EXO1:

السلسلة رقم 03 :

① كتابة الأنظمة الخطية على الشكل المصفوفي : أي : $AX=B$

$$(S_1) \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$(S_2) \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$(S_3) \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(S_4) \longrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

② نلاحظ في الأنظمة الخطية (S_1) ، (S_2) ، (S_3) ، (S_4) أن : $|S_1| = 3 \neq 0$
$|S_2| = -7 \neq 0$ ، $|S_3| = 0$ (لا يمكن ايجاد حلول لـ S_3) ؛ $|S_4| = -6 \neq 0$ (يمكن ايجاد حل).
أيضا بالنسبة لـ S_1 ، S_2 يمكن ايجاد حلول.

EXO2 : - إيجاد حلول للأنظمة الخطية باستعمال الطرق الثلاث.

سنقوم بحل النظام الخطي (S_1) ، (S_5) ،

$$(S_1) : \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases} \Longrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}}_{B}$$

A_1 A_2 A_3

* طريقة كرامر :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \; ; A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -4 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \; ; A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} \quad ; \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} \quad ; \quad x_3 = \frac{\det(A_3)}{\det(A)}$$

علما أن محدد المصفوفة A غير معدوم أي : $\det(A) \neq 0$

$$x_1 = \frac{6}{6} = 1 \quad ; \quad x_2 = \frac{12}{6} = 2 \quad ; \quad x_3 = \frac{-12}{6} = -2$$

• طريقة غوص

$$[A \vdots B] = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & 4 & -2 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \cdots \text{سطر } 1 \\ \cdots \; 2 \; " \\ \cdots \; 3 \; " \end{array}$$

نختار عنصر الركيزة (1) ونجعل أسفله أصفار أي :

نضرب السطر الأول بالعدد (-2) ونضيفه للسطر (2) نجد :

$$[A \vdots B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -2 \\ 4 & 1 & 4 & -2 \end{array}\right] \begin{array}{l} \cdots \text{سطر } 1 \\ \cdots \text{سطر } 2 \\ \cdots \text{سطر } 3 \end{array}$$

نضرب السطر الأول بالعدد (-4) ونضيفه للسطر (3) نجد :

$$[A \vdots B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & -4 & 2 \end{array}\right] \begin{array}{l} \cdots \text{س}_1 \\ \cdots \text{س}_2 \\ \cdots \text{س}_3 \end{array}$$

نضرب السطر الثاني بالعدد (-1) ونضيفه للسطر (3)

$$[A \vdots B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ \boxed{0} & -3 & -2 & -2 \\ \boxed{0 \quad 0} & & -2 & 4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \cdots \text{السطر } 1 \\ \cdots \; 2 \; " \\ \cdots \; 3 \; " \end{array}$$

من السطر الثالث نجد :

$$-2X_3 = 4 \Rightarrow X_3 = -2$$

من السطر الثاني نجد :

$$-3X_2 - 2X_3 = -2$$

$$-3X_2 - 2(-2) = -2 \Rightarrow X_2 = 2$$

من السطر الأول نجد :

من السطر الأول نجد :

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = -1$$

$$x_1 + (2) + 2(-2) = -1 \Rightarrow x_1 = 1$$

* طريقة معكوس مصفوفة :

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot Adj(A) \quad ; \quad \det(A) = 6 \quad ; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Adj(A) = (A')^T$$

* المصفوفة المصاحبة $(Adj(A))$: عبارة عن منقول للمصفوفة التي عناصرها المحددات الصغيرة لعناصر المصفوفة A ، والتي يتم الحصول عليها بعد إلغاء السطر i والعمود j وضربها بالإشارة $(-1)^{i+j}$.

* المصفوفة (A') : عناصرها المحددات الصغيرة :

$$A' = \begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 6 \\ -2 & -4 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow Adj(A) = (A')^T = \begin{bmatrix} -6 & -2 & 4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 6 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot Adj(A) = \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} -6 & -2 & 4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 6 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1/3 & 2/3 \\ 0 & -2/3 & 1/3 \\ 1 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -1 & -1/3 & 2/3 \\ 0 & -2/3 & 1/3 \\ 1 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{array}{c} {\scriptstyle 3.3} \\ \begin{bmatrix} (-1 \times -1) + (-\frac{1}{3} \times -4) + (\frac{2}{3} \times -2) \\ (0 \times -1) + (-\frac{2}{3} \times -4) + (\frac{1}{3} \times -2) \\ (1 \times -1) + (\frac{1}{2} \times -4) + (-\frac{1}{2} \times -2) \end{bmatrix} \\ {\scriptstyle 3.1} \end{array} = \begin{array}{c} {\scriptstyle 3.1} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array}$$

أصبحت لدينا قيم X_i كالتالي :

$X_1 = 1$

$X_2 = 2$

$X_3 = -2$

* المثال الثالث : $\left(\frac{S}{S}\right)$:

$$\left(\frac{S}{S}\right) : \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

* حل النظام الخطي بالطرق الثلاث :

* طريقة كرامر :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} ; \quad A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} ; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} ; \quad A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$\det(A) = -12$

$\det(A_1) = 20$

$\det(A_2) = -40$

$\det(A_3) = 21$

$\det(A_4) = 15$

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{20}{-12} = \frac{-5}{3}$$

$$x_2 = \frac{-40}{-12} = \frac{10}{3}$$

$$x_3 = \frac{21}{-12} = \frac{-7}{4}$$

$$x_4 = \frac{15}{-12} = \frac{-5}{4}$$

* الحل بطريقة غوص :

تحويل المصفوفة الموسعة الى الشكل المتدرج حسب الصفوف :

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} \\ R_2-2R_1 \to \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{array}{c} \\ \\ R_3+R_1 \to \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & 4 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} \\ \\ \\ R_4-R_1 \to \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{c} \to R'_1 \\ \to R'_2 \\ \to R'_3 \\ \to R'_4 \end{array}$$

$$\sim \begin{array}{c} \\ \\ R'_3+R'_2 \to \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{c} R''_1 \\ R''_2 \\ R''_3 \\ R''_4 \end{array} \sim \begin{array}{c} \\ \\ \\ R''_4-2R''_3 \to \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -5 \end{array}\right)$$

ومنه يكون :

* قيمة المتغير x_4 من المعادلة (4) نجد :

$$4x_4 = -5 \Rightarrow x_4 = -5/4$$

* قيمة المتغير x_3 من المعادلة (3) نجد :

$$x_3 - 3x_4 = 2 \Rightarrow x_3 - 3(-5/4) = 2$$

$$\Rightarrow x_3 + \frac{15}{4} = 2$$

$$\Rightarrow x_3 = 2 - \frac{15}{4} = \frac{8-15}{4} = \frac{-7}{4}$$

* قيمة المتغير x_2 من المعادلة ② نجد :

$$-3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -1 \Rightarrow -3x_2 - 3\left(\frac{-7}{4}\right) - 3\left(\frac{-5}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow -3x_2 + \frac{21}{4} + \frac{15}{4} = -1 \Rightarrow -3x_2 + \frac{36}{4} = -1$$

$$\Rightarrow -3x_2 = -1 - \frac{36}{4}$$

$$\Rightarrow -3x_2 = \frac{-4-36}{4} = -10$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{10}{3}$$

* قيمة المتغير x_1 يكون من المعادلة ① نجد :

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + 2\left(\frac{10}{3}\right) + \left(\frac{-7}{4}\right) + \left(\frac{-5}{4}\right) = 2$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{5}{3}$$

* طريقة معكوس المصفوفة :

$$X = A^{-1} \cdot B \Leftarrow AX = B$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,33 & -0,33 & -1 & 1 \\ 0,67 & 0,67 & 1 & -1 \\ -0,25 & -0,5 & -0,5 & 0,75 \\ 0,25 & -0,5 & -0,5 & 0,25 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -0,33 & -0,33 & -1 & 1 \\ 0,67 & 0,67 & 1 & -1 \\ -0,25 & -0,5 & -0,5 & 0,75 \\ 0,25 & -0,5 & -0,5 & 0,25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,67 \\ 3,33 \\ -1,75 \\ -1,25 \end{pmatrix}$$

(S_2) : $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} & \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} \end{array}$

$$\det(A) = 1$$

للحل حسب قاعدة كرامر يجب أن تحتوي مصفوفة العوامل على محدد غير صفري .

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{-13}{1} = -13 \quad ; \quad x_3 = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{19}{1} = 19$$

$$x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{2}{1} = 2$$

* طريقة معكوس المصفوفة :

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 7 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

* طريقة غاوس :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & -11 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -19 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x_3 = -19 \\ -x_2 = -2 \\ x_1 = 4 + x_2 - x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -13 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 19 \end{cases}$$

$$(S_3) \rightsquigarrow \begin{matrix} x_1 = 0{,}22 = \frac{2}{9} \\ x_2 = 2{,}33 = \frac{21}{9} \\ x_3 = 1{,}22 = \frac{11}{9} \end{matrix} \quad \begin{matrix} |A| = -9 \\ |A_1| = -2 \\ |A_2| = -21 \end{matrix} \quad |A_3| = -11$$

*

$$(S_4) \rightsquigarrow \begin{cases} |A| = 24 \\ |A_1| = 9 \\ |A_2| = 9 \\ |A_3| = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9}{24} \\ x_2 = \frac{9}{24} \\ x_3 = \frac{21}{24} \end{cases}$$

$$(S_6) \rightsquigarrow \begin{cases} |A| = -9 \\ |A_1| = 17 \\ |A_2| = -23 \\ |A_3| = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -17/9 \\ x_2 = 23/9 \\ x_3 = -24/9 \end{cases}$$

EXO3:

* طريقة غوص :

(S_1) : $\begin{array}{c} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & \vdots & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 & \vdots & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & \vdots & -6 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & \vdots & -4 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \\ \\ \\ \end{array} \xrightarrow{R_2 - 3R_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & \vdots & 1 \\ 0 & -4 & -7 & -11 & \vdots & -7 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & \vdots & -6 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & \vdots & -4 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & \vdots & 1 \\ 0 & -4 & -7 & -11 & \vdots & -7 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & \vdots & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & \vdots & -5 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & \vdots & 1 \\ 0 & -4 & -7 & -11 & \vdots & -7 \\ 0 & 0 & -6{,}75 & -9{,}75 & \vdots & -9{,}75 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & \vdots & -5 \end{pmatrix}$$

$$\rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & \vdots & 1 \\ 0 & -4 & -7 & -11 & \vdots & -7 \\ 0 & 0 & -6{,}75 & -9{,}75 & \vdots & -9{,}75 \\ 0 & 0 & -0{,}75 & -6{,}75 & \vdots & -6{,}75 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & \vdots & 1 \\ 0 & -4 & -7 & -11 & \vdots & -7 \\ 0 & 0 & -6{,}75 & -9{,}75 & \vdots & -9{,}75 \\ 0 & 0 & 0 & -5{,}67 & \vdots & -5{,}67 \end{pmatrix} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_4 = 1 \\ x_3 = 0 \\ x_2 = -1 \\ x_1 = -1 \end{cases} \Rightarrow X_i = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

* (S_2)

* $(S_3) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1{,}50 \\ 1{,}50 \\ -1{,}50 \\ -2 \end{pmatrix}$

* $(S_4) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$

Ex 04 :

ايجاد قيمة λ حتى يكون للجملة حلاً وحيداً .

(S_1) : $\begin{vmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2\lambda + 2 \neq 0$

$\Rightarrow \lambda \neq -1$

$\lambda \in \mathbb{R} - \{-1\}$

(S_2) : $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 7 \neq 0$

$\lambda \in \mathbb{R}$

(S_3) : $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 3\lambda \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 0$

$\lambda \subset \mathbb{R}^*$

(S_4) : $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2\lambda + 2 \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 1$

$\lambda \in \mathbb{R} - \{1\}$