محاضرة
تنبؤ الطلب
Demand Forecasting

اعتمادا على المرجع (إدارة الإنتاج والعمليات من تأليف د. عبد الكريم محسن، د. صباح مجيد النجار)

1 مقدمة Introduction

يعرف التنبؤ بالطلب على انه محاولة لتقدير حاجة السوق من سلعة أو خدمة معينة أو مزيج من السلع خلال فترة زمنية مقبلة. كما يعرف على انه فن وعلم توقع الأحداث في المستقبل (Heizer & Renden, 99, 142). وتعد عملية التنبؤ بالطلب من النشاطات المهمة التي تسبق عملية التخطيط للطاقة الإنتاجية وتخطيط الإنتاج والتي يستخدم فيها افضل البيانات المتيسرة بغية تحليلها واتخاذ قرارات صائبة لتحقيق أهداف نظام الانتاج. وتؤثر نتائج التنبؤ في عدد غير قليل من القرارات الأخرى التي تتخذ ضمن نظام الانتاج. ومن الأمثلة على ذلك هو القرارات المتخذة بشأن خطط الانتاج الإجمالية، وتحديد مستويات الخزين، وتخطيط الاحتياجات من المواد، وجداول الإنتاج الرئيسة، وتخطيط القوة العاملة، وتحديد رأس المال اللازم لتمويل عملية الإنتاج.

وسوف نقوم في هذا الفصل باستعراض الجوانب المتعلقة بموضوع التنبؤ بالطلب وفي إطار ذلك نهدف إلى تعريف الطالب بالأساليب المتيسرة وتطبيقاتها التي يمكن تقديمها بهذا المستوى الدراسي وكيفية المفاضلة بين تلك الأساليب لاختيار افضلها.

2 اعتبارات عامة عن التنبؤ بالطلب
General Considerations Of Demand Forecasting

في معظم الحالات تنتج الشركات الصناعية نوعان من المنتجات وهما المنتجات النمطية والمنتجات غير النمطية. فالمنتجات النمطية هي تلك المنتجات التي تنتج بكميات كبيرة وبدون إن تتغير مواصفاتها وهي غالبا ما تنتج بقصد التخزين وليس للاستهلاك المباشر. كما إنها تباع إلى شريحة كبيرة من المستهلكين. ومن الأمثلة على المنتجات النمطية الأصباغ والمشروبات الغازية وأنابيب المياه. أما المنتجات غير النمطية فهي لا تنتج بقصد التخزين وإنما تنتج لتلبية طلب معين وبكميات يحددها المستهلك. وهذا يعني بان المنتجات غير النمطية لا تنتج إلا بعد حدوث طلب عليها وبمواصفات معينة. بمعنى آخر إن الطلب على هذا النوع من المنتجات ليس مستمرا. ومن الأمثلة على ذلك الملابس التي تنتج لحساب جهة معينة وابواب الألمنيوم التي تنتج لحساب متعهدي الإنشاءات والأثاث الخشبي.وتظهر أهمية التمييز بين المنتجات النمطية وغير

النمطية في اختيار أسلوب التنبؤ. فالأسلوب الذي ينجح استخدامه في تنبؤ الطلب على المنتجات النمطية قد لا ينجح في تنبؤ الطلب على المنتجات غير النمطية.

وتتمكن الشركة من تنبؤ الطلب على المنتجات غير النمطية كل على انفراد لكونها محدودة في الكمية. أما بالنسبة للمنتجات النمطية فان إجراء تنبؤ لكل منتوج على انفراد يتطلب نفقات مالية كبيرة خصوصا عندما يكون عدد المنتجات هائلا كالأدوات الاحتياطية للسيارات. فالشركات التي تنتج الأدوات الاحتياطية للسيارات تفضل حصر الأدوات في مجاميع متشابهة، كمجموعة الحشوات مثلا بغية إجراء تنبؤ بدلا من إجراء تنبؤ لكل نوع من الحشوات على انفراد لان في ذلك توفيرا للنفقات المالية.

وبما إن عملية التنبؤ تعد خطوة ضرورية تسبق عملية التخطيط للطاقة الإنتاجية ولخطط الإنتاج فان علينا إن نحدد ماذا نتنبأ؟ والكيفية التي يجري بها التنبؤ، والفترة الزمنية التي يغطيها التنبؤ. فالتنبؤ يمكن إن يشمل أشياء مختلفة كتنبؤ الموارد الطبيعية والمواد الأولية وتنبؤ الأسعار، وتنبؤ التكاليف، وتنبؤ الطلب، وتنبؤ فترات الانتظار. والشكل(3-1) يشير الى ضرورة نشاط التنبؤ للشركة ابتداءً بالمواد الاولية وانتهاءً بالمستهلك.

3 الأبعاد الزمنية للتنبؤ Time Horizons Of Forecasting

يمكن تصنيف أنواع التنبؤ من حيث الفترة الزمنية التي يغطيها التنبؤ في المستقبل إلى ثلاث مجموعات :

1 - التنبؤ قصير الأمد Short- Range Forecast: ويغطي هذا النوع مدة زمنية لا تزيد عن السنة، وتستخدم الشركات هذا النوع من التنبؤ أيضا لتغطية مدة بحدود ثلاثة اشهر وذلك لتنبؤ مشتريات الشركة، جدولة الأعمال، القوة العاملة اللازمة، ومستويات الإنتاج.

2- التنبؤ متوسط الأمد Medium- Range Forecast: وتمتد المدة الزمنية للتنبؤ من ثلاثة اشهر إلى ثلاث سنوات ويستخدم هذا النوع من التنبؤ في تخطيط المبيعات، تخطيط الإنتاج والميزانية، تخطيط الإيرادات، وتحليل مختلف خطط العمليات.

3- التنبؤ طويل الأمد Long- Term Forecast: وتمتد المدة الزمنية هنا لتغطي ثلاث سنوات أو اكثر في المستقبل ويستخدم هذا النوع من التنبؤ في المجالات التالية : التخطيط لسلع أو خدمات جديدة، اختيار موقع المعمل أو نشاطات البحث والتطوير.

ومن الجدير بالذكر إن الشركات لا يمكنها الاستغناء عن التنبؤ واتخاذ قرارات الإنتاج والطاقة مثلا بعد وقوع الطلب لان هذا التصرف ينطوي على مجازفة بمصير الشركة. لذلك تستخدم الشركات التنبؤ كمنطلق للتخطيط في العديد من نشاطاتها.

4 أنواع التنبؤ Types Of Forecasting

تستخدم الشركات عادة ثلاثة أنواع من التنبؤ لتخطيط العمليات في المستقبل وسوف نتحدث عن هذه الأنواع باختصار كما يلي:

1-**التنبؤ الاقتصادي:** ويتناول هذا النوع من التنبؤ المسائل المتعلقة بالاقتصاد على صعيد المجتمع كتنبؤ دورات العمل business cycles، التضخم النقدي، حركة السكان، حركة العمران وغيرها من المؤشرات ذات المساس بالتخطيط على الصعيد الاقتصادي.

2-**التنبؤ التكنولوجي:** ويختص هذا النوع باجراء تنبؤ للتقدم التكنولوجي في العالم والذي من شأنه إن يساعد في التخطيط لسلع أو خدمات جديدة وما يترتب على ذلك من التخطيط لاقامة معامل جديدة أو توسيع المعامل الحالية بالإضافة إلى التخطيط للموارد البشرية والمالية.

3-**تنبؤ الطلب:** ويختص هذا النوع، كما ذكرنا أنفاً، بتقدير المبيعات التي ستحققها الشركة في المستقبل. ويعد هذا النوع من التنبؤ القوة المحركة للإنتاج أو لاستغلال الطاقة، ولجدولة الأعمال، كما تستخدم نتائج التنبؤ أيضا كمدخلات لتخطيط نشاطات وظيفة التسويق، ووظيفة التمويل ووظيفة الأفراد.

إن التنبؤ الاقتصادي والتنبؤ التكنولوجي يقعان خارج إطار نشاطات مدير العمليات، لذلك سوف يتركز اهتمامنا في هذا الفصل على التنبؤ القصير المدى والمتوسط المدى.

5 خطوات التنبؤ بالطلب Steps Of Demand Forecasting

بالنظر لأهمية نشاط التنبؤ فلقد اصبح هذا النشاط مهماً في معظم الشركات. وفيما يلي نلخص خطوات التنبؤ:

1- تحديد استخدامات التنبؤ: أي تحديد القرار أو القرارات التي تتخذ بالاعتماد على نتائج التنبؤ. فمثلا يمكن إن تستخدم نتائج التنبؤ في اتخاذ قرارات الطاقة أو في تخطيط الاحتياجات من المواد اللازمة للإنتاج أو في تخطيط الاحتياجات من القوى العاملة.

2- تحديد الهدف من التنبؤ: أي هل إن التنبؤ سيجري لسلعة واحدة أو لمجموعة من السلع؟ وهل سيجري التنبؤ لمنتوج مرتفع الثمن أو منخفض الثمن ؟ فهنالك فرق بين تنبؤ الطلب على الحاسبات الإلكترونية وتنبؤ الطلب على الدبابيس.

3- تحديد المرحلة التي وصل إليها المنتوج في دورة حياته لان ذلك من شأنه إن يؤثر في اختيار الفترة التي سيغطيها التنبؤ قصير الأمد أو طويل الأمد.

4- تحديد أسلوب التنبؤ، أي هل إن الأسلوب الذي سيعتمد كمي أو نوعي او مزيج من النوعين؟ ولقد ثبت عمليا بان افضل أساليب التنبؤ هي التي تجمع بين الأساليب الكمية والخبرة الشخصية.

5- جمع البيانات اللازمة لإجراء التنبؤ من مصادر موثوقة تمهيدا لإجراء التنبؤ، ومصادر البيانات متعددة منها: سجلات مبيعات الشركات، الوسطاء، رجال البيع، مديرو الفروع، المديرون التنفيذيون...الخ

6- إجراء التنبؤ

6 أساليب التنبؤ Forecasting Methods

توصل الباحثون في مجال علم الإدارة إلى عدد كبير من الأساليب التي يمكن استخدامها لتنبؤ الطلب على السلع والخدمات في المستقبل، والجدول (3-2) يقدم تصنيفا لأهم الأساليب المتيسرة مع خصائص كل أسلوب كالبيانات اللازمة، والكلفة، والفترة التخطيطية التي يصلح لها الأسلوب ومجال التطبيق. إن استعراض جميع الأساليب المتوفرة في الأدبيات يتطلب مجالا واسعا وربما يتطلب كتابا منهجيا منفردا، لذلك سوف نتطرق في هذا الفصل إلى مجموعة من الأساليب التي تتلاءم مع قرارات التنبؤ التي يتخذها مدير العمليات في المدى القصير والمتوسط والتي تختص بتنبؤ الطلب على السلع والخدمات. وعلى هذا الأساس فان أساليب التنبؤ يمكن إن تصنف إلى مجموعتين رئيسيتين:

1- مجموعة تضم الأساليب النوعية Qualitative Method وتشمل: تقديرات رجال البيع، أسلوب لجنة الخبراء، بحوث السوق، وأسلوب دلفي.

2- مجموعة تضم الأساليب الكمية Quantitative Methods وتشمل:

أ. طرق تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis

ب. الأساليب السببية Causal Methods

1-6 الأساليب النوعية للتنبؤ Qualitative Forecasting Methods

وهي مجموعة من الطرق الموضوعية التي تستخدم للقيام بتنبؤ للطلب عندما لا تتوفر بيانات تاريخية عن الطلب كما هو الحال عند تقديم منتوج جديد للسوق، أو عند الرغبة في إجراء تنبؤات عن التغير التكنولوجي في المستقبل وتعتمد هذه الأساليب على استثمار الحكمة والتجربة التي تمتلكها الإدارة، فضلا عن مجموعة من العوامل الأخرى والمعلومات التي يمتلكها الأفراد كالحدس والخبرة الشخصية والتوقعات. وسوف نتطرق في هذا المجال إلى أربعة من اشهر الأساليب النوعية المستخدمة في الوقت الحاضر.

6-1-1 تقديرات رجال البيع Sales Force Estimates

بموجب هذه الطريقة يطالب كل واحد من رجال البيع باجراء تقدير عن حجم الطلب على المنتوج في المنطقة التي يمارس رجل البيع نشاطه فيها. بعد ذلك تجمع هذه التقديرات وتوحد على الصعيد المحلي أو الصعيد الوطني. وتمتاز هذه الطريقة بما يلي :

- دقة التنبؤات التي يجريها رجال البيع بسبب اتصالهم الدائم بالزبائن.
- إن انتشار رجال البيع في مناطق جغرافية مختلفة يسهل عملية تقسيم الطلب حسب المناطق الأمر الذي يساعد في اتخاذ قرارات الخزين والتوزيع وحجم القوة اللازمة من رجال البيع.
- تتيح هذه الطريقة إمكانية تجميع الطلب على أي مستوى ترغب به الشركة (القرى، المدن، المحافظات، المنطقة الوسطى والجنوبية والشمالية).

ومن عيوب هذه الطريقة:

- إن التنبؤ قد يتأثر بالتحيز الشخصي لرجال البيع، فالمتفائل يميل إلى إجراء تقديرات عالية للطلب،بينما المتشائم سيعمل عكس ذلك.
- عدم قدرة رجال البيع أحيانا على التمييز بين رغبات الزبائن (Wants Or Wish List) وحاجات الزبائن (Needs Or Necessary Purchase) يؤدي إلى عدم دقة التنبؤ.
- إذا كانت الشركة تستخدم المبيعات كأداة لتقويم أداء رجال البيع فمن المحتمل يام رجال البيع بتقديم تقديرات منخفضة عن حجم الطلب في المستقبل من اجل الظهور بمظهر جيد أمام الشركة عند تجاوز مبيعاتهم الفعلية التقديرات المنخفضة التي قدموها سابقا للشركة. لذلك ينبغي التحقق دائما من مدى مصداقية تقديرات رجال البيع قبل اتخاذ قرار التنبؤ.

6-1-2 أسلوب لجنة الخبراء Pannel Of Experts Method

بموجب هذا الأسلوب يجري تلخيص آراء مجموعة من الخبراء، ممن هم على درجة عالية من المعرفة بهدف الوصول إلى تنبؤ. وعادةً ما تستخدم الأساليب الكمية والإحصائية إلى جانب المعلومات التي يقدمها الخبراء عن توقعاتهم للطلب في المستقبل. ويستخدم هذا الأسلوب أحيانا، لتعديل التنبؤات التي أجريت في مواجهة ظروف استثنائية كترويج منتجات جديدة أو وقوع حدث عالمي يزعزع التنبؤات التي أجرتها الشركة. ومن عيوب هذه الطريقة هو ارتفاع الكلفة المقترنة بالتنبؤ واحتمال المبالغة أو الاستهانة بتقدير الطلب بسبب تباين الخبرات التي يمتلكها الخبراء.

6-1-3 بحوث السوق Market Research

تعرف بحوث السوق على أنها مدخلاً نظمياً لصياغة واختبار فرضيات عن السوق، أو هي إحدى الوسائل التي تساعد إدارة العمليات في استقصاء معلومات عن خطط الشراء المستقبلية للمستهلكين. ولا تتوقف فائدة بحوث السوق عن معرفة خطط الشراء للأفراد، بل توفر معلومات مهمة تفيد في التخطيط وفي تصميم منتجات جديدة. إن إجراء بحث للسوق يتطلب القيام بالخطوات الاتية :

-تصميم استبانة لجمع البيانات اللازمة (الدخل، العمر، الجنس .....الخ) عن المستهلكين.
-تقرير الكيفية التي ستدار بموجبها الاستبانة (بالهاتف، بالبريد، بالمقابلة الشخصية).
-اختيار عينة ممثلة لمجتمع البحث.
-تحليل نتائج الاستبانة.

وتعد بحوث السوق مفيدة جدا للحصول على تنبؤات في المدى القصير والمتوسط والطويل ولكن دقتها تكون اكثر في المدى القصير ومن عيوب هذه الطريقة هي: ارتفاع الكلفة، طول الوقت بين إدارة الاستبانة والحصول على الإجابات وتحليلها.

6-1-4 طريقة دلفي The Delphi Method

تعرف طريقة دلفي على إنها عملية الحصول على اتفاق بين آراء مجموعة من الخبراء حول تنبؤ إحدى الحوادث (Events) في المستقبل مع المحافظة على سرية هوية كل عضو من أعضاء المجموعة. وهذا يعني إن كل عضو في المجموعة لا يعرف أعضاء اللجنة أو الذين يجري اختيارهم بسرية تامة وربما من بلدان مختلفة لتفادي التحيز عند تقديم آرائهم. يتطلب إجراء تنبؤ بهذه الطريقة ثلاثة أنواع من المشاركين:

- متخذو القرار يتراوح عددهم بين (5-10) أفراد يتولون اتخاذ قرار التنبؤ.
- مجموعة من الأفراد تساعد متخذي القرار في إعداد سلسلة من الاستبانات وتوزيعها على أعضاء اللجنة السرية وجمع النتائج وتلخيصها وتقديمها لمتخذي القرار.
- الخبراء، وهم الأفراد الذين يتسلمون الاستبانة ويجيبون عليها وتعد إجاباتهم مدخلات لمتخذي القرار تمهيداً لإجراء التنبؤ.

تتلخص عملية الحصول على الاتفاق بين آراء الخبراء بالخطوات الاتية:

1. ترسل الاستبانة إلى أعضاء اللجنة بشكل سري (وتسمى بالجولة الأولى).
2. تجمع الاستبانة وتحلل وتلخص آراء الخبراء ويشار للنقاط الحرجة التي أثيرت حول الموضوع وتصاغ على شكل تقرير.
3. ترسل استبانة جديدة مع التقرير إلى الخبراء من جديد (الجولة الثانية).
4. تجمع الاستبانة من جديد وتكرر الخطوة الثانية.
5. ترسل الاستبانة مع التقرير إلى الخبراء (الجولة الثالثة)، وهكذا.

وتعاد هذه العملية إلى أن يحصل اتفاق (Consensus) بين آراء جميع الخبراء. وتشير الخبرة العملية إلى أن اتفاق بين آراء الخبراء يحصل بين جولتين إلى أربع جولات من تاريخ ادارة الاستبانة.

ومن مزايا هذه الطريقة إنها مفيدة جدا في إجراء تنبؤات للتكنولوجيا، ومن عيوبها إنها مكلفة جدا وقد تستغرق وقتا طويلا يمتد إلى خمس سنوات مما يجعل التنبؤات التي تقدم عديمة الجدوى بسبب القفزات التكنولوجيّة التي تحدث أثناء فترة تنفيذ هذه الطريقة.

6-2 أساليب تنبؤ الطلب الكمية Qantitative Demand Forecasting Methods

6-2-1 تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis

أشرنا سابقا إلى أن السلسلة الزمنية تمثل مجموعة من المشاهدات مرتبة زمنيا حسب تسلسل وقوعها ، وان السلسلة الزمنية ربما تنطوي على واحد أو اكثر من العناصر التالية: المتوسط، الاتجاه، الأثر الموسمي، الأثر الدوري، والعوامل العشوائية، وربما الارتباط الذاتي أيضا. ويهدف تحليل السلاسل الزمنية إلى تحديد وعزل كل واحد من العناصر السابقة. وعلى هذا الأساس فان التنبؤ لمدة معينة يعبر عنه كدالة للعوامل السابقة وكالآتي:

$$Y=T*C*S*R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}1)$$

حيث أن: Y = التنبؤ لفترة مقبلة، T = الاتجاه، C = الأثر الدوري،

S = الأثر الموسمي، R = المتغيرات العشوائية

ومن الناحية العملية، فانه بالإمكان حساب الاتجاه والمتوسط والعوامل الموسمية بسهولة، أما تحديد قيمة الأثر الدوري فهي عملية صعبة، كما ذكرنا سابقا، فضلا عن أنها لا تظهر في المدى القريب والمتوسط للتنبؤ. لذلك فان اهتمامنا سوف يتركز هنا على حساب المتوسط، والعوامل الموسمية، والاتجاه.

6-2-1-1 أسلوب المتوسطات المتحركة البسيطة

Simple Moving Average Method

وهو من إحدى الطرائق المستخدمة في تحديد الاتجاه في السلسلة، ويعد أيضا من ابسط الأساليب الكمية المستخدمة في تنبؤ الطلب على المنتجات.

وبموجب هذا الأسلوب فان تنبؤ الطلب لفترة مقبلة يساوي مجموع الطلب لعدد معين من الفترات الماضية مقسوما على عدد تلك الفترات. فلو أردنا إعداد تنبؤ باستخدام أربع فترات ماضية فينبغي إيجاد مجموع الطلب لتلك الفترات وقسمة المجموع على أربعة. والقاعدة الآتية تبين كيفية حساب المتوسط المتحرك

$$MA_t = \frac{\sum_{k=1}^{n} D_{t-k}}{N} \quad \text{.....(3-2)}$$

حيث ان :

MA_t = المتوسط المتحرك للفترة المقبلة t

n = مجموع الفترات

K = مؤشر الفترات ($K \in R$ ..... 3، 2، 1 = K)

N = طول المتوسط (t > N)

D_{t-k} = الطلب الحقيقي للفترة t-k

والمثال التالي يوضح كيفية تطبيق هذا الاسلوب:

مثال(3-1):

البيانات الآتية تبين الطلب الذي تحقق على المصابيح الكهربائية لشركة النور للأشهر ك/2 إلى ك/1 لعام 2000 والمطلوب إجراء تنبؤ للأشهر 5-12 باستخدام متوسط متحرك طوله 4 اشهر.

الشهر	الطلب(1000)	متوسط متحرك طوله 4 فترات
1	25	
2	30	
3	32	
4	40	
5	48	32 = 4 ÷ (25+30+32+40)
6	58	38 = 4 ÷ (30+32+40+48)
7	65	45 = 4 ÷ (32+40+48+58)
8	75	53 = 4 ÷ (40+48+58+65)
9	70	62 = 4 ÷ (48+58+65+75)
10	45	67 = 4 ÷ (58+65+75+70)
11	40	64 = 4 ÷ (65+75+70+45)
12	35	58 = 4 ÷ (75+70+45+40)

بما إن المتوسط المتحرك طوله 4 فترات، فان التنبؤات التي نحصل عيها تبدأ اعتبارا من الشهر الخامس وكما يلي:

$$MA_5 = \frac{D_4 + D_3 + D_2 + D_1}{4}$$

$$= \frac{40 + 32 + 36 + 25}{4} = \frac{127}{4} = 32$$

أي ان تنبؤ الطلب للشهر الخامس يبلغ 32000 وحدة. وبعد مرور الشهر الخامس ومعرفة المبيعات المتحققة، فان التنبؤ للشهرالسادس يمكن أجراءه بنفس القاعدة السابقة وذلك بالاعتماد على إحدث أربعة بيانات متوفرة، أي إن المتوسط المتحرك سيأخذ بالاعتبار الشهر الخامس والرابع والثالث والثاني ويستبعد الشهر الأول من الاعتبار وكما يلي:

$$MA_6 = \frac{D_5 + D_4 + D_3 + D_2}{4}$$

$$= \frac{48 + 40 + 32 + 30}{4} = 38$$

وهكذا، فكلما تتقدم فترة واحدة يجري إسقاط فترة واحدة من الماضي ولهذا السبب تطلق تسمية المتوسطات المتحركة على هذا الأسلوب.

وتفترض هذه الطريقة أن الطلب مستقر نوعا ما وانه لا ينطوي على عوامل موسمية. ومن مزايا هذه الطريقة إنها سهلة الفهم والتطبيق ولا تتطلب بيانات كثيرة عن الماضي. ومن عيوب هذا الأسلوب هو إن نتائج التنبؤ تعتمد على طول المتوسط. لذلك ينبغي اختيار فترة زمنية مناسبه لحساب التنبؤ. ومن المعروف انه كلما طالت فترة المتوسط كلما ساعد ذلك على إزالة اثر العوامل العشوائية. ويمكن مشاهدة اثر طول الفترة الزمنية على نتائج المتوسط المتحرك من البيانات التي تظهر في الجدول (3-3) والشكل (3-5).

ومن عيوب هذا الأسلوب أيضا انه يتطلب الاحتفاظ بجميع البيانات عن الماضي مما يؤدي إلى ارتفاع تكاليف حفظ واسترجاع البيانات سواء يدويا أم بالحاسوب. وبالإضافة إلى ما تقدم فان هذا الأسلوب يعطي نفس الوزن أو الأهمية لجميع البيانات التي تدخل في حساب التنبؤ. والوزن أو الأهمية هو واحد مقسوما على طول الفترة الزمنية. فالوزن النسبي لكل مشاهدة في مثالنا السابق كان 0.25. ولتذليل هذه المشكلة فانه بالإمكان تغيير الأوزان النسبية أو أهمية كل مشاهدة حسب ما تمليه الخبرة الشخصية عن الطلب في الماضي على إن يكون مجموع الأوزان مساويا إلى واحد (لماذا؟). فمثلاً إذا أعطيت أوزان عالية للمشاهدات القريبة جدا للمستقبل فذلك يعني إن تنبو الطلب يتأثر بشكل مباشر بما حدث في الماضي القريب. ويحسب المتوسط المتحرك الموزون بالقاعدة الاتية:

$$WMA_t = \frac{\Sigma(W_k)(D_k)}{\Sigma W_k} \quad \text{.....(3-3)}$$

حيث إن:

WMA_t = المتوسط المتحرك الموزون للفترة t

W_k = الوزن النسبي للفترة k،

D_k = الطلب الحقيقي للفترة k

الجدول (3-3): نتائج التنبؤ باستخدام متوسطين متحركين مختلفين

الأسبوع	الطلب	التنبؤ	
		متوسط متحرك 4 فترات	متوسط متحرك فترتان
1	125	–	–
2	148	–	–
3	155	–	137
4	138	–	152
5	128	142	147
6	142	142	133
7	152	141	135
8	156	140	147
9	140	145	154
10	122	148	148
11	108	143	131
12	100	132	115
13	144	118	104
14	175	119	122
15	173	132	160

مثال (3-2):

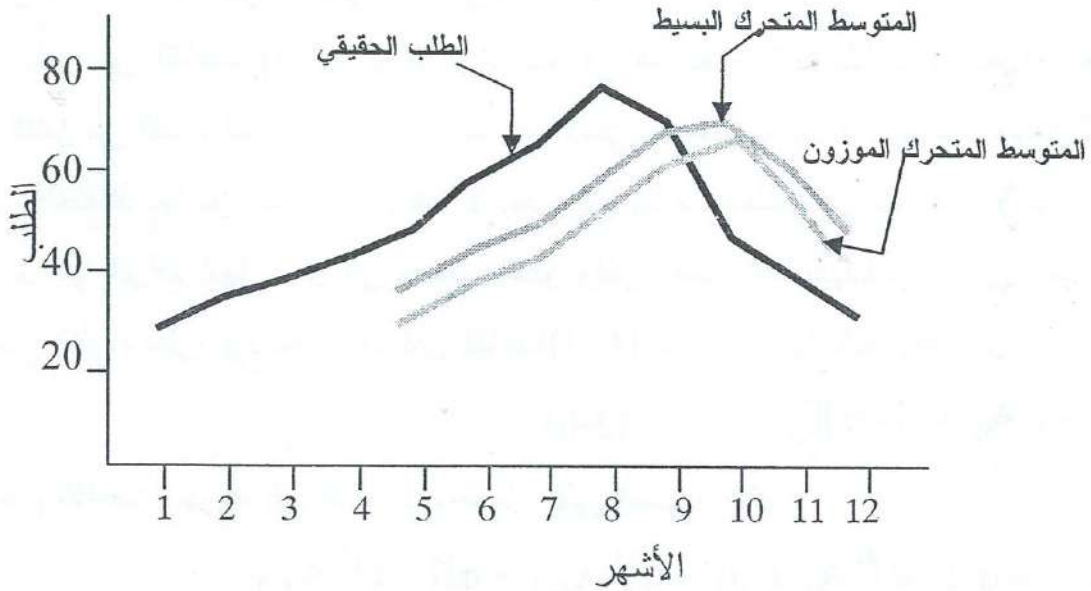
استخدم بيانات الطلب المبينة في مثال (3-1) لإجراء تنبؤ للطلب للأشهر 5-12 باستخدام الأوزان التالية:

الأوزان	تطبيق الوزن
4	الشهر السابق
3	قبل شهرين
2	قبل ثلاثة اشهر
1	قبل أربعة اشهر
10	مجموع الأوزان

6-2-1-2 أسلوب التسريح الأسي البسيط

Simple Exponential Smoothing Method

إن أسلوب التسريح الاسي البسيط هو نوع من المتوسطات المتحركة ويستخدم بكثرة في تنبؤ الطلب على المنتجات والخزين ويطبق بكفاءة عالية باستخدام الحاسوب وذلك لقلة البيانات الماضية التي يتطلبها هذا الأسلوب. وتكتب القاعدة العامة لهذا الأسلوب كما يأتي:



الشكل (3 – 6) مقارنة التنبؤ الحقيقي مع أسلوب المتوسط المتحرك البسيط والموزون

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1}) \quad \ldots\ldots\ldots (3\text{-}4)$$

حيث إن:

F_t = التنبؤ للفترة t

F_{t-1} = التنبؤ للفترة الماضية

A_{t-1} = الطلب الحقيقي للفترة الماضية

α = ثابت التسريح الاسي

ويلاحظ في القاعدة السابقة إن تنبؤ الطلب لفترة معينة يتمثل في التنبؤ للفترة الماضية مضافا إليه تصحيح الاختلاف بين الطلب والتنبؤ اللذين حدثا في الفترة الماضية. ويستخدم ثابت التسريح الاسي (α) في تحديد شدة التصحيح، أي:

$$\alpha(A_{t-1} - F_{t-1})$$

فلو كان الطلب الحقيقي اكبر من التنبؤ فان تصحيح الاختلاف سيكون موجبا ، ويكون تصحيح الاختلاف مساويا إلى صفر عند تساوي الطلب مع التنبؤ، وسالبا إذا كان الطلب اقل من التنبؤ. وتتراوح قيمة (α) بين 05. – 50. في التطبيقات الإدارية للتنبؤ. وبالإمكان زيادة قيمة

(α) لتعطي أهمية اكبر لبيانات الطلب الحديثة، أو تخفيض قيمة (α) لتعطي أهمية اكبر للبيانات الماضية.

ويمكن أيضا تقدير (α) بالقاعدة التالية:

$$\alpha = \frac{2}{N+1} \quad \text{.....(3-5)}$$

حيث إن N = عدد الفترات التي سنجري لها التنبؤ

ويظهر من القاعدة (3-4) انه لإجراء تنبؤ في المستقبل لا يلزمنا سوى معرفة الطلب الحقيقي والتنبؤ في الفترة الماضية وثابت التسريح الاسي (α). ويمتاز هذا الأسلوب بقلة البيانات التي يجب الاحتفاظ بها عن الماضي، وهذا لا يعني بان بيانات الطلب في الماضي لا تؤخذ بنظر الاعتبار، بل في الواقع إنها تدخل في حساب التنبؤ ولكن أهمية تلك البيانات تتلاشى كلما امتدت إلى الماضي اكثر واكثر. ولاثبات ذلك فان القاعدة(3-4) يمكن كتابتها بالطريقة الآتية:

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1-\alpha)F_t \quad \text{.....(3-6)}$$

وبتطبيق هذه القاعدة رجوعاً إلى الماضي نحصل على الصيغة الاتية:

$$F_{t+1} = \alpha(1-\alpha)^0 A_t + \alpha(1-\alpha)^1 A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-1}$$
$$+ \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-2} \ldots + \alpha(1-\alpha)^n F_{t-n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}7)$$

فلو فرضنا إن قيمة (α) في القاعدة (3-7) هي 10% فان الوزن الاسي لثلاث فترات ماضية للطلب الحقيقي يحسب كما يلي:

الوزن الأسي للفترة الحالية $= (0.10)(1 - .10)^0 = 0.10$

والوزن الأسي بالرجوع فترة واحدة للماضي $= (.10)(1 - .10)^1 = .09$

والوزن الأسي بالرجوع فترتين للماضي $= (.10)(1 - .10)^2 = 0.081$

والوزن الأسي بالرجوع ثلاث فترات للماضي $= (.10)(1 - .10)^3 = 0.0729$

ويلاحظ مما سبق إن الفترة الحالية تحظى بوزن أسي اكبر من أي فترة أخرى وان أهمية بيانات الطلب تتناقص تدريجيا كلما عدنا إلى الماضي.

ولتطبيق أسلوب التسريح الاسي البسيط نفترض إن تنبؤ الطلب لأحد المنتجات في الشهر الثامن بلغ 150 وحدة وان الطلب الحقيقي لذلك الشهر قد بلغ 170 وحدة ، فأن تنبؤ الطلب للشهر التاسع باستخدام ثابت تسريح أسي مقداره 0.10 يحسب بقاعدة (3-4) كالآتي:

$$F_9 = F_8 + \alpha(A_8 - F_8)$$
$$= 150 + 0.10\ (170 - 150)$$
$$= 150 + 2$$
$$= 152 \quad \text{وحدة}$$

مثال (3-3):

البيانات التالية تبين الطلب الشهري على أحد أنواع الأسمدة الكيماوية، التي تنتجها شركة المشراق، حسب وقوعها في عام 2000، علماً إن تنبؤ الطلب للشهر الأول قد بلغ 135طن. فما هو تنبؤ الطلب للأشهر التالية باستخدام ثابت تسريح آسي (α) مقداره 0.20 ؟

الطلب الشهري على الأسمدة الكيماوية

الشهر	1	2	3	4	5	6
الطلب(طن)	117	111	118	134	122	103
الشهر	7	8	9	10	11	12
الطلب (طن)	118	121	119	113	122	109

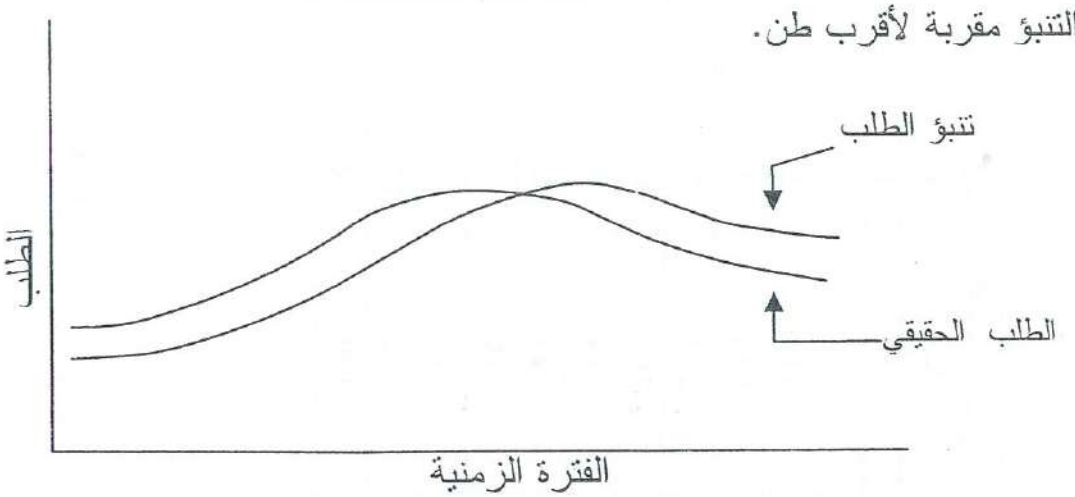
وبتطبيق قاعدة (3-4) يمكن الحصول على النتائج التي تظهر في الجدول (3-5).

ومن الواضح إن أسلوب التسريح الاسي البسيط يمتاز ببساطته وقلة العمليات الحسابية، وقلة البيانات المطلوبة لإجراء التنبؤ. ومن عيوب هذا الأسلوب هو إن نتائج التنبؤ تعتمد بالدرجة الأولى على قدرتنا في اختيار القيمة المناسبة لثابت التسريح الاسي(α). وبالإضافة إلى ذلك فان هذا الأسلوب لا يواكب الآثار الموسمية التي تطرأ على الطلب في أوانها، وإنما يتطلب وقتا طويلا نسبيا وكما يظهر في الشكل (3-7). وعلى الرغم من هذه العيوب فان هذا الأسلوب يلاقي نجاحاً كبيرا في التطبيق العملي.

الجدول (3-5): نتائج التنبؤ بالطلب لمثال (3-3)

الشهر	الطلب (طن) A_t	تنبؤ الطلب للفترة t $F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1})$
1	117	135
2	111	131
3	118	127
4	134	125
5	122	126
6	103	126
7	118	121
8	121	120
9	119	120
10	113	120
11	122	119
12	109	120

نتائج التنبؤ مقربة لأقرب طن.



الشكل (3 – 7): تأخر أسلوب التسريح الأسي البسيط في مواكبة العوامل الموسمية

Sourse: Richard B. Chase and Nicholas J. Acquilano, Production and Operutions management Illinois: IRWIN Inc, 1981, P.74.

6-2-1-4 أسلوب خط الاتجاه Trend Line Method

يعد هذا الأسلوب من الأساليب الشائعة الاستخدام في تنبؤ الطلب علـــى المنتجـــات. وتفترض هذه الطريقة إن الطلب على المنتجات يتغير (يزيد أو ينقص) بمرور الزمن، وان ما حدث للطلب في الماضي يمكن إن يتكرر في المستقبل.وتستخدم معادلة خط الاتجاه العـــام لتقدير الطلب في المستقبل. ويعبر عن هذه المعادلة بالصيغة الاتية:

$$Y = a + bX \ldots\ldots\ldots (3\text{-}9)$$

حيث إن:

Y = تنبؤ الطلب.

X = الفترة الزمنية $X = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots N \in R$

a = ثابت

b = منحنى المعادلة أو درجة ميل المعادلة (أو الزيادة التي تطرأ على Y بزيادة وحدة واحدة من x)

ويتم حساب ثوابت معادلة (3-9) باستخدام البيانات المتوفرة عن السلسلة الزمنية بحيث إذا ما رسمت هذه المعادلة فوق نفس البيانات كما في الشكل (3-9) فان الشـــروط التاليـــة ســـوف تتحقق: أ – إن مجموع الانحرافات العمودية بين أي نقطة على الرسم والنقطة التي تقابلها علـــى خط الاتجاه يساوي صفراً. ب ــ إن مجموع مربع الانحرافات العمودية بين أي نقطة على الرسم والنقطة المقترنة بها على خط الاتجاه يكون اصغر ما يمكن. ج ــ وان خط الاتجاه يمـــر فـــي الوسط الحسابي للبيانات.

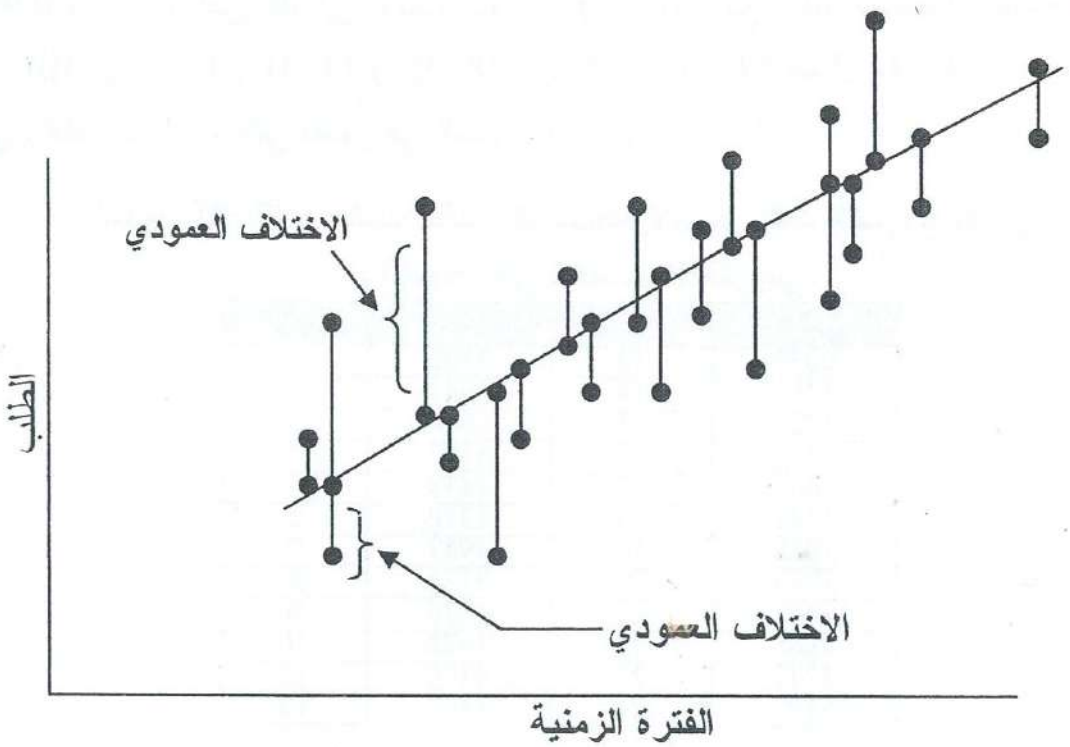
وعلى افتراض إن معادلة الاتجاه ذات صيغة خطية، فان ثوابت معادلة خط الاتجاه تحسب عن طريق حل المعادلتين الطبيعيتين (Normal Equations) التاليتين بطريقة آنية :

$$\Sigma Y = na + b\Sigma x \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}10)$$

$$\Sigma XY = a\Sigma x + b\Sigma x^2 \ldots\ldots\ldots (3\text{-}11)$$

حيث إن: n = عدد المشاهدات في السلسلة الزمنية

ولحل المعادلتين السابقتين فإننا نجد الوسط الفرضي للمتغير (X) أولا، ثم نقوم بطرح قيمة الوسط الفرضي من قيم المتغير (X) وجمع النتائج فيكون حاصل جمع الفرق مساويا إلـــى صفر. وبجعل $\sum X = 0$ في معادلتي (3-10) (3-11) نحصل على الصيغة التالية:



الشكل (3-9): تطابق معادلة خط الاتجاه فوق مجموعة من المشاهدات

$$\sum Y = na + b(0)$$

$$\sum XY = a(0) + b\sum x^2$$

ثم نحصل على:

$$\sum Y = na \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}12)$$

$$\sum XY = b\sum x^2 \quad \ldots\ldots\ldots (3\text{-}13) \quad \text{او}$$

$$a = \frac{\sum Y}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}14) \quad \text{و}$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}15)$$

والمثال التالي يوضح كيفية تطبيق هذه الطريقة:

مثال (3-5):

الجدول التالي يبين الطلب على إطارات السيارات من قياس 175×13 لدى شركة الديوانية لإنتاج الإطارات للإعوام 1989-1999 والمطلوب إعداد معادلة خط الاتجاه وتنبؤ الطلب لعام 2000 و 2001.

السنة	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
الطلب (1000)	20	30	60	100	80	70	120	140	140	180	190

الحـــل

1- نقوم بترقيم السنوات من 89-99وكما يظهر في الجدول (3-9) عمود (2).

2- نجد قيمة الوسط الفرضي (أو المركز)للسلسلة X بالقاعدة الاتية:

$$C_x = \frac{n+1}{2} \quad \text{.....(3-16)}$$

وفي مثالنا هذا فان C_X يحسب كالآتي:

$$C_x = \frac{11+1}{2} = 6$$

أي إن مركز السلسلة x هو الفترة السادسة

3- تطرح من رقم كل سنة قيمة الوسط الفرضي فنحصل على النتائج المبينة في الجدول (3-8) عمود (3).

4- نعوض القيم التي حصلنا عليها من الجدول (3-9) في معادلتي (3-10) و(3-11) فنحصل على قيمة a, b كالاتي:

$$a = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{1130}{11} = 103 \approx \text{(تقريباً)}$$

$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{1810}{110} = 16 \quad \text{(تقريباً)}$$

وعلى هذا الأساس فان معادلة التنبؤ لمثالنا تكتب بالصيغة الاتية : $Y=103+16X$

وبما إن السنة 2000 والسنة 2001 ستحصلان على رقم 12و13على التوالي في السلسلة X فان تنبؤ الطلب لسنة 2000 يحسب كالآتي:

$$Y_{12} = 103 + 16\,X$$

$$Y_{12} = 103 + 16\,(6)$$

= 199 or 199000 لأن الطلب بالآلاف

الجدول (3-9) :نتائج التحليل لطريقة خط الاتجاه لمثال (3-5)

(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
X^2	XY	الطلب Y	X	رقم السنة	السنة
25	-100	20	-5	1	89
16	-120	30	-4	2	90
9	-180	60	-3	3	91
4	-200	100	-2	4	92
1	-80	80	-1	5	93
0	0	70	0	C_X =6	94
1	120	120	1	7	95
4	280	140	2	8	96
9	420	140	3	9	97
16	720	180	4	10	98
25	950	190	5	11	99
ΣX^2 =110	ΣXY =1810	ΣY =1130	ΣX=0	المجموع	

إن الرقم 6 الذي حل محل X لا يشير إلى مركز السلسلة X، وإنما يشير إلى عدد السنوات التي تفرق بين سنة 2000 ومركز السلسلةx الذي يقابل سنة 1994 أي (6 = 1994 - 2000) أو (6 = 6 - 12). وبالنسبة لعام 2001 فان هذا الفرق يبلغ (7) أي (7 = 6 - 13).

أما التنبؤ لسنة 2001 فانه يبلغ:

$$Y_{13} = 103 + 16(7)$$
$$= 215$$

أو 215000 لأن الطلب بالآلاف

ويمتاز هذا الأسلوب بأنه يأخذ جميع المشاهدات بنظر الاعتبار عند استخراج ثوابت المعادلة الأمر الذي يقلل من اثر العوامل العشوائية. ويعاب عليه بأنه يتطلب مجهوداً حسابياً مطولاً، فضلا عن أنه يعطي نفس الوزن أو الأهمية لجميع المشاهدات كما انه غير قادر على تحسس الآثار الموسمية التي تؤثر في الطلب.

6-2-2 الأساليب السببية Causal Methods

6-2-2-1 الانحدار الخطي Linear Regression

تعد الأساليب السببية من اكثر طرق التنبؤ بالطلب فعالية. وتستخدم هذه الطريقة عندما تتوفر معلومات كثيرة عن العلاقة بين الطلب ومجموعة من العوامل الداخلية والخارجية (كالتي ذكرت في الجدول (3-1) التي يمكن إن تؤثر بالطلب. وتفترض هذه الطريقة إن الطلب يحدث بسبب واحد أو اكثر من المتغيرات. ويطلق على الطلب تسمية " المتغير التابع Dependent Variable " أما العامل أو العوامل التي تسبب الطلب فتطلق عليها تسمية " العوامل المستقلة Independent Variables ". وتستخدم معادلة (3-9) لوصف العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل(x)** والآخر تابع (Y):

$$Y = a + bx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}9)$$

أما الثابتان a و b فانهما يحسبان بطريقة المربعات الصغرى Least Squares Method وذلك كما يلي:

$$b = \frac{\Sigma xy - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}21)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}22)$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}23)$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}24)$$

والمثال التالي يوضح كيفية تطبيق هذه الطريقة:

مثال (3-7):

تقوم شركة بغداد للصناعات الكهربائية بإنتاج العوازل الحرارية الأنبوبية قطر 5مم. ومن خلال مبيعات السنوات الماضية لوحظ بان هناك علاقة بين نفقات الإعلان والطلب وكما في الجدول التالي:

(*) النتائج مقربة

(**) المتغير المستقل يمكن إن يكون أيضا الوقت (time) لذلك بالامكان استخدام هذه الطريقة لحل مثالي (3-5) و (3-6).

مصاريف الإعلان (1000) دينار	500	260	180	200	400
الطلب السنوي (1000) وحدة	132	58	82	50	110

المطلوب/

استخدام أسلوب الانحدار الخطي لتقدير المبيعات السنوية إذا حددت الشركة مصاريف الإعلان السنوي بـ 310000 دينار.

الحل:

من الواضح إن الطلب (Y) هو المتغير التابع وان مصاريف الإعلان (x) هي المتغير المستقل ولإيجاد ثوابت معادلة خط الانحدار نتبع الخطوات الاتية:

1. تمهيداً لحساب قيمة الثابتين b و a فإننا نقوم باجراء التحليل المبين في الجدول الاتي:

نفقات الإعلان (1000) X	الطلب (Y)	XY	X^2	Y^2
500	132	66000	250000	17424
260	58	15080	67600	3364
180	80	14400	32400	6400
200	50	10000	40000	2500
400	110	44000	160000	12100
المجموع 1540	430	**149480**	550000	41788

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{1540}{5} : 308$$

$$\overline{Y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{430}{5} = 86$$

2. نحسب قيمة الثوابت b و a وذلك باستخدام معادلتي (3-21) و (3-22) كالآتي:

$$b = \frac{\Sigma xy - n\,\overline{x}\,\overline{y}}{\Sigma x^2 - n\overline{x}^{\,2}}$$

$$= \frac{149480 - (5)(308)(86)}{550000 - (5)(308)^2} = \frac{17040}{75680} = 0.23$$

$$a = 86 - (0.23)(308)$$

$$= 15.16$$

وعليه فان معادلة خط الانحدار التي تصف العلاقة بين مصاريف الاعلان والطلب هي:

$$Y = 15.16 + 0.23X$$

3. بما إن الشركة قد خصصت 310000 دينار كنفقات للإعلان فان المبيعات المتوقعة تحسب كالآتي:

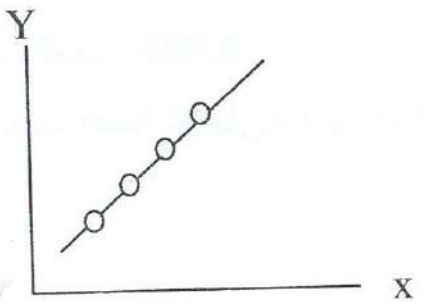
$$y_{310} = 15.16 + (0.23)(310)$$

$$= 86.46$$

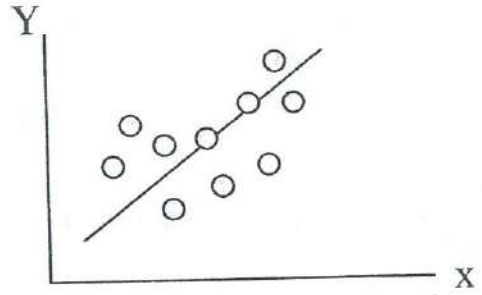
أو 86460 وحدة (لان المبيعات بالالوف).

معامل الارتباط Coefficient of Correlation

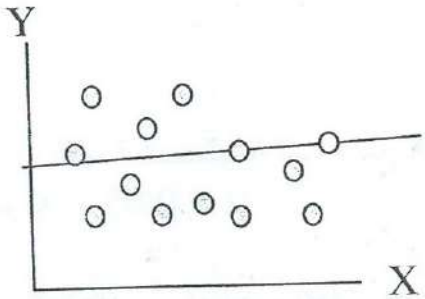
سبقت الاشارة الى إن الانحدار الخطي هو إحدى الطرائق التي تستخدم لوصف العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل (x) والآخر تابع (Y). ولتقويم قوة العلاقة بين هذين المتغيرين ينبغي حساب معامل الارتباط. ويعرف معامل الارتباط على انه مقياس لتوضيح قوة العلاقة بين متغيرين، وتتراوح قيمة هذا المعامل بين +1 إلى −1 فاذا كانت قيمة معامل الارتباط بين متغيرين تساوي +1 فان ذلك يشير الى وجود علاقة تامة موجبة بينهما، اما اذا كانت قيمة معامل الارتباط −1 فان ذلك يشير الى وجود علاقة تامة سالبة بين المتغيرين. وعندما تكون قيمة معامل الارتباط مساوية الى صفر فذلك يعني انعدام وجود الارتباط بين المتغيرين. والشكل (3-12) يصور القيم المختلفة لمعامل الارتباط. ويحسب معامل الارتباط بالمعادلة (3-25).



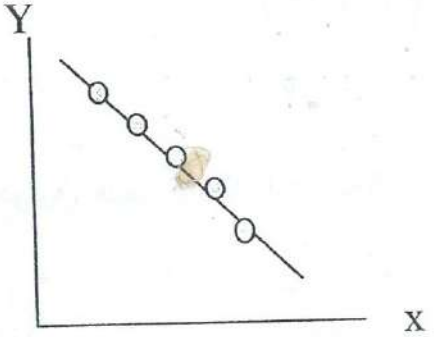
(أ) ارتباط تام موجب (r = +1)



(ب) ارتباط موجب (0<r<+1)



(ج) انعدام الارتباط (r = 0)



(د) ارتباط سالب تام (r = −1)

الشكل (3-12) تصوير القيم المختلفة لمعامل الارتباط

$$r = \frac{n\Sigma\Sigma x - \Sigma x \Sigma y}{\sqrt{\left[n\Sigma\Sigma^2 - (\Sigma x)^2\right]\left[n\Sigma\Sigma^2 - (\Sigma y)^2\right]}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}25)$$

وبتعويض نتائج التحليل لمثال (3-7) في المعادلة السابقة تحسب قيمة معامل الارتباط كالآتي:

$$r = \frac{(5)(149480) - (1540)(430)}{\sqrt{\left[(5)(550000) - (1540)^2\right]\left[(5)(41788) - (430)^2\right]}}$$

$$= \frac{85200}{\sqrt{[378400]\,[24040]}} = \frac{85200}{95377}$$

$$= 0.89$$

نستنتج من ذلك إن العلاقة بين الطلب ونفقات الإعلان قوية.

وبالإمكان التحقق من معنوية (significance) هذه العلاقة وذلك باجراء اختبار المعنوية الـذي نوضحه بالخطوات التالية:

1- نحدد مستوى معنوية significance level وليكن مثلا 0.05

2- باستخدام جداول إحصائية، كجدول (3-11)، معدة خصيصا لهذا الغرض نبحث عن القيمة الجدولية المقترنة بـ n = 5 وبمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ وفي هذا المثال فان هذه القيمة =0.900

3- نحسب القيمة المعيارية t لـ r بالقاعدة التالية:

$$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}26)$$

$$= (0.89)\sqrt{\frac{5-2}{1-(.89)^2}}$$

$$= 3.380$$

4- نقارن القيمة المحسوبة لـ t مع القيمة الجدولية، فنجد أن 0.9 < 3.380 عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

نستنتج بان العلاقة بين الطلب ونفقات الإعلان علاقة حقيقية وليست مصادفة، والعكس بالعكس.

الجدول (3-11): * القيم الجدولية لاختبار معامل الارتباط لعينات مختلفة

حجم العينة n	مستوى المعنوية (اختيار طرف واحد)	
	0.05	0.01
4	1.000	
5	0.900	1.000
6	0.829	0.943
7	0.714	0.893
8	0.643	0.833
9	0.600	0.783
10	0.564	0.746
12	0.506	0.712
14	0.456	0.645
16	0.425	0.601
18	0.399	0.564
20	0.377	0.534
22	0.359	0.508
24	0.343	0.485
26	0.329	0.465
28	0.317	0.448
30	0.306	0.432

* Adoptd from: Clark, Charles T. and Lawrece L. Schkade, Statistical Analysis For Adminirtratrative Decisions, South-Western Publishing Co., NY, 1974, p.555.

6-2-2-2 الانحدار المتعدد Multiple Regression

يعد الانحدار المتعدد امتداداً عملياً للانحدار الخطي الذي اشير إليه قبل قليل. وبموجب تحليل الانحدار المتعدد نتمكن من بناء نموذج يضم اكثر من متغيرين. فلو فرضنا إن المبيعات في المثال السابق لها علاقة بنفقات الإعلان وبسعر البيع فان معادلة الانحدار المتعدد تكتب بالصيغة الاتية: $Y = a + b_1x_1 + b_2x_2$ ... ... (3-27)

حيث إن: a = ثابت

b1 ، b2 = مقدار الزيادة في Y نتيجة زيادة وحدة واحدة من x_1 و x_2 على التوالي

x_1 ، x_2 = قيمة المتغيران المستقلان

اما قيمة الثوابت a، b_1، b_2 فانها تحسب بمعالجة المعادلات الطبيعية الاتية:

$$\Sigma Y = na + b_1\Sigma x_1 + b_2\Sigma x_2 \quad \ldots\ldots(3\text{-}28)$$

$$\Sigma x_1 Y = a\Sigma x_1 + b_1\Sigma x_1^2 + b_2 x_1\Sigma x_2 \quad \ldots\ldots(3\text{-}29)$$

$$\Sigma x_2 Y = b\Sigma x_2 + b_1\Sigma x_1 x_2 + b_2\Sigma x_2^2 \quad \ldots\ldots(3\text{-}30)$$

والمثال التالي يوضح كيفية تطبيق هذه الطريقة:

مثال (3-8):

لاحظت إحدى الشركات المنتجة للعطور بان الطلب على أحد أنواع عطورها Y يتأثر بالكميات المطروحة للسوق من نوعين آخرين من العطور هما X1 و X2. وقد توفرت البيانات التالية عن هذه المنتجات:

الشهر / المنتج	1	2	3	4	5	6	7
Y	3.1	2.6	2.9	2.7	2.8	3.0	3.2
X1	3.9	3.6	3.8	3.9	3.7	3.9	3.8
X2	2.4	2.1	2.3	1.9	1.9	2.1	2.4

المبيعات بالالوف

والمطلوب /

استخدام أسلوب الانحدار المتعدد لتنبؤ الطلب على المنتج Y إذا قررت الشركة طرح كميات مقدارها 4100 و 2500 من المنتوجين X1 وX2 على التوالي خلال الشهر الثامن.

الحل:

تمهيدا لإيجاد قيمة ثوابت معادلة (3-27) ينبغي حل المعادلات الطبيعية الثلاث بطريقة آنية باتباع الخطوات الاتية:

1-نجري تحليلا للبيانات المتوفرة عن المنتجات الثلاثة , وتظهر خلاصة التحليل كالآتي:

الشهر	1 7
المنتوج Y	$\sum Y = 20.3$
المنتوج X_1	$\sum X_1 = 26.6$
المنتوج X_2	$\sum X_2 = 15.1$
X_1Y	$\sum X_1 Y = 77.22$
X_2Y	$\sum X_2 Y = 44$
X_1X_2	$\sum X_1 X_2 = 57.41$
X_1^2	$\Sigma X_1^2 = 101.16$
X_2^2	$\Sigma X_2^2 = 32.85$

2- نعوض هذه القيم في المعادلات الطبيعية الثلاث فنحصل على الصيغة الاتية:

$$20.3 = 7a + 26.6\, b_1 + 15.1\, b_2$$
$$77.22 = 26.6a + 101.16\, b_1 + 57.41\, b_2$$
$$44.0 = 15.1\, a + 57.41\, b_1 + 32.85\, b_2$$

3- بحل المعادلات السابقة بطريقة آنية نحصل على قيم a، و b_1، b_2 كالآتي:

$$a = -1.39563$$
$$b_1 = 0.74614$$
$$b_2 = 0.67696$$

وصيغة معادلة الانحدار المتعدد لهذه المسالة هي :

$$Y = -1.39563 + 0.74614x_1 + 0.67696X_2$$

4- نعوض كمية الإنتاج من x_1 وx_2 اللتين ستطرحان للسوق خلال الشهر الثامن فنحصل على تنبؤ المبيعات من Y كالآتي :

$$Y = -1.39563 + 0.74614(4.1) + 0.67696\,(2.5)$$
$$= 3.35$$

او 3350 وحدة (لان المبيعات بالالوف)

و بالإمكان حساب معامل الارتباط بين المتغيرات Y و X_1 ، ثم Y و X_2 وإجراء اختبارات المعنوية. ويتمكن الطالب من الرجوع إلى كتب الإحصاء المتقدمة للتعرف على الطرائق العلمية المستخدمة في حساب معامل الارتباط المتعدد وكيفية إجراء اختبارات المعنوية.