اختبار كاي تربيع(K^2)

مقدمة:

يعتبر اختبار مربع كاي من أهم اختبارات الدلالة الاحصائية لأنه لا يعتمد على شكل التوزيع التكراري و لذا فهو يعد من المقاييس اللابارومترية أي مقاييس التوزيعات الحرة لأنه لا يشمل على افتراضات محددة فيما يتعلق باعتدالية توزيع البيانات و ترجع نشأة هذا الاختبار ألى عالم النفس الاحصائي الشهير كارل بيرسون 1900 و هو يستخدم لحساب دلالة فروق التكرارات أو البيانات العددية التي يمكن تحويلها إلى تكرار مثال النسب و الاحتمالات.

و هذا الاختبار يهدف إلى تحديد ما إذا كانت التكرارات المشاهدة تختلف عن التكرارات المتوقعة لأسباب تتعلق بعوامل الصدفة ام تتعلق بعوامل جوهرية.

و هذا يعني أن اختبار كاي تربيع يعتمد على قياس حسن المطابقة بين التوزيع التكراري التجريبي بالمقارنة بصورته النظرية.

الطريقة العامة لحساب k^2:

إن اختبار مربع كاي يقيس مدى الاختلاف بين التكرار الملاحظ و التكرار المتوقع و يتم ذلك عن طريق حساب مجموع مربعات انحراف التكرار الملاحظ عن التكرار المتوقع ثم قسمة الناتج على التكرار المتوقع.

و يتم حساب k^2 بالطريقة العامة باستخدام المعادلة التالية:

$$k^2=\sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

حيث:

k^2:قيمة مربع كاي المحسوبة

O: هو التكرار الملاحظ بالجدول(القيم المشاهدة) أي التكرار الأصلي.

E: هو التكرار المتوقع حدوثه(القيم المتوقعة).

و يحسب **التكرار المتوقع** لكل خلية بضرب مجموع الصف المشاهدة فيه الخلية (R) في مجموع العمود المشاهدة فيه(C) و قسمة الناتج على المجموع الكلي (N).

$$E=\frac{R\times C}{N}$$

و من المعادلة العامة السابقة يتضح لنا أنه يتم حساب قيمة مربع كاي لكل خلية من خلايا الجداول التكرارية مهما كانت صورة هذه الجداول ثم تجمع النتائج لكل الخلايا لنحصل على القيمة النهائية لمربع كاي المحسوبة.

مثال:

يوضح الجدول التالي العلاقة بين الجنس و تأييد برنامج تليفزيوني معين.

تأييد / الجنس	موافق جدا	موافق نوعا ما	لا أدري	أرفض نوعا ما	أرفض جدا	المجموع
ذكور	**5**	**37**	**13**	**28**	**05**	**88**
إناث	**3**	**17**	**08**	**20**	**05**	**53**
المجموع	**8**	**54**	**21**	**48**	**10**	**141**

المطلوب:

حساب قيمة كا^2 المحسوبة مع بيان مدى دلالتها إحصائيا عند مستوى دلالة 0,05.

الحل:

صياغة الفرضيات

الفرض الصفري: لا توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين الجنس و تأييد برنامج تليفزيوني معين.

الفرض البديل : توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين الجنس و تأييد برنامج تليفزيوني معين.

اختيار الأسلوب الاحصائي المناسب

$$k^2=\sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

O: التكرار الملاحظ(الأصلي)

E: التكرار المتوقع

- حساب التكرار المتوقع(E) لكل خلية في الجدول:

$$E=\frac{R\times C}{N}$$

$$E1(5)=\frac{88\times 8}{141}=05 \qquad E6(3)=\frac{53\times 8}{141}=03$$

$$E2(37)=\frac{88\times 54}{141}=33,7 \qquad E7(17)=\frac{53\times 54}{141}=20,3$$

$$E3(13)=\frac{88\times 21}{141}=13,1 \qquad E8(8)=\frac{53\times 21}{141}=07,89$$

$$E4(28)=\frac{88\times 48}{141}=29,95 \qquad E9(20)=\frac{53\times 48}{141}=18,04$$

$$E5(5)=\frac{88\times 10}{141}=06,24 \qquad E10(5)=\frac{53\times 10}{141}=03,76$$

- حساب k^2 المحسوبة:

$$k^2=\sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

نكون الجدول التالي:

O	E	(O−E)	$(O-E)^2$	$\frac{(O-E)^2}{E}$
05	05	0	0	0
37	33,7	3,3	10,89	0,32
13	13,1	−0,1	0,01	0
28	29,95	−1,95	03,8	0,13
05	06,24	−01,24	01,54	0,25
03	03	0	0	0
17	20,3	−3,29	10,82	0,53
08	07,89	0,11	0,01	0
20	18,04	2	4,0	0,22
05	03,7	01,25	01,56	0,42
−	−	−	−	k^2 =01,87

من الجدول مباشرة فإن مجموع العمود الأخير يعطينا قيمة k^2 **المحسوبة** تساوي **01,87**

- **حساب k^2 الجدولية**

لحسابها نحتاج إلى حساب كل من درجة الحرية و مستوى الدلالة

درجة الحرية=(عدد الصفوف−1)(عدد الأعمدة−1) $df=(R-1)(C-1)$

- **مستوى الدلالة الاحصائية الفا**(α): تمثل احتمال الوقوع في الخطأ في الاختبار.

و قيمة(α) في العلوم الاجتماعية تتمثل في نسبة (1٪) أو (5٪)، الاختيار يرجع للباحث و مدى مجال الخطأ الذي يود أن يسمح به:

- (1٪)، يعني أن الباحث متأكد من صحة النتائج المتوصل اليها بنسبة (99٪).
- (5٪)، يعني أن الباحث متأكد من صحة النتائج المتوصل اليها بنسبة (95٪).

و في مثالنا فإن درجة الحرية=(2−1)(5−1)=1×4=4

بالرجوع إلى جدول اختبار k^2 عند درجة الحرية 4 و مستوى الدلالة 0,05 نجد قيمة k^2 الجدولية =9,488

- **تحديد مدى دلالة k^2:**

نقارن قيمة k^2 المحسوبة بقيمة k^2 الجدولية نجد أن:

قيمة k^2 المحسوبة< قيمة k^2 الجدولية

01,87< 09,488 إذن k^2 المحسوبة ليست لها دلالة احصائية عند مستوى دلالة 0,05.

و هذا يعني أن المتغير المستقل مستقل عن المتغير التابع ، لذلك نستبعد الفرضية البديلة و نقبل الفرضية الصفرية أي لا توجد علاقة (فروق) بين الجنس و تأييد برنامج معين.

تمرين

في اختبار ما إذا كانت هناك علاقة بين كفاءة الموظف و مستوى تعليمه تم اختيار عينة مكونة من 200 موظف و كانت بياناتهم كالتالي:

الكفاءة / المستوى التعليمي	كفء	غير كفء	المجموع
بدون مستوى	80	20	100
متوسط	87	13	100
عالي	99	01	100
المجموع	266	34	300

1. تنسيب الجدول مع قراءة احصائية للجدول.
2. فاختبر ما اذا كانت هناك علاقة بين كفاءة الموظفين و مستوى تعليمهم عند مستوى دلالة(5٪).

اختبار كاي تربيع (K^2)

ملخص

يستخدم كاي تربيع في الجداول المزدوجة لتحديد ما إذا كان هناك علاقة بين المتغيرين(المستقل و التابع) أو الظاهرتين، أم هناك استقلالية بينهما.

عند القيام باختبار (K^2) للإستقلالية، يتم تحديد فرضيتين للعلاقة قبل إجراء الاختبار و هما:

الفرضية الصفرية(H_0): و هي نفي العلاقة(لا توجد) بين المتغيرين المستقل و التابع أي (م.م) مستقل عن (م.ت) و بعبارة أخرى عدم وجود فرق بين التكرارات المتوقعة و التكرارات الملاحظة .

الفرضية البديلة (H_1): إثبات وجود العلاقة بين المتغيرين أي وجود تفاوت بين التكرارات الملاحظة و التكرارات المتوقعة.

إذا كانت K^2 الجدولية $>$ K^2 المحسوبة في هذه الحالة نبقي على الفرضية الصفرية و نستبعد الفرضية البديلة، و العكس صحيح إذا كانت K^2 الجدولية $\leq$ K^2 المحسوبة.