

Influence de la température :

Pour interpréter la variation de C_v en fonction de la température, il faut faire appel au modèle théorique proposé par Debye. Il consiste à étudier les vibrations du réseau d'atomes formant le solide, autrement dit, les phonons (vibration du réseau). Selon ce modèle, au dessus d'une température caractéristique, appelée température de Debye T_D avec,

$$T_D = \frac{h\nu_{max}}{k_B}$$

h : constante de Planck,

ν_{max} : fréquence maximale,

k_B : constante de Boltzmann.

La température de Debye est également un bon indicateur de la capacité calorifique des solides à basse température ($T_D \gg T$), qui varie selon la loi :

$$C_v = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{T_D} \right)^3$$

avec,

R est la constante des gaz parfait ($R = \mathcal{N} \cdot k_B$).

La fréquence de vibration maximale ν_{max} est approximativement déterminée par la relation suivante :

$$\nu_{max} = \frac{v_s}{\lambda_{min}}$$

où,

v_s : est la vitesse du son (m.s^{-1}) dans le matériau.

λ_{min} : est la longueur d'onde élastique minimale.

avec,

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E : Module de Young du solide (caractéristique du matériau [*Force/surface*], exprimé en Pa).

ρ :masse volumique du matériau (Kg.m^{-3}).

On obtient,

$$T_D = \frac{h}{k_B \lambda_{min}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

La température de Debye est donc fonction à la fois de la **rigidité** du matériau (module de Young), de sa **masse volumique** (ρ) et de la **distance entre ses atomes**. C'est par conséquent un paramètre caractéristique d'un matériau.

Exemple :

Éléments	T_D (K)	C_v (J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)
Li	400	20,7
Na	150	28,0
Cu	315	24,5
W	310	25,0

Tableau : température de Debye et capacité thermique de quelques éléments, à 25°C.

Dilatation thermique des solides, des liquides et des gaz:

La dilatation thermique est un phénomène engendré par une variation de température. Au niveau microscopique les atomes qui constituent la matière, s'écartent ou se rapprochent en fonction de la température.

Exemple : les rails de chemins de Fer, les ponts,....

a) Dilatation des solides :

Si on s'intéresse à la dilatation d'un solide dans une seule dimension, la variation de longueur d'une barre subissant un changement de température par exemple, on parle de dilatation **linéique**, dans ce cas, la variation de longueur ΔL , exprimée en mètre, est donnée par la relation suivante :

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

avec,

α : coefficient de dilatation thermique linéaire, Il est normalement positif et s'exprime en (K⁻¹),

L_0 : la longueur initiale (m),

ΔT : la différence de température (K)

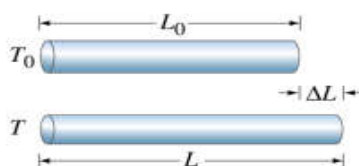


Fig. Dilatation linéaire

Si l'on écrit l'équation sous la forme :

$$L = L_0(1 + \alpha\Delta T)$$

On obtient la longueur totale de la tige à toute température.

Si le matériau est macroscopiquement monocristallin et non cubique, on observe des coefficients α différents suivant les directions cristallographiques principales. On connaît même quelques solides qui présentent des dilatations négatives suivant une direction (graphite), tout en montrant au total une expansion volumique positive quand T augmente.

On considère un cube d'arête L_0 , son volume initial est : $V_0 = L_0^3$. Si on chauffe le cube, la température varie de ΔT , le cube s'allonge alors d'une quantité ΔL dans chaque direction :

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

d'où,

$$V = V_0(1 + \beta\Delta T)$$

β : Coefficient de dilation volumique (K^{-1}).

Relation entre α et β :

Considérons un parallélépipède de volume $V_0 = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0$ d'un corps **isotrope** (le coefficient α est le même dans toutes les directions). Elevons la température de ce corps de ΔT , la longueur de chaque arête devient respectivement :

$$a = a_0(1 + \alpha\Delta T) ; b = b_0(1 + \alpha\Delta T) ; c = c_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Le volume final vaut donc,

$$V = abc = a_0 b_0 c_0 (1 + \alpha\Delta T)^3 = V_0 (1 + \alpha\Delta T)^3$$

$$V = V_0 (1 + 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3)$$

Si la dilatation est beaucoup plus petite que la taille de l'objet ($V_0 \gg \Delta V$) alors $\alpha\Delta T \ll 1$

et l'on pourra dans ces conditions négliger $(\alpha\Delta T)^2$ et $(\alpha\Delta T)^3$ devant $(\alpha\Delta T)$.

d'où,

$$V = V_0(1 + 3\alpha\Delta T)$$

Pour une faible variation de la température on aura donc :

$$\beta = 3\alpha$$

Remarque :

La relation $\beta = 3\alpha$ n'est valable que pour des petites déformations ($\frac{\Delta L}{L} \ll 1$). Comme les liquides et les gaz sont compressibles (le volume peut changer avec la pression), les coefficients de dilatation linéaire et volumique doivent être définis à pression constante.

Corps	α ($^{\circ}\text{C}$) ⁻¹	β ($^{\circ}\text{C}$) ⁻¹
Al	$22,38 \cdot 10^{-6}$	$75 \cdot 10^{-6}$
Cu	$16,70 \cdot 10^{-6}$	$50 \cdot 10^{-6}$
Quartz	$0,55 \cdot 10^{-6}$	$01 \cdot 10^{-6}$
Verre (ordinaire)	$0,90 \cdot 10^{-6}$	$27 \cdot 10^{-6}$
Verre (Pyrex)	$3,00 \cdot 10^{-6}$	$9,00 \cdot 10^{-6}$

Fig. Coefficients de dilatation thermique linéaire et volumique de quelques matériaux.