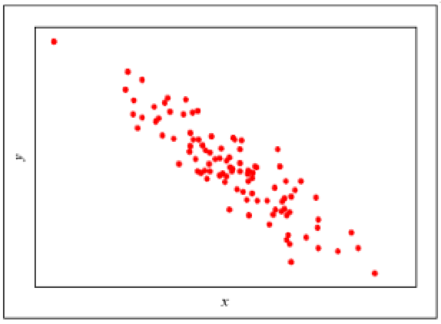
3- إذا كان r =-1 ارتباط عكسي تام

تتراوح قيمة معامل الارتباط بين 1 و -1 مرورا بالصفر

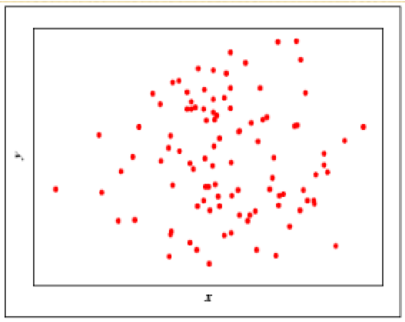




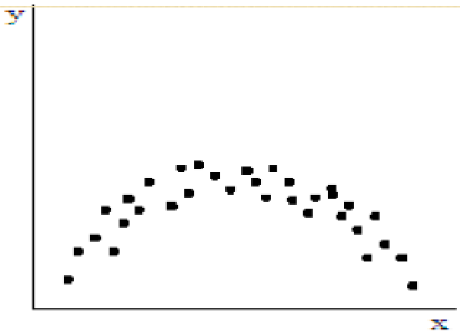
شكل الانتشار الخاص بالارتباط الموجب (الطردي)



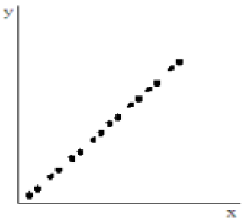
شكل الانتشار الخاص بالارتباط السالب (العكسي)



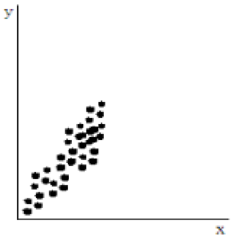
شكل الانتشار الخاص باستقلال متغيرين (ظاهرتين)



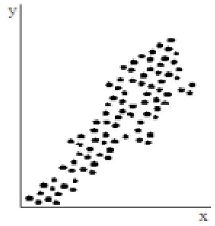
شكل الانتشار الخاص بالعلاقه الغير خطيه بين متغيرين (ظاهرتين)



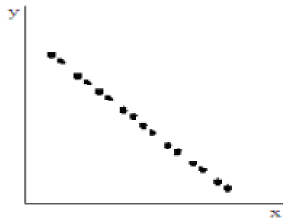
ارتباط طردي تام



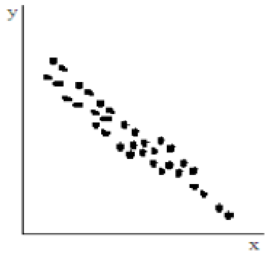
ارتباط طردي قوي



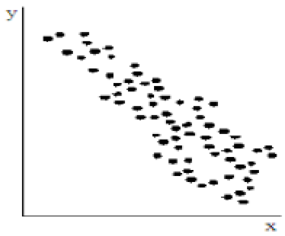
ارتباط طردي



ارتباط عكسي تام



ارتباط عكسي قوي



ارتباط عكسي

معامل الارتباط البسيط بيرسون Pearson يرمز له R_p :

- يستخدم في البيانات الكمية.
- هو معامل يوجد ضمن مستوى المسافات المتساوية و النسبية
- هو اختبار بارامتري(معلمي) يعطى وفق المعادلة التالية:

$$R_p = \frac{n\sum(x.y)-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n(\sum x^2)-(\sum x)^2\ ][n(\sum y^2)-(\sum y)^2]}}$$

حيث:

معامل الارتباط: R_p

حجم العينـــــة: n

متغيـــــــران: $x.y$

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$: مجموع حاصل ضرب x في y

$\sum x$: مجموع قيم المتغير x

$\sum y$: مجموع قيم المتغير y

$\sum x^2$: مجموع مربعات قيم المتغير x

$\sum y^2$: مجموع مربعات قيم المتغير y

مثال:

سُجلت ست قراءات تقريبية لحجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام بالمملكة العربية السعودية (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يلي:

حجم الصادرات (y)	2	2	2	1	1	1
حجم الإنتاج (x)	3	4	2	2	2	2

ادرس وجود علاقة ارتباط خطية بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام.

- الحل :

	x	y	xy	x^2	y^2
	3	2	6	9	4
	4	2	8	16	4
	2	2	4	4	4
	2	1	2	4	1
	2	1	2	4	1
	2	1	2	4	1
$\sum$	15 $=\sum x$	9 $=\sum y$	24 $=\sum xy$	41 $=\sum x^2$	15 $=\sum y^2$

$$r_p = \frac{6(24)-(15)(9)}{\sqrt{((6\times 41)-15^2)((6\times 15)-9^2)}} = \frac{144-135}{\sqrt{(246-225)(90-81)}} = \frac{9}{\sqrt{189}} = \frac{9}{13.75} = 0.65$$

<u>خطوات اختبار الفرضيات الارتباطية:</u>

1/ صياغة الفرض الصفري مقابل الفرض البديل.

2/ معرفة نوعية البيانات (كمية. كيفية)

3/ تحديد نوع الاختبار (بيرسون، سبيرمان).

4/ رسم لوحة الانتشار بناءا على البيانات المعطاة.

5/ حساب معامل الارتباط (بيرسون، سبيرمان) بناءا على علاقة الارتباط.

6/ حساب درجة الحرية **df:**

- اختبار بيرسون $df = n-2$
- اختبار سبيرمان $df = n-1$

7/ تحديد مستوى الدلالة.

8/ تحديد قيمة معامل الارتباط (R) مع الجدولية (R_t) و فق جدول الارتباط المختار و هذا بتحديد نقطة تقاطع df مع ∝

9/ اتخاذ القرار بقبول او رفض H_0 :

- إذا كانت $R_c > R_t$ نرفض الفرض الصفري التي تقول بعدم وجود ارتباط.
- إذا كانت $R_c < R_t$ نقبل الفرض الصفري التي قول بوجود ارتباط.

معامل الارتباط سبيرمان Spearman الرتبي:

أحيانا تكون بيانات الظاهرتين او احداهما بيانات غير كمية لكنها ذات طبيعة ترتيبية مثل تقديرات الطلاب في اختبار معين (A.B.C…) او تكون البيانات كمية لا تتوفر فيها بعض الخصائص المطلوبة فنلجأ حينئذ لاستبدال قيم البيانات بتراتيبها ونستخدم ما يسمى بمعامل ارتباط الرتب سبيرمان **Spearman** حيث يرمز له R_S ويكون حسابه من خلال الخطوات التالية:

خطوات الحل: 1−نرتب كل من أزواج القيم بنفس الترتيب (تنازلياً معاً أو تصاعدياً معاً) مع ملاحظة أنه إذا اشترك اثنان أو أكثر في رتبة تعطى لكلٍّ منهما المتوسط الحسابي لهذه الرتب.

2/ نحسب فروق الرتب ومجموع مربعاتها فيكون معامل ارتباط الرتب:

$$R_S = 1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث: R_s : معامل ارتباط الرتب

d^2 : مربع الفروق بين رتب نفس الفرد على المتغيرين X.Y

n : عدد افراد العينة

1 و 6 : ثابتان لا يتغيران

ملاحظة:

- تعطى الرتبة 1 الى أضعف قيمة.

- إذا وجدت مفردتان او أكثر لهما نفس القيمة فإننا رتبتهم تكون متوسط الرتب التي سيأخذونها لو لم تكن لهم نفس القيمة.
- لمعامل سبيرمان نفس الخواص السابقة لمعامل بيرسون.
- درجة الحرية: $df = n-1$

مثال:

البيانات التالية توضح تقدير عينة من 08 رياضيين في ما يخص رتبة الرياضي و تقدير الذات:

x	y	رتبة x	رتبةy	d	d^2
A	80	7.5	5.5	2	4
F	90	1	7.5	-6.5	42.25
B	60	5	2	3	9
B	60	5	2	3	9
C	80	2.5	5.5	-3	9
C	70	2.5	4	1.5	2.25
A	90	7.5	7.5	0	0
B	60	5	2	3	9
8				0	84.5

$$R_S = 1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1-\frac{6.84.5}{8(8^2-1)} = -\ \ 0.006$$

ومنه الارتباط عكسي ضعيف جدا

تحويل البيانات الكمية الى رتب: سبق وذكرنا ان من شروط استخدام معامل ارتباط سبيرمان ان لا توجد تكرارات كثيرة في الرتب. من هذه الملاحظة تعترضنا حالتين:

<u>1/ ان لا توجد تكرارات في الرتب</u>: في تحويل البيانات الكمية الى رتب تعطى الرتبة 01 الى أضعف القيم الكمية ونتصاعد في ترتيب القيم الكمية حتى نصل الى اعلى درجة كمية في الترتيب.

البيانات الكمية للمتغير x : 19—10—8—12—14 —16

ترتيب قيم المتغير x : **6 —2 — 1—3— 4— 5**

<u>2/ حالة البيانات المتكررة:</u> في حالة تكرار مجموعة من القيم فإننا نحسب المتوسط الحسابي لرتب هذه القيم

البيانات الكمية x : 4—8—8—8—12—12—19—20

رتـــب x : 1—3—3—3—5.5—5.5—7—8

$\frac{2+3+4}{3}=3$ $\frac{5+6}{2}=5.5$

معاملات الارتباط حسب نوع المتغير

	كمي	اسمي	رتبي
كمي	(معامل بيرسون)	(معامل الارتباط التسليلي، معامل ايتا، معامل ايبسلون).	(معامل الارتباط المتسليل المتعدد).
اسمي		معامل كرايمر ، معامل فاي، معامل التوافق، معامل لامدا)	**معامل فيتا، معامل الثنائي للرتب)**
رتبي			معامل سبيرمان، معامل جاما، معامل كندال).

اختبار " T " لدراسة الفروق بين المتوسطات

اختبار "t" من أكثر اختبارات الدلالة شيوعا في الأبحاث النفسية والاجتماعية والتربوية، وترجع نشأته الأولى إلى أبحاث العالم "غوست" الذي غير اسمه الى "ستودنت" لأسباب تتعلق بالعمل وسمى الاختبار "t" كأخر الحروف في كلمة "ستودنت" ومن أهم المجالات التي يستخدم فيها هذا الاختبار الكشف عن الفروق مثلا بين تحصيل الذكور والإناث في مادة دراسية ما وذلك عن طريق حساب دلالة فرق متوسط تحصيل الذكور عن متوسط تحصيل الإناث.

شروط استخدام اختبار (t) :

لابد على الطالب قبل استخدامه لاختبار (t) أن يدرس خصائص عينة بحثه من حيث:

أ) حجم كل عينة: إن الأصل في هذا الاختبار أنه من مقياس دلالة العينات الكبيرة، ولكن هذا لا يحول دون استخدامه مع العينات الصغيرة، واستخدامه للعينات الصغيرة جداً (التي يقل عدد أفرادها عن 30فرداً) أمر مشكوك فيه إذ يميل فيها التوزيع إلى أن يكون مدبباً، أما العينات الكبيرة فهي التي يزيد عدد أفرادها عن 30فرداً وفيها يميل التوزيع إلى أن يكون اعتداليا طبيعياً، في حين أن العينات الصغيرة جداً يستخدم معها أحد الاختبارات اللابارامترية للدلالة.

ب) الفرق بين حجم العينتين: يُفضل أن يكون حجم عينتي الدراسة متقارباً، فلا يكون مثلاً حجم أحد العينتين 600 فرد والأخرى 70فرد، لأن درجات الحرية (وهي المدخل المباشر للكشف عن مستوى الدلالة) تعتمد على عدد أفراد كل عينة، كما أن لحجم العينة تأثيراً على المؤشرات الإحصائية المستخدمة في حساب اختبار (t) وهي المتوسط والتباين.

جـ) التباين بين العينتين: يجب ألا يكون هناك فرق بين تباين العينتين المراد حساب الفرق بينهما ويقاس هذا الفرق عن طريق قسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر، أي بالنسبة الفائية وهي:

$$\text{النسبة الفائية } (f) = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

وهذه النسبة تحقق الفرض الصفري للتكافؤ بين العينتين عندما تصبح قيمة (f) مساوية للواحد الصحيح عندما يكون التباين الأكبر مساو للتباين الأصغر، ويقاس مدى تباعد قيمة (f) عن الفرض الصفري بالكشف عن دلالة (f) بمقارنتها بالقيم الجدولية لـ(f) بعد حساب درجتي الحرية (n_1 - 1) و(n_2 - 1) ومستوى الدلالة .

د) اعتدالية التوزيع التكراري لكل من عينتي البحث: والمقصود بالاعتدالية هي مدى تحرر التوزيع التكراري من الالتواء، والالتواء قد يكون سالباً أو موجباً في حين أن التوزيع الاعتدالي لا التواء فيه، ويمتد معامل الالتواء من +3 إلى -3 وكلما اقترب معامل الالتواء من الصفر كان التوزيع اعتداليا، ففي التوزيع الاعتدالي يكون المتوسط الحسابي = الوسيط

احتمالات حساب اختبار (t) :

إن اختبار (ت) يستخدم لقياس دلالة فروق المتوسطات غير المرتبطة والمرتبطة للعينات المتساوية وغير المتساوية وعلى النحو التالي :

دلالة الفروق لمتوسطين غير مرتبطين (مستقلين) والعينتين متساويتين:

لا يرتبط المتوسطان عندما يجري اختبارا على مجموعتين مستقلتين ومتساويتين من الأفراد كما في إجراء اختبار قبلي على عينتين من الأفراد احدهما تجريبية والأخرى ضابطة، وفي هذه الحالة ($n_1 = n_2$) والمعادلة التي تستخدم في حساب (t) هي :

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + s_2^2}{n}}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

حيث:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$: نطرح اصغر متوسط من اكبر متوسط

S_1: تباين المجموعة الأولى

S_2 : تباين المجموعة الثانية

N : حجم عينة واحدة فقط

مثال /

قام باحث بإجراء اختبار السحب على مجموعتين من الطلاب عدد كل منها (10) طلاب وحصلوا على الدرجات التالية :

مجموعة الأولى (7،6 ,5 ,4 ,8 , ,9 ,5 , 4 , 7 , 7)

مجموعة الثانية (5, 7 , 6, 4 , 8 , 9 ,8 , 9, 7 ,8)

المطلوب: هل هناك فروق بين نتائج المجموعتين في الاختبار؟

الحل /

*نجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجموعة الأولى ($\bar{x}_1$= 6.2 S_1=1.69).

* نجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجموعة الثانية ($\bar{x}_2$ = 7.1 S_2= 1.67).

*نطبق معادلة (t) في حال العينات المتساوية والأوساط غير المرتبطة وهي :

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + s_2^2}{n}}} = 1{,}139$$

1,139قيمة (t) المحسوبة.

حساب درجة الحرية وهي في حالة العينات غير المترابطة (المستقلة) هي:

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

n_1= عدد أفراد المجموعة الأولى.

n_2= عدد أفراد المجموعة الثانية.

$df = n_1 + n_2 - 2$ = 10+10 -2= 20- 2=18

*اختيار مستوى الدلالة ودائما نستعمل أما (0,01) أو (0,05) وهنا سنختار (0,05) كمستوى دلالة للكشف عن قيمة (t) الجدولية .

*الكشف عن قيمة (t) الجدولية عند درجة حرية (18) ومستوى دلالة (0,05) وتساوي (2,10) وهي أكبر من قيمة (t) المحسوبة البالغة (1,139) ,ولما كانت القيمة المحسوبة اقل من القيمة الجدولية , إذا لا توجد فروق معنوية في اختبار السحب بين المجموعتين ، أي بمعنى إن الفرق عشوائي (غير معنوي) بين المجموعتين .

اتخاذ القرار: وجدنا ان $T_t > T_c$

ومنه نقبل الفرض الصفري: $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

ونرفض الفرض البديل: $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

مثال /

أجريت دراسة مقارنة لصفة القوة العضلية بين طلاب الريف والمدينة في كلية التربية الرياضية إذ بلغ عدد كل منهم (15) طالبا وكانت نتائج طلاب الريف في رمي الكرة الطبية على النحو الأتي (7,10 , 6,60 , 7,90 , 8,40 , 9,30 , 6,40 , 5,50 , 7,- , 7,60 , 7,40 , 7,50 , 8 , 7,80 , 9,10, 8,20)

أما نتائج طلبة المدينة فقد كانت (8,40 , 9,50 , 9,60 , 9,40 , 9,10 , 8,50 , 8,30 , 7,90 , 9,- 8,90 , 8,- , 8,30 , 8,10 , 8,80 , 8,60)

المطلوب هل هناك فروق معنوية بين طلاب المدينة والريف في هذا الاختبار:

الحل /

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + s_2^2}{n}}} = 3.97$$

*حساب درجة الحرية وهي في حالة العينات غير المترابطة (المستقلة) هي:

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 15+15 - 2 = 30 - 2 = 28$$

*اختيار مستوى الدلالة وهنا سنختار (0,01) كمستوى دلالة للكشف عن قيمة (t) الجدولية

*الكشف عن قيمة (t) الجدولية عند درجة حرية (28) ومستوى دلالة (0,01) وتساوي (2,76) وهي أصغر من قيمة (t) المحسوبة البالغة (3,97) ,ولما كانت القيمة المحسوبة

أكبر من القيمة الجدولية , إذا توجد فروق معنوية بين طلاب الريف وطلاب المدينة في اختبار رمي الكرة الطبية ولصالح طلبة المدينة كون وسطهم الحسابي أكبر .

اتخاذ القرار: وجدنا ان $T_t < T_c$

ومنه نرفض الفرض الصفري: $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

ونقبل الفرض البديل: $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

اختبار T لغينيتين غير متساويتين(مستقلتين)

يطبق اختبار (t) عندما يجري اختبارا على مجموعتين مستقلتين من الأفراد ولكن غير متساويتين في العدد كما في حالة إجراء اختبار قبلي على عينتين من الأفراد احدهما تجريبية والأخرى ضابطة, وفي هذه الحالة ($n_1 \neq n_2$) والمعادلة التي تستخدم في حساب (t) هي :

في حالة عدم تساوي وحدات العينيتين نحسب T بالمعادلة التالية:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1).s_1^2+(n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_1}\right)}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

مثال /

أجرى باحث اختبار لقياس سـمة القلق على مجموعتين أحداهما من اللاعبين والبالغ عددهم (40) لاعبا والمجموعة الثانية من اللاعبات والبالغ عددهن (28) لاعبة وكانت نتائج الاختبار على الشـكل الأتـي :

المؤشرات الإحصائية	اللاعبون	اللاعبات
الوسط الحسابي	36,82	33,71
الانحراف المعياري	4,63	4,94
العينة	40	28

المطلوب هل هناك فرق بين اللاعبين واللاعبات في اختبار القلق:

الحل /

$$t = \frac{33{,}71 - 36{,}82}{\sqrt{\dfrac{28\times^{2}(4{,}94) + 40\times^{2}(4{,}63)}{2 - 28+40}\left(\dfrac{1}{28} + \dfrac{1}{40}\right)}} = 2{,}64$$ القيمة المحسوبة.

*حساب درجة الحرية وهي في حالة العينات غير المترابطة (المستقلة) هي:

درجة الحرية = 40+28 -2= 68-2=66

*اختيار مستوى الدلالة وهنا سنختار (0,05) كمستوى دلالة للكشف عن قيمة (t) الجدولية.

*الكشف عن قيمة (t) الجدولية عند درجة حرية (66) ومستوى دلالة (0,05) وتساوي (1,99) وهي أصغر من قيمة (t) المحسوبة البالغة (2,64) ,ولما كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية , إذا توجد فروق معنوية بين اللاعبون واللاعبات في سمة القلق ولصالح اللاعبون كون وسطهم الحسابي أكبر, وفي التفسير العلمي يعني أن اللاعبات أفضل من اللاعبين لان زيادة الوسط الحسابي تعبر عن قلق عالي لدى اللاعبين وهو حالة سلبية .

تطبيق:

خلال قيامك بدراسة لظاهرة قلق قبل المنافسة قمت بتطبيق مقياس كحالة على عينيتين من الذكور والاناث في رياضة كرة اليد فوجدت النتائج التالية:

الذكور	الاناث
n = 101	n = 81
$\bar{x}_1 = 55.02$	$\bar{x}_2 = 53.20$
$s_1^2 = 16.33$	$s_2^2 = 14.67$

- بناءا على هذه المعطيات هل هناك فروق دالة احصائيا بين عينة الذكور وعينة الاناث على مقياس القلق؟

أجب وفق الخطوات الملائمة عند مستوى دلالة 0.01

الحل:

1/ **تحديد المشكل:** هل توجد فروق دالة احصائيا بين الذكور والاناث على مقياس القلق عند مستوى دلالة 0.01؟

2/ **صياغة الفرضيات:**

$H_0: \quad \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

$H_1: \quad \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

3/ **تحديد نوع الاختبار:** هو اختبار T لعينيتين غير متساويتين عشوائيتين.

4/ **حساب T** :

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1).s_1^2+(n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_1}\right)}}$$

$$T = \frac{55.02 - 53.20}{\sqrt{\frac{(101-1).16.33+(81-1).14.67}{101+81-2}\left(\frac{1}{81}+\frac{1}{101}\right)}}$$

$T = 0.31$

5/ **حساب df**: $df = n_1+n_2 - 2 = 101 + 81 - 2 = 180$

6/ **تحديد قيمة T الجدولية**: بناءًا على $\propto$ و df $T_t = 2.575$

7/ **اتخاذ القرار**: وجدنا ان $T_t > T_c$

ومنه نقبل الفرض الصفري: $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

ونرفض الفرض البديل: $H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

وبالتالي نقول انه لا توجد فروق دالة احصائيا بين الذكور والاناث على مقياس القلق عند مستوى دلالة 0.01.

اختبار T لعينيتين مرتبطتين او لعينة واحدة

توجد حالتين يمكن ان تكون فيهما عينيتين متشابهتين او مرتبطتين (غير مستقلتين)

الحالة الأولى:

وهي عندما نلاحظ فيها افراد نفس العينة تحت حالتين مختلفتين وفي هذه الحالة يتم اخضاع العينة الى موقفين تجريبيين مختلفين لملاحظة تأثير الحالتين على نتائج افراد العينة.

مثال: عينة تلاميذ ← الفصل الأول: درست بالمقاربة بالكفاءات

← الفصل الثاني: درست بالمقاربة بالأهداف

الحالة الثانية:

عند القيام باختبار قبلي واختبار بعدي على نفس العينة

اختبار قبلي ← تجربـــة ← اختبار بعدي

وفي هاتين الحالتين نستعمل المعادلة التالية

$$T = \frac{\bar{D}}{S\bar{D}}$$

حيث ان $\bar{D}$ متوسط الفروق ويحسب كما يلي:

اولا

$$\overline{D} = \frac{\sum D}{n}$$

ثم نحسب الانحراف المعياري لتوزيع الفروق كما يلي: **ثانيا**

$$SD = \sqrt{\frac{(\sum n.D^2) - \sum (D)^2}{n(n-1)}}$$

ثالثا:

$$S\overline{D} = \frac{SD}{\sqrt{n}}$$

$$df = n-1$$

تطبيق:

اثناء قيامك بدراسة حالة القلق خلال المنافسة على عينة من 08 رياضيين و استعملت القياس القبلي و القياس البعدي فتحصلت على النتائج التالية: (مستوى الدلالة 0.01)

n	قبلي	بعدي	D	D^2
1	8	12	-4	16
2	17	31	-14	196
3	12	17	-5	25
4	19	17	2	4
5	5	8	-3	9
6	6	14	-8	64
7	20	25	-5	25
8	3	4	-1	1
$\sum$			-38	340

1/ **تحديد المشكل:** هل هناك فروق دالة احصائيا بين تأثير القياسين القبلي والبعدي عند مستوى دلالة 0.01؟

2/ **صياغة الفرضيات:** لا توجد فروق

$H_0: \quad \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

$H_1: \quad \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

3/ **تحديد نوع الاختبار**: هو اختبار T لعينة واحدة.

4/ **حساب T** :

$$\overline{D} = \frac{-38}{8} = \mathbf{-4.75}$$

$$SD = \sqrt{\frac{(\sum n.D^2)-\sum(D)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(8.340)-(-38)^2}{8(8-1)}} = \mathbf{4.77}$$

$$S\overline{D} = \frac{SD}{\sqrt{n}} = \frac{4.77}{\sqrt{8}} = \mathbf{1.96}$$

$$T = \frac{\overline{D}}{S\overline{D}} = \frac{-4.75}{1.96} = \mathbf{-2.81}$$

5/ **حساب df**: $df = n-1 = 8-1 = 7$

6/ **تحديد قيمة T الجدولية**: بناءًا على $\propto$ و df $T_t = 3.49$

7/ **اتخاذ القرار**: وجدنا ان $T_t > T_c$

ومنه نقبل الفرض الصفري: $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

ونرفض الفرض البديل: $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

وبالتالي نقول انه لا توجد فرق دال احصائيا بين القياسين القبلي والبعدي على مقياس القلق اثناء المنافسة عند مستوى دلالة 0.01

اختبار مربع كاي (كا^2):

يعد اختبار (كا^2) واحدا من أكثر اختبارات الإحصاء اللامعلمي (اللابارومتري) أهمية إذ يستخدم للعديد من الأغراض لهذا سماه (جلفورد) عام 1956 (إحصاء الغرض العام) وان هذا الاختبار لا يشتمل على افتراضات محددة فيما يتعلق باعتدالية توزيع البيانات أو تجانسها ويطبق في حالة المتغيرات التي يتطلب قياسها استخدام مستويات القياس الاسمية (ذكر,أنثى) أو(طويل, قصير)أو(العبارة تصلح , العبارة لا تصلح) .....الخ

ويستخدم في الدراسات المسحية التي تتعامل مع متغيرات مصنفة إلى فئات إذ يتم التعبير عن البيانات في تلك الفئات بحساب التكرارات المتجمعة في كل فئة من فئات التصنيف , ويهدف اختبار (كا^2) لبيان مدى مطابقة التكرار المشاهد لظاهرة محددة في العينة مع التكرار النظري لها في المجتمع .

أي أن اختبار (كا^2) عبارة عن طريقة إحصائية للتعبير عن مدى التعارض بين عدد الحالات المشاهدة في اثنين أو أكثر من الفئات وبين عدد الحالات المتوقعة في تلك الفئات نفسها , فمن المعروف أن تطبيق هذا الاختبار الإحصائي يتم بغرض تحديد ما إذا كانت التكرارات الملاحظة تختلف عن التكرارات المتوقعة لأسباب ترجع لعوامل الصدفة ,وتكون البيانات المتوافرة من العينة بصيغة تكرارات لقيم أو صفات معينة .

اختبار مربع كاي (كا^2) لعامل واحد:

يستخدم اختبار مربع كاي (كا^2) لعامل واحد في الحالات التي يتم فيها وصف مجموعة من المشاهدات عن طريق وضع كل مشاهدة في فئة واحدة من بين فئات التصنيف .

ويمكن إيجاد قيمة (كا^2) باستخدام القانون التالي :

$$(\text{كا}^2) = \frac{(\text{التكرار المشاهد} - \text{التكرار النظري})^2}{\text{التكرار النظري}}$$

أو بالرموز كالآتي:

$$(\text{كا}^2) = \frac{(\text{ك}_{\text{ش}} - \text{ك}_{\text{ن}})^2}{\text{ك}_{\text{ن}}}$$

إذ أن:

كا^2 = مجموع قيم مربع كأي المحسوبة لكل الخلايا.

$\text{ك}_{\text{ش}}$= التكرار المشاهد.

$\text{ك}_{\text{ن}}$ = التكرارات النظرية (المتوقعة).

هذا ويتم تقويم قيمة (كا^2) المحسوبة بالرجوع إلى الجداول الإحصائية الخاصة بالقيم الجدولية لمربع كاي عند درجات حرية تتوقف على عدد الخلايا أو فئات التصنيف في التجربة.

خطوات حساب قيمة مربع كاى (كا^2) لعامل واحد :

يمكن حساب قيمة مربع كاي المحسوبة من خلال:

*تحديد الفئات المختلفة للتصنيف بحيث لا تقل عن (2 فئات).

*توزيع المشاهدات على هذه الفئات , بحيث توضع كل مشاهدة في فئة واحدة فقط من فئات التوزيع.

*تحديد التكرارات المتوقعة (النظرية) في كل فئة من فئات التصنيف, باستخدام القانون التالي:

مج العينة الكلي

التكرار النظري = ———————

فئات التصنيف

*نحسب قيمة مربع كاي لكل خلية بتطبيق المعادلة التالية:

(ك ش – كن)^{2}

(كا^{2}) = ——————

ك ن

*نجمع قيم مربع كاي الخاصة بكل الفئات لنحصل على النتيجة النهائية لاختبار (كا^{2}).

*نحدد درجة الحرية:

درجة الحرية =عدد الخلايا (فئات التصنيف) – 1.

*نحدد قيمة (كا^{2}) الجدولية عند درجة الحرية المحددة ونسبة الخطأ المختارة .

*نقارن بين قيمة (كا^{2}) المحسوبة بالقيمة الجدولية فإذا كانت القيمة المحسوبة تساوي أو اكبر من القيمة الجدولية تكون التكرارات المشاهدة مختلفة عن التكرارات المتوقعة وتكون قيم (كا2) المحسوبة دالة إحصائيا أي توجد فروق معنوية بين التكرارات ألمشاهده والتكرارات النظرية , أما إذا كانت قيمة (كا^{2}) المحسوبة اصغر من قيمتها الجدولية فتعني هذه الحالة أن التكرارات المشاهدة لا تختلف عن التكرارات أي لا توجد فروق معنوية بين التكرارات ألمشاهده والتكرارات النظرية.

مثال:

وزع استبيان على عينة من طلاب جامعة الكوفة بلغ عددهم (60 طالبا) لبيان ممارسة الطلبة للنشاط الرياضي فظهر أن (32) طالب يمارسون الأنشطة الرياضية و(28) طالب لا يمارسون أي نشاط رياضي , المطلوب بيان الفرق بين الممارسين وغير الممارسين للأنشطة الرياضية.

الحل /

$$(كا^2) = \frac{(\text{التكرار المشاهد} - \text{التكرارات المتوقع})^2}{\text{التكرارات المتوقع}}$$

$$(كا^2) = \frac{(ك_{ش} - ك_{م})^2}{ك_{م}}$$

التكرار المشاهد للممارسين = 32 طالب

التكرار المشاهد لغير الممارسين = 28 طالب

$$\text{التكرار النظري} = \frac{\text{مج العينة الكلي}}{\text{فئات التصنيف}} = \frac{60}{2} = 30$$

نكمل الحل باستخدام الجدول التالي

فئات التصنيف	التكرار المشاهد ($ك_{ش}$)	التكرار النظري ($ك_{م}$)	($ك_{ش}$-$ك_{م}$)	$(ك_{ش} - ك_{م})^2$	$\frac{(ك_{ش} - ك_{م})^2}{ك_{م}}$	قيمة ($كا^2$) المحسوبة
يمارس	32	30	2	4	0.13=30÷4	0.13+0.13 =0.26
لا يمارس	28	30	2-	4	0.13=30÷4	

نجد درجة الحرية = عدد الخلايا (فئات التصنيف) -1 = 2-1 = 1

إذن قيمة ($كا^2$) المحسوبة تساوي (0.26) وهي قيمة اصغر من قيمتها الجدولية البالغة (3.84) عند درجة حرية (1) ومستوى دلالة (0.05) وهذا يعني عدم وجود فروق معنوية بين الطلبة الممارسين وغير الممارسين للأنشطة الرياضية.

مثال:

أراد باحث أن يدرس الصفات البدنية لإحدى الفعاليات الرياضية فقام بأعداد استبيان يتضمن أهم الصفات البدنية التي يحتاجها اللاعب , ثم عرضه على مجموعة من الخبراء بلغ عددهم (10) خبراء طالبا منهم التأشير أمام صلاحية أو عدم صلاحية كل صفة وبالطريقة التالية:

ت	الصفة	تصلح	لا تصلح
1	السرعة القصوى	IIIIIII	III
2	المرونة	IIII	IIIIII
3	مطاولة السرعة	IIIIIIIII	I

المطلوب تحديد الصفات البدنية التي حظيت بموافقة الخبراء:

الحل /

$$\text{مجموع (كا}^2\text{)} = \frac{(\text{التكرارات المشاهدة} - \text{التكرارات المتوقعة})^2}{\text{التكرارات المتوقعة}}$$

$$\text{مج (كا}^2\text{)} = \frac{(\text{ك}_{\text{ش}} - \text{ك}_{\text{م}})^2}{\text{ك}_{\text{م}}}$$

التكرار المشاهد لصفة السرعة القصوى: تصلح = 7 خبير لا تصلح = 3 خبير

التكرار المشاهد لصفة المرونة: تصلح = 4 خبير لا تصلح = 6 خبير

التكرار المشاهد لصفة لمطاولة السرعة: تصلح = 9 خبير لا تصلح = 1 خبير

$$\text{التكرار النظري} = \frac{\text{مج الخبراء}}{\text{فئات التصنيف}} = \frac{10}{2} = 5$$

نكمل الحل باستخدام الجدول التالي:

ت	الصفة	ك م		ك ن		(ك م - ك ن)		(ك م - ك ن)^2		(ك م - ك ن)^2 / ك ن		قيمة كا^2
		يصلح	لا يصلح	يصلح	لا يصلح	يصلح	لا يصلح	يصلح	لا يصلح	يصلح	لا يصلح	
1	السرعة القصوى	7	3	5	5	2	2-	4	4	0.8	0.8	1.6
2	المرونة	4	6	5	5	1-	1	1	1	0.2	0.2	0.4
3	مطاولة السرعة	9	1	5	5	4	4-	16	16	3.2	3.2	6.4

*قيمة كا^2 الجدولية بدرجة حرية عدد الخلايا -1 = 2-1=1 ونسبة خطأ (0.5) = 3.84.

وبمقارنة قيمة (كا^2) المحسوبة لكل صفة بدنية بقيمتها الجدولية البالغة (3.84) عند درجة حرية (1) ومستوى دلالة (0.05) نجد أن القيمة المحسوبة لـ(كا^2) لصفة السرعة القصوى

والمرونة البالغة (1.6- 0.4) على التوالي اصغر من القيمة الجدولية وعليه تكون هاتان الصفتين غير صالحة , أما صفة مطاولة السرعة فعند مقارنة قيمة (كا^2) المحسوبة البالغة (6.4) مع قيمتها الجدولية نجد أنها اكبر منها وبالتالي تعتمد هذه الصفة كصفة مهمة حسب رأي الخبراء.

اختبار مربع كاي (كا^2) لعاملين:

يستخدم اختبار مربع كاي (كا^2) لعاملين في الحالات التي يتم فيها وصف مجموعة من المشاهدات عن طريق وضع كل مشاهدة في أكثر من فئة واحدة من بين فئات التصنيف .

ويمكن إيجاد قيمة (كا^2) باستخدام القانون التالي :

$$(\text{كا}^2) = \frac{(\text{التكرار المشاهد} - \text{التكرار النظري})^2}{\text{التكرار النظري}}$$

أو بالرموز كالآتي:

$$(\text{كا}^2) = \frac{(\text{ك}_{\text{ش}} - \text{ك}_{\text{ن}})^2}{\text{ك}_{\text{ن}}}$$

حيث:

كا^2 = مجموع قيم مربع كأي المحسوبة لكل الخلايا.

ك $_{\text{ش}}$= التكرار المشاهد.

ك $_{\text{ن}}$ = التكرارات النظرية (المتوقعة).

هذا ويتم تقويم قيمة (كا^2) المحسوبة بالرجوع إلى الجداول الإحصائية الخاصة بالقيم الجدولية لمربع كأي عند درجات حرية تتوقف على عدد الخلايا أو فئات التصنيف في التجربة.

ملاحظة / نجد هنا أن القانون النهائي لحساب قيمة (كا^2) لعاملين هو ذات القانون المستخدم لحساب قيمة (كا^2) لعامل واحد ولكن طريقة حساب هذه القيمة ستختلف في الحالتين.

<u>خطوات حساب قيمة مربع كاي (كا^2) لعاملين :</u>

يمكن حساب قيمة مربع كاي المحسوبة من خلال:

*نضع التكرارات المشاهدة في جدول .

*نجد التكرار النظري لكل خلية من الخلايا باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{ك}_{\text{ن}} = \frac{(\text{مج الصف})\ (\text{مج العمود})}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

*نحدد درجة الحرية:

درجة الحرية = (عدد الصفوف-1) (عدد الأعمدة – 1)

*نحسب قيمة مربع كاي لكل خلية بتطبيق المعادلة التالية:

$$(\text{كا}^2) = \frac{(\text{ك}_{\text{ش}} - \text{ك}_{\text{ن}})^2}{\text{ك}_{\text{ن}}}$$

*نجمع قيم مربع كاي الخاصة بكل الفئات لنحصل على النتيجة النهائية لاختبار (كا^2).

*نحدد قيمة (كا^2) الجدولية عند درجة الحرية المحددة ومستوى الدلالة المختار .

*نقارن بين قيمة (كا^2) المحسوبة بالقيمة الجدولية فإذا كانت القيمة المحسوبة تساوي أو اكبر من القيمة الجدولية تكون التكرارات المشاهدة مختلفة عن التكرارات المتوقعة وتكون قيم (كا^2) المحسوبة دالة إحصائيا أي توجد فروق معنوية بين التكرارات المشاهدة والتكرارات

النظرية , أما إذا كانت قيمة (كا^2) المحسوبة اصغر من قيمتها الجدولية فتعني هذه الحالة أن التكرارات المشاهدة لا تختلف عن التكرارات أي لا توجد فروق معنوية بين التكرارات المشاهدة والتكرارات النظرية.

مثال:

أراد أحد الباحثين أن يقيم مدى استقلالية متغيري الجنس والاشتراك في الفرق الرياضية بالجامعة فقام باستطلاع رأي عينة عشوائية تتكون من (200) لاعب من طلاب الجامعة وبعد تصنيفهم وفقا لمتغيري الجنس وعضوية الفرق الرياضية بالجامعة حصل على البيانات المبينة بالجدول التالي :

الاشتراك الجنس	مشترك	غير مشترك	المجموع
ذكور	60	40	100
إناث	40	60	100
المجموع	100	100	200

المطلوب: اختبار الفرض الصفري الذي يقول أن الجنس والاشتراك في عضوية الفرق الرياضية بالجامعات متغيران مستقلان ,بمعنى أن الجنس عامل غير مؤثر بالنسبة للاشتراك في الفرق الرياضية بالجامعات .

الحل /

*نضع التكرارات المشاهدة في جدول:

الاشتراك الجنس	مشترك	غير مشترك	المجموع للصف
ذكور	60	40	100
إناث	40	60	100
المجموع للعمود	100	100	200

*نجد التكرار النظري لكل خلية من الخلايا (4) خلايا باستخدام المعادلة التالية:

$$ك_{ن} = \frac{(\text{مج الصف})(\text{مج العمود})}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

$$ك_{ن}(\text{ذكور مشتركين}) = \frac{(100)(100)}{200} = \frac{10000}{200} = 50$$

$$ك_{ن}(\text{ذكور غير مشتركين}) = \frac{(100)(100)}{200} = \frac{10000}{200} = 50$$

$$ك_{ن}(\text{إناث مشتركين}) = \frac{(100)(100)}{200} = \frac{10000}{200} = 50$$

$$ك_{ن}(\text{إناث غير مشتركين}) = \frac{(100)(100)}{200} = \frac{10000}{200} = 50$$

*نحدد درجة الحرية:

درجة الحرية = (عدد الصفوف-1) (عدد الأعمدة – 1) =(2-1) (2-1)= 1×1= 1

*نحسب قيمة مربع كاي لكل خلية بتطبيق المعادلة التالية:

$$(\text{كا}^2) = \frac{(ك_{ش} - ك_{ن})^2}{ك_{ن}}$$

$$(\text{كا}^2) = \frac{(60-50)^2}{50} + \frac{(40-50)^2}{50} + \frac{(40-50)^2}{50} + \frac{(60-50)^2}{50}$$

$$(\text{كا}^2) = \frac{(10)^2}{50} + \frac{(-10)^2}{50} + \frac{(-10)^2}{50} + \frac{(10)^2}{50}$$

$$(\text{كا}^2) = \frac{100}{50} + \frac{100}{50} + \frac{100}{50} + \frac{100}{50} = 2+2+2+2 = 8$$

القيمة المحسوبة

وبالإمكان أن نعمل جدول للحل بالشكل التالي :

الخلايا		ك ش	ك ن	(ك ش - ك ن)	$(\text{ك ش} - \text{ك ن})^2$	$\frac{(\text{ك ش} - \text{ك ن})^2}{\text{ك ن}}$
ذكور	مشتركين	60	50	10	100	2
	غير مشتركين	40	50	10-	100	2
إناث	مشتركات	40	50	10-	100	2
	غير مشتركات	60	50	10	100	2
المجموع		200	200			$(\text{كا}^2) = 8$

* وبعد أن نجمع قيم مربع كاي الخاصة بكل الفئات لنحصل على النتيجة النهائية لاختبار $(\text{كا}^2) = 8$

*نحدد قيمة (كا^2) الجدولية عند درجة الحرية المحددة ونسبة الخطأ المختارة :

من خلال مراجعة قيم (كا^2) الجدولية نجد أن القيمة الجدولية لـ(كا^2) بدرجة حرية (1) ومستوى دلالة (0,01) تبلغ (6,83).

*عند مقارنة قيمة (كا^2) المحسوبة البالغة (8) نجد أنها أكبر من القيمة الجدولية البالغة (6,83) بدرجة حرية (1) ومستوى دلالة (0,01) لذا تكون التكرارات المشاهدة مختلفة عن التكرارات المتوقعة وتكون قيم (كا^2) المحسوبة دالة إحصائيا أي توجد فروق معنوية بين التكرارات ألمشاهده والتكرارات النظرية , وهذا يعني أن الاشتراك في الفرق الرياضية يرتبط

بالجنس لهذا نرفض الفرض الصفري الذي يقول أن الجنس والاشتراك في عضوية الفرق الرياضية بالجامعات متغيران مستقلان ,ونقبل الفرض البديل الذي يقول أن الجنس عامل مؤثر بالنسبة للاشتراك في الفرق الرياضية بالجامعات .

مثال:

قام احد الباحثين باستطلاع رأي لعينة من الطلاب في إحدى الجامعات لمعرفة آرائهم حول اعتماد درس التربية الرياضية في الجامعات وكانت العينة تتضمن (500) طالب من طلبة المرحلة الأولى و(350)طالب من المرحلة الثانية والثالثة و(250) طالب من المرحلة الرابعة وكانت النتائج وبدائل الإجابة كما مبين في الجدول التالي :

المرحلة	بدائل الإجابة			المجموع للصف
	مادة اختيارية	مادة إجبارية	لم أكون رأي	
الأولى	167	272	61	500
الثانية والثالثة	149	157	44	350
الرابعة	115	105	30	250
المجموع العمود	431	534	135	1100

المطلوب اختبار الفرض الصفري الذي يقرر أنه لا تأثير للمستوى الدراسي على آراء الطلبة حول درس التربية الرياضية في الجامعات.

الحل /

*نجد التكرار النظري لكل خلية من الخلايا باستخدام المعادلة التالية:

$$ك_{ن} = \frac{\text{(مج الصف) (مج العمود)}}{\text{المجموع الكلي التكرارات}}$$

وبما أن عدد الصفوف = 3 وعدد الأعمدة = 3 إذن عدد الخلايا = 9

$ك_ن$(مرحلة أولى -اجباري)= 242,7

$ك_ن$(مرحلة أولى-لم أكون رأي)=61.4

$ك_ن$(مرحلة ثانية وثالثة-اختياري)=137.1

$ك_ن$(مرحلة ثانية وثالثة-اجباري)=169.9

$ك_ن$(مرحلة ثانية وثالثة-لم أكون رأي)=43

$ك_ن$(مرحلة رابعة -اختياري)=98

$ك_ن$(مرحلة رابعة-اجباري)=121.4

$ك_ن$(مرحلة رابعة-لم أكون رأي)=30.6

$ك_ن$(مرحلة أولى -اختياري)= 195,9

*نحدد درجة الحرية :

درجة الحرية =(عدد الصفوف-1) (عدد الأعمدة – 1) =(3-1) (3-1)= 2×2= 4

*نحسب قيمة مربع كاي لكل خلية بتطبيق المعادلة والجدول التالي:

$$(كا^2) = \frac{(ك_ش - ك_ن)^2}{ك_ن}$$

الخلايا	$ك_ش$	$ك_ن$	$(ك_ش - ك_ن)$	$(ك_ش - ك_ن)^2$	$\frac{(ك_ش - ك_ن)^2}{ك_ن}$
الأولى	167	195,9	28,9-	835,21	4,26
الثانية	272	242,7	29,3	858,21	3,54
الثالثة	61	61,4	0,4-	0,16	0
الرابعة	149	137,1	11,9	141,61	1,03
الخامسة	157	169,9	12,9	166,41	0,98
السادسة	44	43	1	1	0,02
السابعة	115	98	17	289	2,95
الثامنة	105	121,4	16,4-	268,96	2,22
التاسعة	30	30,6	0,6-	0,36	0,01
المجموع	1100	1100			$(كا^2)$=15,01

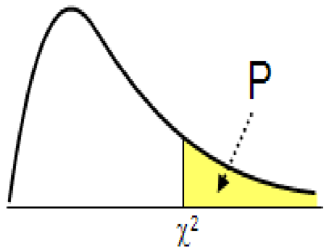
* وبعد أن نجمع قيم مربع كاي الخاصة بكل الفئات لنحصل على النتيجة النهائية لاختبار (كا^2)= 15,01

*نحدد قيمة (كا^2) الجدولية عند درجة الحرية (4) ومستوى دلالة (0,05) :

من خلال مراجعة قيم (كا^2) الجدولية نجد أن القيمة الجدولية لـ(كا^2) بدرجة حرية (1) ومستوى دلالة (0,05) تبلغ (9,49).

*عند مقارنة قيمة (كا^2) المحسوبة البالغة (15,01) نجد أنها أكبر من القيمة الجدولية البالغة (9,49) بدرجة حرية (4) ومستوى دلالة (0,05) لذا تكون التكرارات المشاهدة مختلفة عن التكرارات المتوقعة وتكون قيم (كا^2) المحسوبة دالة إحصائيا أي توجد فروق معنوية بين التكرارات المشاهدة والتكرارات النظرية , وهذا يعني للمستوى الدراسي تأثير في آراء الطلبة حول درس التربية الرياضية في الجامعات لهذا الفرض الصفري الذي يقرر أنه لا تأثير للمستوى الدراسي على آراء الطلبة حول درس التربية الرياضية في الجامعات ونقبل الفرض البديل الذي يقرر أنه هناك تأثير للمستوى الدراسي على آراء الطلبة حول درس التربية الرياضية في الجامعات.

جدول توزيع كاي تربيع



	P										
DF	**0.995**	**0.975**	**0.20**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.02**	**0.01**	**0.005**	**0.002**	**0.001**
1	0.0000393	0.000982	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.635	7.879	9.550	10.828
2	0.0100	0.0506	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.210	10.597	12.429	13.816
3	0.0717	0.216	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.345	12.838	14.796	16.266
4	0.207	0.484	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.277	14.860	16.924	18.467
5	0.412	0.831	7.289	9.236	11.070	12.833	13.388	15.086	16.750	18.907	20.515
6	0.676	1.237	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.812	18.548	20.791	22.458
7	0.989	1.690	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.475	20.278	22.601	24.322
8	1.344	2.180	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.090	21.955	24.352	26.124
9	1.735	2.700	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.666	23.589	26.056	27.877
10	2.156	3.247	13.442	15.987	18.307	20.483	21.161	23.209	25.188	27.722	29.588
11	2.603	3.816	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.725	26.757	29.354	31.264
12	3.074	4.404	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.217	28.300	30.957	32.909
13	3.565	5.009	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.688	29.819	32.535	34.528
14	4.075	5.629	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.141	31.319	34.091	36.123
15	4.601	6.262	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.578	32.801	35.628	37.697
16	5.142	6.908	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.000	34.267	37.146	39.252
17	5.697	7.564	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.409	35.718	38.648	40.790
18	6.265	8.231	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.805	37.156	40.136	42.312
19	6.844	8.907	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	36.191	38.582	41.610	43.820
20	7.434	9.591	25.038	28.412	31.410	34.170	35.020	37.566	39.997	43.072	45.315
21	8.034	10.283	26.171	29.615	32.671	35.479	36.343	38.932	41.401	44.522	46.797
22	8.643	10.982	27.301	30.813	33.924	36.781	37.659	40.289	42.796	45.962	48.268
23	9.260	11.689	28.429	32.007	35.172	38.076	38.968	41.638	44.181	47.391	49.728
24	9.886	12.401	29.553	33.196	36.415	39.364	40.270	42.980	45.559	48.812	51.179
25	10.520	13.120	30.675	34.382	37.652	40.646	41.566	44.314	46.928	50.223	52.620
26	11.160	13.844	31.795	35.563	38.885	41.923	42.856	45.642	48.290	51.627	54.052
27	11.808	14.573	32.912	36.741	40.113	43.195	44.140	46.963	49.645	53.023	55.476
28	12.461	15.308	34.027	37.916	41.337	44.461	45.419	48.278	50.993	54.411	56.892
29	13.121	16.047	35.139	39.087	42.557	45.722	46.693	49.588	52.336	55.792	58.301
30	13.787	16.791	36.250	40.256	43.773	46.979	47.962	50.892	53.672	57.167	59.703
31	14.458	17.539	37.359	41.422	44.985	48.232	49.226	52.191	55.003	58.536	61.098

قائمة المراجع والمصادر:

د. نافذ محمد بركات، اختبار كاي تربيع تطبيقات حاسوبية في الاقتصاد.

الأستاذ المساعد الدكتور سلمان عكاب سرحان الجنابي،2012، جامعة ذي قار كلية الرياضية. التربية

بوموس ، محاضرات في الاقتصاد الوصفي والاستدلالي،2017، المركز الجامعي البيض

د بلعربي يحيى،2020، محاضرات الإحصاء الاستدلالي، جامعة الجلفة

أ د حربي سليم، 2020 محاضرات في الإحصاء التطبيقي، جامعة الجلفة

د الطاهر جليط، 2017، محاضرات في الاقتصاد التطبيقي، جامعة جيجل

د عبد الفتاح مصطفى، الاختبارات الإحصائية لعينة وعينتين، جامعة المنصورة مصر.