Equations aux Dérivées Partielles
3^{me} année Lic Math
2019/2020

جامعة زيان عاشور الجلفة

Série d'exercices N°3

Exercice 1. *Considérons l'équation de la chaleur :*

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - c^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & t > 0, \quad 0 < y < l, \\ u(0, x) = ax & 0 \leq x \leq l. \end{cases} \tag{1}$$

En utilisant la méthode de séparation des variables. Résoudre ce problème sous les condition aux limites suivantes :

1. $u(t, 0) = 0,$ *et* $u(t, l) = 0,$
2. $u_x(t, 0) = 0,$ *et* $u_x(t, l) = 0,$

pour tout $t \geq 0$.

Exercice 2. *On cherche à déterminer la température dans une barre, solution de :*

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = P, & & 0 < x < l, \, t > 0, \\ u(0, x) = 0, & \frac{\partial u}{\partial t}(0, x) = 0 & 0 < x < l. \end{cases} \tag{2}$$

où c *et* P *sont des constantes données.*

1. *Déterminer la température à l'équilibre indépendante du temps* t*, notée* $v(x)$.
2. *On pose* $w(t, x) = u(t, x) - v(x)$*. Montrer que* w *vérifie la même équation que* u *avec un second membre nul, les mêmes conditions aux limites mais une condition initiale non nulle connue* $w_0(x)$.
3. *En utilisant la méthode de séparation des variables pour résoudre l'équation en* w*, avec une condition initiale* $w_0(x)$.
4. *En déduire la solution du problème* (2)*. Pouvait-on appliquer la méthode de séparation des variables directement sur le problème* (2) *? Justifiez votre réponse.*

Bon courage