وزارة التعليم العـالي و البحث العلـمي
جامعة أكلي محند أولحاج * البويرة *
كلية العلوم الإقتصادية ، التجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

عنــوان المطبوعة:

محاضرات في الإقتصاد الجزئي

- دروس و تمارين محلولة -

من إعداد :

د/ طويطي مصطفى

السنة الجامعيـــــة 2013-2014

يقول العماد الأصفهاني :

إني رأيت أنه لا يكتب إنسانا كتابا في يومه إلا وقال في غده لو غير هذا لكان أحسن ، ولو زيد كذا لكان يستحسن ، ولو قدم هذا لكان أفضل ، ولو ترك هذا لكان أجمل ، وهذا عظيم الصبر وهو دليل على إستيلاء النقص على جملة البشر

الفهرست

الفهرست

الفهرس V-I

المقدمة 02

الفصل الأول :

الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية

I- مفهوم علم الإقتصاد 04

II- النشاط الإقتصادي 05

III- المشكلة الإقتصادية 06

III-1. تعريف المشكلة الإقتصادية 07

III-2. الخصائص المشكلة الإقتصادية..... 07

III-3. وسائل الإشباع الإقتصادية 08

IV – علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى 11

الفصل الثاني :

نظريتي الطلب و العرض و تطبيقاتهما

I- نظرية الطلب..... 14

I–1. تعريف الطلب 14

I–2. محددات الطلب 14

I–3. دالة الطلب 16

I–4. قانون الطلب 18

I–5. الطلب السوقي 19

I–6. مرونة الطلب 19

II– نظرية العرض 23

II–1. تعريف العرض 23

II–2. محددات العرض 24

II–3. دالة العرض 24

II–4. قانون العرض 25

II–5. إنتقال منحنى العرض 25
II–6. العرض السوقي 27
II–7. مرونة العرض 27
III- تمارين محلولة لنظريتي الطلب و العرض 28
III-1. صياغة التمارين 28
III-2. الحلول النموذجية للتمارين 30
IV – تطبيقات على توازن السوق 40
IV–1. اشتقاق سعر التوازن (تحديد سعر التوازن بيانيا) 40
IV– 2. تحديد سعر التوازن رياضيا 41
IV–3. آليات الحكومة في التأثير على توازن السوق 42
V – تمارين محلولة لتطبيقات التوازن السوقي 50
V-1. صياغة التمارين 50
V-2. الحلول النموذجية للتمارين 52

الفصل الثالث :

تحليل سلوك المستهلك الرشيد

I – نظرية المنفعة القياسية 71
I–1. مفهوم المنفعة 71
I–1-1. المنفعة الكلية 71
I–1-2. المنفعة الحدية 72
I-2. توازن المستهلك 73
I-2-1. توازن المستهلك في حالة سلعة واحدة 73
I-2-2. توازن المستهلك في حالة أكثر من سلعة واحدة..... 74
I-2-3. توازن المستهلك في حالة تعدد السلع بإستخدام طريقة لاغرانج 77
II- تمارين محلولة لنظرية المنفعة القياسية 81
II-1. صياغة التمارين 81
II-2. الحلول النموذجية للتمارين 83
III – نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء) 94

III–1- منحنيات السواء 94
III–1-1. تعريف منحنى السواء 94
III–1-2. خريطة السواء 94
III–1-3. خصائص منحنيات السواء 95
III–2- قيد الميزانية (خط الميزانية) وتوازن المستهلك 98
III–2-1. خط الميزانية 98
III–2-2. توازن المستهلك 100
III–3. دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية 102
III–3-1. أثر الدخل 102
III–3-2. أثر السعر..... 104
III–3-3. أثر الإحلال 107
IV- تمارين محلولة لنظرية المنفعة الترتيبية 111
IV-1. صياغة التمارين 111
IV-2. الحلول النموذجية للتمارين 113

الفصل الرابع :

تحليل سلـــــوك المنتـــــج

I- تعريف الإنتاج 128
II- دالة الإنتاج 128
II-1- الناتج الكلي 128
II-2- الناتج المتوسط 128
II-3- الناتج الحدي 1129
III- تحليل دالة الإنتاج في المدى القصير 132
IV- تحليل دالة الإنتاج في المدى الطويل..... 132
IV-1- قانون غلة الحجم 132
IV-2- توازن المنتج 132
IV-2-1- منحنى الناتج المتساوي 133
IV-2-2- خرائط الناتج المتساوي 133
IV-2-3- المعدل الحدي للإحلال الفني ($TMST_{K,L}$) 133

IV-2-4- خط التكاليف المتساوية..... 134
IV-3- مرونة الإنتاج 139
V – تمارين محلولة لتحليل سلوك المنتج 141
I-1. صياغة التمارين 141
I-2. الحلول النموذجية للتمارين 152

الفصل الخامس :

نماذج إمتحانات لسداسيات سابقة بجامعة البويرة مع الحلول

I- موضوع إمتحان السداسي الأول دفعة 2014/2013 153
II- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الأول دفعة 2014/2013 155
III- موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2014/2013 160
IV- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الثاني دفعة 2014/2013 161
V- موضوع الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2014/2013 165
VI- الحل النموذجي للإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2014/2013 166
VII- موضوع إمتحان السداسي الأول دفعة 2013/2012 170
VIII- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الأول دفعة 2013/2012 171
IX- موضوع إمتحان الأعمال موجهة للسداسي الثاني دفعة 2013/2012 175
X- الحل النموذجي لإمتحان الأعمال موجهة للسداسي الثاني دفعة 2013/2012 176
XI- موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2013/2012 176
XII- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الثاني دفعة 2013/2012 180
XIII- موضوع الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2013/2012 184
XIV- الحل النموذجي للإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2013/2012 185
XV- الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2012/2011 188
XVI- موضوع إمتحان الأعمال الموجهة للسداسي الثاني دفعة 2012/2011 189
XVII- موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2012/2011 190

قائمة المراجـــــــــع 192

المقدمـــــة

المقدمـــــة :

يعتبر مقياس الإقتصاد الجزئي من المقاييس الضرورية التي يتوجب علـــى كـــل طالـــب(ة) أن يلـــم بمفاهيمـــه ومصطلحاته الأساسية التي تمكنه من محاولة فهم و تفسير الظواهر الاقتصادية من خلال إستخدام أدوات عملية في تحليل سلوك الوحدات الإقتصادية و المشاكل التي تواجههم ، وذلك من خلال مجموعة من المواضيع المتكاملة فيما بينها ، على الرغم من أن البعض منها يفترض أن يكون لطالب(ة) خلفية مسبقة حوله وذلك حـــتى يتســـنى لـــه الإستعاب الجيد للمواضيع المطروحة ، كتلك المتعلقة بالمبادئ الأساسية لعلم الإقتصاد كونه يتعلق بشكل مباشـــر بحياة الفرد ، حيث يمكنه من الطرق و الأليات التي تساعده في التنسيق بين إمكانياته و حاجياته المتعددة و غـــير المحدودة ، فالفرد قد يكون مستهلكا أو منتجا كما قد يكون مستثمرا أو ممثلا لهيئة حكومية في دولة ، إلى جانب ضرورة التحكم في المسائل الرياضية والعلاقات الجبيرية و البيانية .

وبناءا عليه فقد إشتملت هذه المطبوعة على خمسة فصول تمثل جوهر النظرية الإقتصادية الجزئية ، وتؤكد هذه الفصول على المنطق والطرق التي تشكل العمود الفقري لنظرية الإقتصاد الجزئي ، مما يوفر فرصة ملاحظة الكيفية التي يمكن بها إستخدام مختلف أدوات وأساليب تحليل المسائل ، لذلك فقد عملنا على أن يحتوي كل فصل علـــى مجموعة مختلفة من الحالات التطبيقية مع تقديم حلول نموذجية ، إلى جانب هذا فقد تم تخصيص فصـــل ســـادس يتعرض إلى الإمتحانات التي سبق تقديمها للطلبة في دفعات سابقة مرفقة بحلول نموذجية الهدف منها هو إطلاعهم على كيفية طرح الأسئلة المتعلقة بهذا المقايس و منهجية الإجابة عليها .

الفصل الأول : الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية

I- مفهوم علم الإقتصاد

II- النشاط الإقتصادي

III- المشكلة الإقتصادية

IV – علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى

الفصل الأول

الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية

تظهر المشكلة الإقتصادية في أي مجتمع من مجتمعات البشرية عند ممارسه العمليات الخاصة بإستخدام الموارد المتاحة بهدف إشباع الحاجات البشرية غير المحدودة ، لهذا يقوم علم الإقتصاد على دراستها بإستخدام النظريات و الأسس الإقتصادية المتعددة لإشباع أكبر قدر ممكن من الحاجات و الرغبات الإنسانية بإستخدام الموارد الإقتصادية المتوفرة و التي يتميز وجودها بالندرة ، وبالتالي يقوم الإقتصاديون بتطبيق النظريات و الأسس الإقتصادية على مستويين مختلفين إحداهما وحدوي و الأخر كلي ، وعليه فعلم الإقتصاد يقسم إلى أقسام منها الإقتصاد الوحدوي أو الجزئي و الإقتصاد الكلي ، وكلاهما ضروري للدراسة الإقتصادية ، حيث يحاول الإقتصاد الجزئي دراسة و تحليل سلوك وحدات إقتصادية فردية كالمستهلك و العوامل المحددة لطلبه على سلعة أو خدمة ما ، المنتج و العوامل المحددة للكمية التي يقوم بإنتاجها وبيعها ، المؤسسة وسلوك المؤسسة تجاه العمالة ، التكاليف الإنتاج و الإيرادات المحققة من خلالها ، توازن السوق و ما إلى ذلك ، في حين يهتم الإقتصاد الكلي بدراسة سلوك مجموعات ككل كإقتصاد دولة معينة أو دراسة القطاعات المختلفة المكونة للإقتصاد مثال ذلك دراسة القطاع الإستهلاكي والذي يتضمن المستهلكين ككل ، أو بدراسة القطاع الحكومي ، أو قطاع المنتجين إلى غير ذلك ، وبالتالي فهو يركز بشكل أساسي على ظواهر إقتصادية كلية كالمستوى العام للأسعار ، معدل التضخم ، نسبة البطالة ، النمو الإقتصادي ، التنمية ، مستويات الإستثمار وما إلى ذلك .

I – مفهوم علم الإقتصاد : يهتم علم الإقتصاد بدراسة السلوك الإقتصادي للأفراد و المجتمعات كالإنتاج و الإستهلاك و الإدخار و تبادل السلع و الخدمات ، وبالتالي فهو يتصل بكل جوانب الحياة و يتميز بالعمومية و الإحاطة ، كما أنه ينتمي إلى العلوم الإجتماعية كعلم الإجتماع و علم النفس وعلم السياسة و الحقوق ..إلخ.

وبذلك فإن **علم الإقتصاد يعرف على أنه** : أحد فروع العلوم الإجتماعية الذي يدرس السلوك الفردي و/ أو الجماعي من ناحية محاولة تخصيص الموارد المتاحة النادرة وذات الإستعمالات البديلة بين الإحتياجات الإنسانية المتعددة وكيفية تحقيق ذلك عن طريق إجراء عمليات التبادل في السوق .

كما يعرفه ساموبلسون بول " بأنه دراسة كيفية اختيار الأفراد أو المجتمع استخدام الموارد المنتجة في انتاج مختلف البضائع عبر الزمن ، ومن ثم توزيعها على الإستهلاك الحالي و المقبل وبين مختلف الأفراد و الجماعات في المجتمع" ، وبشكل عام فإن علم الإقتصاد هوذلك العلم الإجتماعي الذي يهنم بمشكلة ادارة أو استعمال الموارد النادرة أو المحدودة بشكل يسمح بالحصول على أقصى أو أكبر اشباع لحاجات المجتمع اللامتناهية .

وبناءا عليه فإن علم الإقتصاد يختص بدراسة المسائل المتعلق بـــ:

- ماهي السلع و الخدمات التي ينتجها المجتمع ، بمعنى ما هي السلع و الخدمات التي ينبغي على المجتمع أن ينتجها وفقا لموارده الإقتصادية المتاحة و التي تتميز بالندرة النسبية الأمر الذي يقتضي المفاضلة بين الإستخدامات البديلة من خلال أليات السوق ؛
- بأي طريقة يتم الإنتاج فهناك طرق إنتاجية متعددة كأن تكون بـــ:
  - طرق إنتاجية كثيفة العمالة ؛
  - طرق إنتاجية كثيفة رأس المال ؛
  - طرق إنتاجية كثيفة التكنولوجيا .

- كيفية توزيع الإنتاج بين أفراد المجتمع من السلع و الخدمات بين عناصر الإنتاج المشاركة في العملية الإنتاجية (العمل ، رأس المال ، مالك الأرض ، المنظم) ؛

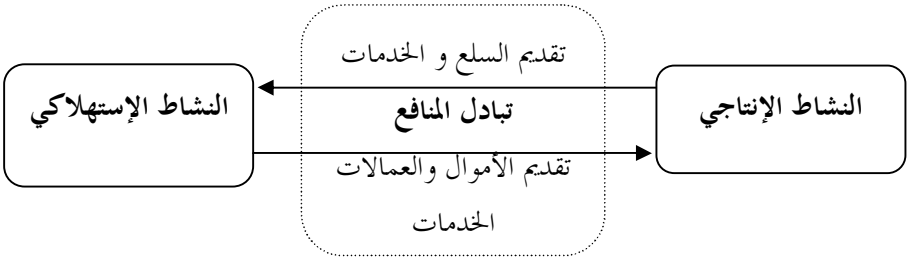
- ما مدى الكفاءة التي تستخدم بها الموارد الإقتصادية ، أي ما إذا كان الإنتاج يتم بطريقة كفئة ويوزع أيضا بكفاءة .

II – النشاط الإقتصادي : يتمثل في عمليات تخصيص الموارد المتاحة لثلاثة عمليات أساسية :الإنتاج ، الإستهلاك و التبادل ، و التي يقصد بكل منها بـــ :-

- **الإنتاج :** هو إعداد و موائمة الموارد المتاحة لإشباع الرغبات البشرية وذلك بتغيير نوعيتها المادية و الكمياوية أو الحيوية لتحويلها إلى الصورة التي تحقق الإشباع و يشمل الإنتاج كذلك التغيير المكاني كالنقل أو الزماني كالتخزين لتلك الموارد .
- **الإستهلاك :** يعنى الإستخدام المباشر للموارد الإقتصادية في صورتها الجديدة لإشباع الرغبات .
- **التبادل :** هو إنتقال الموارد بين الوحدات الإقتصادية التي تقوم بإتخاذ القرارات الإقتصادية وهذه الوحدات قد تكون وحدات إنتاجية أو وحدات إستهلاكية أو وحدات ضابطة ومراقبة لمختلف الأنشطة الإقتصادية ، كما قد تكون إستهلاكية و إنتاجية في أن واحد .

ويمكن توضيح العلاقة بين الأنشطة الإقتصادية من خلال الشكل التالي :

الشكل رقم (01) : النشاط الإقتصادي



المصدر: من إعداد الباحث

إذا كان الغرض من عملية الإنتاج تحقيق الإستهلاك فإن الإنتاج يشترط أولا وجود الحاجة إلى الإستهلاك ، مما يعني وجود حاجات ورغبات استهلاكية معينة ، والإنسان بصورة عامة لا يقدم على إنتاج أي شيء ما لم يدرك مسبقا وجود الحاجة إلى استهلاك هذا الشيء ، إذن يمكن القول أن الغرض من جميع المنتجات و الخدمات هو تلبية الاستهلاك .

وبالتالي فإن إنتاج السلعة و/أو الخدمة يتطلب وجود أربعة عناصر أساسية تدعى بعناصر الإنتاج تتمثل في :

1- رأس المال : هو عبارة عن جميع ما أنتجه الإنسان و يسهم في إنتاج السلع والخدمات كالمعدات ، الألآت والأجهزة المستخدمة في العملية الإنتاجية ، وبذلك فإن عنصر رأس المال سيحصل على مقدار نقدي يسمى العائد مقابل مساهمته في العملية الإنتاجية .

2- العمل : يمثل المجهود الإنساني سواء الجسماني أو الذهني الذي يساهم في إنتاج السلع أوتقديم الخدمات، حيث يشمل كل من العمالة المستخدمة في العملية الإنتاجية وكذلك مستوى تدريب العمالة أو الوقت الزمني المستغرق في سبيل إنتاج تلك السلعة أو الخدمة ، وبهذا فإن عنصر العمل يحصل على أجر نظير مساهمته في العملية الإنتاجية.

3- الأرض : يقصد بها جميع الموارد الطبيعية المتواجد على سطح الأرض وما في باطنها من مصادر طبيعية يمكن إستخدامها لإنتاج السلع والخدمات ، كالمعادن والأحجار والأراضي المستخدمة في الزراعة والصناعة والسكن إلى غير ذلك ، وبهذا فإن المبلغ المقتطع لهذا العنصر (ما يحصل عليه صاحب الأرض) يسمى بالريع نظير مساهمته في العملية الإنتاجية .

4- المنظم : يتمثل في الشخص الذي يقوم بعملية تنظيم عمل عناصر الإنتاج الأخرى ، وذلك باستخدام المهارات الفنية والإدارية المتوفرة لديه في سبيل إنتاج السلعة أو الخدمة ، حيث سيحصل المنظم على جزء أو نسبة من الأرباح لقاء مساهمته في إدارة و تنظيم العملية الإنتاجية .

III – المشكلة الإقتصادية : يواجه الفرد العديد من الحاجات والرغبات التي يصعب إحصائها أو الإلمام بعددها ، فعلى سبيل المثال هل تستطيع الآن أن تعدد جميع السلع والخدمات المختلفة التي ترغب في الحصول عليها ؟ فلنفترض أن شخصا ما قام بإعطائك قائمة تتضمن ثلاث سلع فقط يرغب في اقتنائها وتضم هذه القائمة : سيارة، منزل ، جهاز حاسب آلي ، إلا أن كل من هذه الاختيارات الثلاثة تؤدي إلى المزيد من الاختيارات والرغبات أيضا ، فالسيارة مثلا تتطلب اختيار الشخص لنوع و لون وحجم السيارة إضافة إلى مواصفات أخرى كثيرة ، أما بالنسبة للاختيار الثاني فإن المنزل يولد العديد من الاختيارات والرغبات المتعددة كالمساحة و الموقع و الحجم وعدد الغرف و نوعية الأثاث وما إلى ذلك ، وبإمكانك الآن تطبيق ذلك على الاختيار الثالث ، وبصورة عامة فإن الرغبات والحاجات الإنسانية تعتبر رغبات غير محدودة .

III-1- تعريف المشكلة الإقتصادية : تعرف على أنها ندرة الموارد المتاحة في مقابلة الإحتياجات الإنسانية المتعددة و اللانهائية ، والتي ينتج عنهما مشكلة الإختيار بمعنى ما الإحتياجات و الرغبات التي يختار إشباعها من بين جميع إحتياجاته ضمن موارده المتاحة ، وبذلك فإنه يتوجب عليه التضحية بحاجات ورغبات على حساب أخرى.

III-2- خصائص المشكلة الإقتصادية : إن علم الاقتصاد يقوم بدراسة المشكلة الاقتصادية ويحاول استخدام النظريات والأسس الاقتصادية المتعددة لإشباع أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات الإنسانية باستخدام الموارد الاقتصادية المتوفرة والتي يتميز وجودها بالندرة ، الإختيار و التضحية .

أولا- الندرة : يقصد بها الندرة النسبية وليست المطلقة ، فالموارد متوفرة (وسائل الإشباع) إلا أنه بالنظر إلى زيادة الرغبات فإن هذه الموارد تصبح نادرة بالنسبة للرغبة فيها وهذا جوهر المشكلة الإقتصادية .

إن أهم ما يميز عناصر الإنتاج هو عدم توفرها بشكل كافي بحيث تمكننا من إنتاج جميع السلع والخدمات التي نقوم بطلبها ، فعناصر الإنتاج أو الموارد موجودة بشكل وبكميات نادرة مقارنة مع حجم وعدد الرغبات والحاجات الإنسانية غير المحدودة ، فالندرة هي الصفة المميزة للسلع الإقتصادية وأن الدليل على ندرة هذه السلع هو ضرورة بذل الجهد و المال من أجل الحصول عليها .

ثانيا- الإختيار : كثيرا ما يصاحب ندرة وسائل إشباع الحاجات وندرة الموارد الإقتصادية الإختيار في إستعمال الموارد النادرة ، وبالتالي فمشكلة الندرة هي التي تدفعنا إلى عملية الاختيار من بين البدائل المختلفة ، فعندما لا يستطيع شخص معين من الحصول على جميع رغباته وحاجاته غير المحدودة ، فإنه يضطر هنا إلى عملية اللجوء إلى الاختيار من عديد البدائل ، فمثلا قد يضطر الفرد إلى اقتناء منزل بدلا من حصوله على سيارة وبهذا فإن عملية اختيار سلعة أو خدمة ما تتضمن في نفس الوقت القيام بتضحية تتمثل في عدم اقتناء سلع أو خدمات أخرى.

ثالثا- التضحية : إن تواجد الموارد النادرة ذات الإستعمالات البديلة نحو استعمال معين بقصد إشباع حاجة معينة يعني التضحية بإشباع الحاجات الأخرى ، فإذا استخدم شخص كل الموارد لحصول على سلعة أو خدمة معينة يكون قد ضحى بسلعة أو خدمة أخرى ، ومن تم فإن هذه التضحية تسمى بتكلفة الفرصة البديلة و التي يقصد بها تكلفة القيام بإختيار معين ، فالطالب الذي قرر الدخول إلى الجامعة و إكمال مشواره التعليمي لديه تكلفة فرصة بديلة تتمثل في الاختيارات الأخرى التي لم يقم بها كعدم حصوله على وظيفة ذات مردود مادي في حين أن الطالب الذي قرر عدم دخول الجامعة كانت تكلفة الفرصة البديلة لديه في عدم حصوله على وظيفة مرموقة مثلا.

نتيجة للمشكلة الاقتصادية، فإن علم الاقتصاد يهدف إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات غير المحدودة باستخدام أقل كمية ممكنة من الموارد الاقتصادية النادرة ، وهذا يدفعنا بالطبع إلى تحديد الأولويـــات عن طريق الإجابة على الأسئلة الاقتصادية التالية :-

- **ماذا ننتج** : ويتعلق هذا السؤال حول أي من السلع يتطلب علينا القيام بإنتاجها خاصة وأن مشكلة الندرة تحتم علينا ذلك، حيث أنه لا يمكن أن ننتج جميع السلع والخدمات التي يرغب جميع الأفراد في الحصول عليها ، وبالتالي فإننا نواجه مشكلتي الاختيار و التضحية ؛
- **كيف ننتج** : يطالبنا هذا السؤال بضرورة إيجاد الطريقة الأفضل التي من خلالها نستطيع إنتاج أكبر كمية من السلع والخدمات بأقل تكلفة ممكنة ، إضافة إلى تقليل هدر الموارد النادرة خلال عملية الإنتاج ؛
- **لمن ننتج** : ويركز هذا السؤال كذلك على ضرورة إشباع أكبر قدر ممكن من الحاجات والرغبات غير المحدودة لأكبر شريحة من الأفراد في الاقتصاد ، فبسبب مشكلة الندرة قد يكون إشباع حاجات ورغبات شريحة معينة على حساب إشباع حاجات ورغبات شريحة أخرى .

III-3- وسائل الإشباع الإقتصادية : إن دراسة علم الإقتصاد بجوانبه المختلفة يعتمد على فكرة أساسية مفادها لو أن الإنسان يحصل على كل ما يريده لما توقف عن طلب سلع أو خدمات أخرى ، وبالتالي كلما تحققت له رغبة تجده يطلب أخرى وأخرى غيرهما إلى غير ذلك ، فمثلا الفرد منا يرغب في وظيفة مرموقة ، ويرغب في منزل ملائم ، ويريد سيارة فاخرة ، ويتمنى شراء ملابس أنيقة كما يتطلع للسفر و النزهة هذا فضلا عن كونه يأمل في الحصول على مستوى معقول من التعليم و الثقافة والرعاية الصحية ، وأشياء وحاجيات أخرى يصعب حصرها ولا يمكن وضع مجال لحصرها .

لهذا فالسؤال الرئيسي هنا يتمثل في ، هل من الممكن إشباع كل الرغبات دفعة واحدة ؟

إن محاولة الإجابة على هذا السؤال تضعنا أمام حقيقتين مهمتين أساسيتين هما :

- الرغبات الإنسانية المراد إشباعها متعدد وغير محدودة ؛
- الموارد المتاحة لإشباع الرغبات الإنسانية محدودة .

III-3-1- الحاجات و الرغبات الإقتصادية : تعرف **الحاجة** بأنها رغبة الإنسان في الحصول على وسائل لازمة لوجده أو للمحافظة عليه أو لتقدمه دون أن يلزم لقيامها أن يكون الإنسان حائزا لتلك الوسائل و لكنها تفترض معرف الإنسان بالغاية التي يسعى أليها وبالوسائل التي تسمح بتحقيق تلك الغاية ، ومن ثم فإن للحاجة بمختلف أشكالها ثلاثة عناصر تتمثل فالآتي :-

- الشعور بالحرمان أو الإحساس بالألم كالجوع أو العطش مثلا ؛
- معرفة الوسيلة لإطفاء هذا الحرمان أو الألم ؛
- الرغبة في إستخدام هذه الوسيلة لإزالة الشعور أو الإحساس .

وليس كل حاجة تدخل في موضوع علم الإقتصاد ، فالحاجة إلى النوم أو إلى الراحة ليست حاجات اقتصادية والإقتصادي لا يهتم بالحاجة ذاتها و إنما يهتم بنتائجها الإقتصادية .

أما بالنسبة للمقصود **بالرغبة** فإنها تتمثل في الشعور بالحرمان المصحوب بدافع معين لدى الفرد في الحصول على وسائل الإشباع المختلفة لإزالة هذا الحرمان ، حيث قد تكون هذه الرغبة إما فطرية تولد مع الإنسان ويحتاجها تلقائيا كالرغبة في الغداء و الشرب و الملبس ...إلخ ، و إما مكتسبة تتطور وتظهر و تختلف مع نمو الإنسان وتتغير بتغير ظروفه كالرغبة في الحصول على مختلف السلع و الخدمات الكمالية ، ويقوم الفرد بإستهلاك تلك السلع أو الخدمات التي تشبع لديه حاجة أو رغبة معينة و التي تحقق له منفعة إقتصادية .

كما تتميز الحاجات والرغبات الإقتصادية بعدد من الخصائص التي تمكن الفرد من القضاء على الشعور و الإحساس بالحرمان منها :-

- **التعدد و التنافسية :** إن الحاجة الواحدة لها وسائل متعددة لإشباعها ، بمعنى أن هناك أمكانية الإحلال للإشباع عندما لا يقدر الفرد على توفير وسيلة الإشباع كأن يكون سعرها مرتفع و دخله محدود مما يدفع به إلى الإختيار من بين البدائل الممكنة و المتاحة ، فالرغبة في شرب القهوة قد تتنافس مع شرب الشاي ، والرغبة في العمل مثلا تتنافس مع الرغبة في الحصول على وقت إضافي للراحة ، أيضا الرغبة في برمجة رحلة لقضاء العطلة الصيفية قد يتنافس مع الرغبة في شراء سيارة أو تغيير القديمة ؛
- **التكامل :** هناك رغبات لا يمكن إشباعها إلى بتواجد رغبات أخرى تشكل معا إشباع رغبة أخرى متكاملة ، أو أن إشباع رغبة لا يحدث إلا بإشباع رغبة أخرى ، فالرغبة في شرب القهوة قد لا تشبع إلا بوجود مقدار محدد من السكر أو بإضافة كمية معينة من الحليب ؛
- **قابليتها للتعدد :** تتعدد الحاجات و الرغبات مع التقدم الزمني والتطور التكنولوجي ، فهناك سيل من السلع الجديدة التي لا يمكن حصرها ، حيث أن ظهورها في البداية يكون محدود لإرتفاع سعرها لكن مع مرور الوقت يتم التوسع في الإنتاج وبالتالي ينخفض السعر إلى أن تنتشر وتصبح متاحة لجميع المحتاجين لها جديدة
- **القابلية للإشباع :** تشبع الرغبة بمجرد إستعمال السلعة أو الخدمة المعنية مباشرة أو باستهلاكها لعدة مرات ، فقد يقف الفرد عند حد معين من الإشباع بينما يستمر أخرون لفترة أطول حتى يحصل على الإشباع المطلوب ؛
- **نسبية الإشباع :** تتصف الرغبات بالنسبية لكونها تختلف من فرد لأخر و من المكان لأخر ومن زمن لأخر ، فالرغبة في الملابس الصوفية قد تكون أكثر إلحاحا في البلدان البارد منها في الحارة ، وفي فصل الشتاء أكثر منها في الصيف .

III-3-2- الموارد الإقتصادية : إن القدرة على إشباع الحاجات و الرغبات الإنسانية المتزايدة و اللانهائية تتطلب توفر المصادر والوسائل الكفيلة بتحقيق ذلك ، لهذا فإن الموارد التي تمكن من إزالة الإحساس بالحرمان تتمثل في السلع و الخدمات المختلفة ، لهذا فالموارد قد تكون في شكل مادي ملموس يمكن توصيفه كميا أوكيفيا فنطلق عليها عموما السلع كالمواد الغذائية ، الملابس ، الأدوية إلى غير ذلك ، ومنها ما يكون في شكل غير مادي و غير ملموس وهذا مايعرف بالخدمات كالنقل ، الصحة ، التعليم و الإتصالات الهاتفية ....إلخ .

- **السلع الإقتصادية والسلع الحرة :**

- **السلع الإقتصادية** : هي تلك التي لا توجد في الطبيعة إلا بكميات محدودة بالنسبة للرغبة فيها ، ويخصص في سبيل إنتاجها قدر معين من الموارد ؛
- **السلع الحرة** : فهي تلك السلع لتي توجد في الطيسعة بكميات كبيرة و لا يبذل الإنسان ، أي جهد في سبيل الحصول عليها ، كما لا يخصص لإنتاجها أي قدر من الموارد كالهواء مثلا .

- **السلع الضرورية والسلع الكمالية :**

- **السلع الضرورية** : هي تلك السلع التي تشبع رغبات الإنسان البيولوجية ، كالطعام والشراب والملبس ؛
- **السلع الكمالية :** فهي السلع التي يرى غالبية الناس أن الحاجة إليها على أدنى درجة من الإلحاح والأهمية؛

كما نشير إلى أن التفرقة بين ما هو ضروري و ما هو كمالي ليست بالأمر السهل ، حيث أن ما هو كمالي لشخص قد يكون ضروري لأخر و العكس صحيح ، بل إن ما يكون كماليا للشخص نفسه في وقت معين قد يصبح ضروريا في وقت أخر .

- **السلع العادية والسلع الدنيا :**

- **السلع العادية:** هي السلع التي يزيد الطلب عليها كلما زاد دخل المستهلك أو قل سعرها ، ويقل الطلب عليها عندما يقل دخل المستهلك أو يرتفع سعرها .
- **السلع الدنيا(الرديئة):** فهي تمثل السلع التي تشبع رغبة إنسانية مباشرة و لكنها على درجة منخفضة من الجودة يقل إقبال الفرد عليها عندما يرتفع دخله ليتحول إلى استهلاك سلعة أخرى أكثر جودة .

- **السلع الفانية و السلع المعمرة :**

- **السلع الفانية** : تتمثل في السلع التي تستهلك فور تقديمها للإستهلاك ، إذ تستنفد قدرتها الإشباعية بمجرد إستعمالها مرة واحدة كالمواد الغذائية مثلا .
- **السلع المعمرة :** فهي السلع التي تحقق سلسلة من الإشباعات دون أن تفقد قدرتها الإشباعية دفعة واحدة إنما تدريجيا بتعدد الإستعمال أو بعامل الزمن كالملابس ، الألات و المعدات .

- **السلع المكملة و السلع البديلة :**

- **السلع المكملة:** هي السلع التي لا تستخدم إحداها إلا بوجود الأخرى لإشباع رغبة معينة كالهاتف النقال و الشريحة ، الورق و القلم ، الكهرباء و التلفاز و محول القنوات ؛
- **السلع البديلة:** فهي السلع التي يمكن إحلال إحدها محل الأخرى لإشباع رغبة معينة كاللحوم البيضاء و الحمراء و الأسماك ، الشاي و القهوة .

- **السلع الاستهلاكية و السلع الرأسمالية :**

- **السلع الاستهلاكية** : هي السلع التي تنتج بغرض الاستهلاك النهائي ، أو هي التي تشبع الرغبة الإنسانية مباشرة دون إجراء عمليات تحويلية عليها كالملابس و الغداء ؛
- **السلع الرأسمالية :** هي السلع التي لا يمكن استخدمها مباشرة في إشباع الرغبات الإنسانية إنما بطريق غير مباشرة كالألات و المعدات المختلفة .

IV – علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى : يرتبط علم الإقتصاد بعدة علوم نتعرض لأهمها فيما يلي :-

1- علاقة علم الإقتصاد بعلم السياسة : هناك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد وعلم السياسة وهو ما يعرف بمصطلح الإقتصاد السياسي ، حيث أن معظم المشاكل الإقتصادية في الواقع ذات طبيعة سياسية و أن القرارات السياسية تحمل في طياتها نتائج إقتصادية ، فمشاكل الأرض وعقد الدين الداخلي و فرض الضرائي و تحديد الحد الأدنى للأجور وغير ذلك ، كلها قرارات سياسية لكنها ذات نتائج و أبعاد إقتصادية ، كما أنها في الواقع ظواهر إقتصادية ولكن القرار بشأنها لا يتم من قبل إقتصادي ، إنما من قبل سياسي ، حيث تصوغ الدولة سياستها استنادا إلى تحليلات اقتصادية مبنية على توصيات مستشارين إقتصاديون ، لذلك تكون هناك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد و علم السياسة .

2- علاقة علم الإقتصاد بعلم الإحصاء : إن غالبية المتغيرات الإقتصادية كبيرة وقابلة للقياس و الإقتصادي بحاجة ماسة إلى البيانات الإحصائية لتفسير الظواهر الإقتصادية ، فإن أي دراسة اقتصادية معمقة تعتمد إلى حد كبير على الأساليب الدقيقة في جميع البيانات وتصنيفها ومعالجتها وتحليلها و تفسيرها .

إن الإقتصادي يستعمل الأساليب الإحصائية المختلفة لمعرفة تطور الإقتصاد الوطني كل أو تطور أحد القطاعات الإقتصادية وكذلك التنبؤ بمعدلات ونسب النمو في المستقبل ، حيث أن استخدام الإحصاء ضروري لكشف العلاقة ودرجة الإرتباط بين المتغيرات الإقتصادية المختلفة .

3- علاقة علم الإقتصاد بعلم الإجتماع : إن بعض المشاكل الإقتصادية كإنخفاض مستوى المعيشة للأفراد يقود إلى مشاكل اجتماعية لذا تكون هنالك علاقة بين علم الإقتصاد وعلم الإجتماع ، ما دام علم الإقتصاد

يتناول سلوك الإنسان عندما يحاول تحديد ماذا سيشتري ولماذا وكيف تكون ردود الفعل لديه عند اختلاف ظروف العمل وماذا يفعل المستهلكون بدخولهم العالية فإن كل هذا ذو علاقة بعلم النفس ، كما أن اتخاذ القرار من قبل المنتج أو المستهلك يكون له علاقة بالفلسفة وبشكل خاص بالأخلاق وبسبب كون الإقتصاد علم ينبغي أن تقوم دراسته على أساس المنطق .

4- علاقة علم الإقتصاد بعلم المحاسبة : إن أحد الوسائل لقياس كفاءة المشروع هي الربحية التجارية وهنا تتجسد العلاقة القوية بين الإقتصاد و المحاسبة فالمحاسب لا بد و أن يكون على معرفة بفحوى الأرقام التي يتعامل معها ، فالمحاسب في مشروع معين مثلا يتعامل مع أرقام التكاليف و الإيرادات ، حيث أن هنالك تكاليف صريحة و تكاليف ضمنية و أن هناك أنواع متعددة من التكاليف الكلية و الحدية و المتوسطة وكذلك التكاليف الثابتة ومتغيرة ، فالمحاسب يجب أن يعرف هذه المصطلحات لكي يتجنب الوقوع في الأخطاء ، وهكذا يتضح أن هنالك علاقة وثيقة بين علم الإقتصاد و علم المحاسبة أداة مهمة لدراسة كفاءة المشروع و مسيرة الإقتصاد الوطني الذي يتكون من مشروعات مختلفة .

الفصل الثاني : نظريتي الطلب والعرض وتطبيقاتهما

I- نظرية الطلب

II- نظرية العرض

III- تمارين محلولة لنظريتي الطلب و العرض

IV – تطبيقات على التوازن السوقي

V – تمارين محلولة لتوازن السوق

الفصل الثاني

نظريتي الطلب والعرض و تطبيقاتهما

يعتبر التحليل الجزئي لسوق السلع والخدمات كوحدة إقتصادية يتم من خلال تحديد السعر أو القيمة النقدية ، إلا أن هذا يتطلب ضرورة أن تتصف هذه المنتجات بصفتين أساسيتين هما الندرة و المنفعة في أن واحد ، حيث يعبر عن المنفعة بجانب الطلب وهو أن المستهلك هو الذي يحدد ما إذا كانت السلعة نافعة أم لا ، وفي المقابل يعبر عن الندرة بجانب العرض ، وعلى هذا الأساس فنظرية الطلب و العرض تقدم نموذجا يفسر لنا ماهو حاصل في الحياة الواقعية من تكوين السعر و تغيره بناءا على تفاعل قوى الطلب و العرض ، كما تفترض هذه النظرية توافر شروط المنافسة التامة في هذا السوق و المتمثلة في النقاط الأتية :

- تجانس السلع المقدمة للسوق وكذا الخدمات في شكلها ؛
- تعدد المنتجين أو البائعين ، مع ضرورة أن دخول منتج أو خروجه من السوق لا يؤثر في السعر ؛
- تعدد المستهلكين ، مع ضرورة أن دخول مستهلك جديد أو خروجه من السوق لا يؤثر في السعر ؛
- توافر المعرفة التامة بأحوال السوق وخاصة فيما يتعلق بالسعر السائد .

وعليه ترتكز نظرية الطلب و نظرية العرض على الموضوعات الثلاثة تتمثل في الطلب ، العرض و العلاقة بينهما .

I – نظرية الطلب : تهتم هذه النظرية بدراسة الفاعل الأساسي في السوق و المتمثل في المستهلك الذي يرغب في الحصول على سلع أو/و خدمات معينة مع توفر القدرة الشرائية له ، وهذا في ظل الأخذ بالعوامل المؤثرة على الكمية المطلوبة بشكل خاص و كذا الطلب بشكل عام .

I–1. تعريف الطلب : يقصد بالطلب الرغبة المدعمة بقدرة شرائية للحصول على سلعة أو خدمة خلال فترة زمنية معينة مقابل أسعار محددة، والطلب قد يكون مباشر كالطلب على المواد الغذائية والملابس، كما قد يكون مشتقا كالطلب على النقود.

I–2. محددات الطلب : تتمثل في العوامل المؤثرة في الطلب على سلعة أو خدمة ما أي العوامل التي تؤدي إلى زيادة أو انخفاض الطلب أو الكمية المطلوبة من السلعة والتي يمكن تقسيمها بصورة عامة إلى نوعين:

أولا- محددات كمية : هي المحددات التي يمكن قياسها نظريا نقديا أو عدديا ويدخل في إطارها :-

- سعر السلعة أو الخدمة المطلوبة : يصاحب التغير في سعر السلعة المطلوبة تغيرا في الكمية بعلاقة عكسية حيث كلما زاد سعر السلعة انخفضت الكمية المطلوبة منها والعكس صحيح مع افتراض ثبات العوامل الأخرى، وهذا ما يعرف بقانون الطلب.
- الدخل المخصص للإستهلاك : تؤكد الملاحظات العملية لواقع تصرفات المستهلكين أنه عندما ترتفع دخولهم فإن ذلك يدفعهم لزيادة استهلاكهم من سلعة معينة، والعكس في حالة الانخفاض وهذا يعني أن العلاقة بين دخل المستهلك والكمية المطلوبة من سلعة ما هي علامة طردية.

- أسعار السلع و الخدمات الأخرى : يتم تقييم السلع من حيث تأثير طلبها إلى ثلاثة أنواع هي:

⊞ السلع البديلة(المنافسة) : هي التي يمكن لها أن تحل محل السلعة المطلوبة إذا تعذر الحصول عليها ، أما مقدار التغير فيرجع إلى درجة الإحلال الممكنة بينهما مثل: الشاي والقهوة .

⊞ السلع المكملة : تعني بأنه لا يمكن إشباع حاجة بشرية إلا بوجود أكثر من سلعة كالسكر والشاي أو السكر والقهوة أو السيارة والبترين والزيت ، حيث أن ارتفاع أسعار السلع المكملة سيؤدي إلى انخفاض الطلب على السلعة الأصلية والعكس صحيح ، لهذا يمكن القول أن العلاقة بين سعر السلع المكملة و الكمية المطلوبة هي علاقة عكسية .

⊞ السلع المستقلة : هي السلع التي يمكن أن تشبع حاجة البشرية ما ولكن ليس لها علاقة بالتغير في الطلب على السلعة مثل السيارة والشاي

ثانيا- محددات كيفية : هي المحددات التي لا يمكن قياسها سواء عدديا أو نقديا ولكن لها تأثيرات عن الطلب مثل ذوق المستهلك ، العادات والتقاليد، الدين، توقعات المستهلكين.

هناك علاقة طردية بين ذوق المستهلك والطلب على السلعة، وقد ينشأ التغير في ذوق المستهلك بسبب وسائل الدعاية والإعلان التي تهدف إلى التأثير في ذوق المستهلك ودفعه للتحول من سلعة إلى السلعة التي تم الإعلان والترويج لها.

أيضا توقعات المستهلكين لها تأثير على الكمية المطلوبة من سلعة ما، فلو توقع المستهلكين لأي بسبب حتى ولو بسبب الإشاعة أن سعر السكر أو الزيت سوف يرتفع قريبا فإن ذلك سوف يدفع المستهلكين لزيادة مشترياتهم من السكر في الوقت الحاضر على الرغم من بقاء سعره ثابتا حاليا. مما يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة منه والعكس فإن توقع الانخفاض سيؤدي إلى الامتناع عن ثراء السكر بالأسعار الحالية انتظارا لانخفاض أسعاره لاحقا، ويظهر هذا المحدد بشكل واضح في حال التعاملات في الأسواق المالية والعملات والذهب.

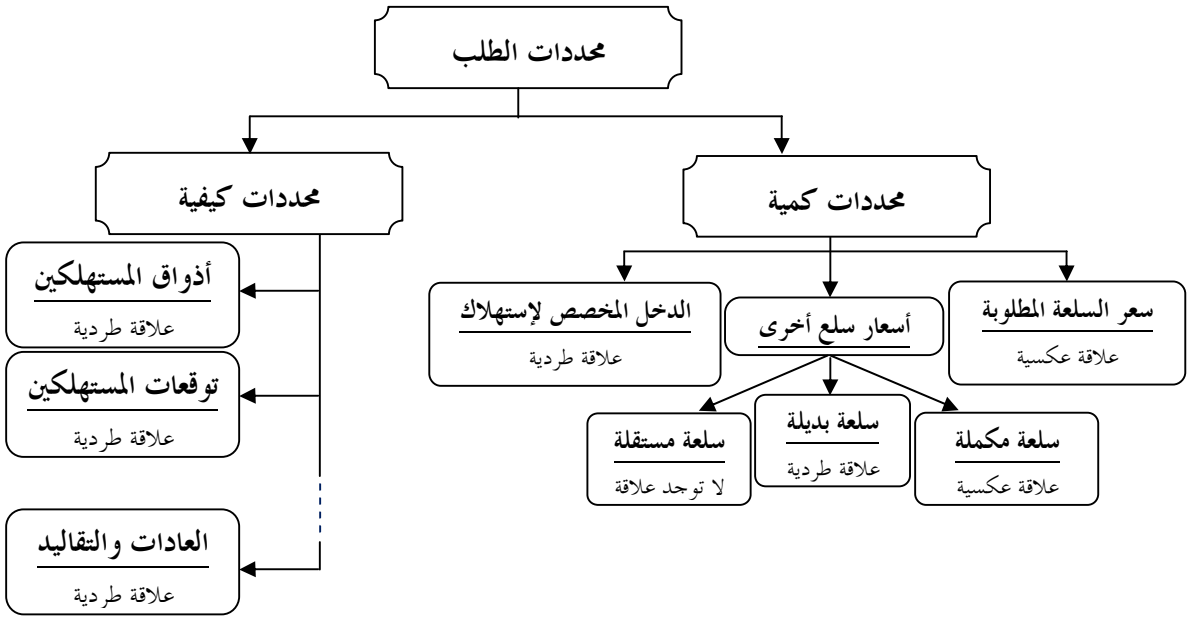
أيضا الدين أثره في الطلب على كثير من السلع فعلى سبيل المثال ديننا يحرم أكل لحم الخنزير وشرب الخمر لذلك لا يوجد طلب عليهما في المجتمعات الإسلامية.

كذلك العادات والتقاليد لها تأثير أيضا خاصة مجال الملابس. والشكل التالي يوضح محددات الطلب والعلاقة بينهما:

- أذواق المستهلكين ؛
- توقعات المستهلكين ؛
- العادات و التقاليد ؛

وعليه يتم توضيح العوامل المؤثرة على طلب سلعة ما و كذا طبيعة العلاقة الموجودة بينها والكمية المطلوبة أو الطلب عليها حسب نوع المحدد للطلب ، وذلك من خلال المخطط التالي :

الشكل رقم (02) : العوامل المؤثرة على طلب سلعة



المصدر: من إعداد الباحث

I–3. دالة الطلب : تمثل الصيغة المختصرة للتعبير عن المتغيرات التي تحدد الطلب على السلعة ، وبالتالي فهي دالة تعبر عن العلاقة التي تجمع ما بين الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما و العوامل الرئيسية المحددة لها ، والتي يمكن صياغتها بالعلاقة الرياضية التالية :

$$Q_{d_x} = f(P_x, P_{y,z}, R, E)$$

حيث أن :

Q_{dx} : الكمية المطلوبة من السلعة x ؛

P_x : سعر السلعة x ؛

$P_{y,z}$: أسعار السلع البديلة y أو السلع المكملة z ؛

R : الدخل المخصص للإستهلاك السلعة x ؛

E : محددات الطلب النوعية ؛

وحتى نتمكن من دراسة وتحليل أثر هذه العوامل على الكمية المطلوبة نقوم بدراسة أثر عامل واحد فقط مع إفتراض تبات باقي العوامل الأخرى وذلك بهدف تحديد المحدد المؤثر بشكل مباشر على الكمية المطلوبة من السلعة ، وعادة ما يتم تثبيت كل العوامل المحدد للطلب الكمية و النوعية بإستثناء سعر السلعة قيد الدراسة ، وبالتالي تصبح دالة الطلب المستهلك على السلعة (Q_x) في المدى القصير والتي تأخذ الشكل الخطي كالآتي :

$$Q_{d_x} = f(P_x) \mapsto Q_{d_x} = A - d.P_x$$

مع العلم أن :

A : تمثل الكمية المطلوبة عند عدمية سعر السلعة (مجانية السلعة) ؛

d : يمثل ميل دالة الطلب ، حيث يشير إلى مقدار تغير في الكمية المطلوبة عند التغير في سعر السلعة بوحدة واحدة .

المثال رقم 01 : على إفتراض أن الكمية المطلوبة مادة السكر في حالة عدمية سعره تقدر بـــ 12كلغ ، في حين أن مقدار إنخفاض الكمية المطلوبة منه عند إرتفاع السعر بوحدة نقدية واحد تتمثل في 3كلغ .

الحل _ بالإعتماد على هذه المعطيات فإن دالة الطلب على السكر تكتب كما يلي :

$$Q_{d_x} = 12 - 3P_x$$

يمكن أن تعبر دالة الطلب عن الكمية المطلوبة من طرف مستهلك واحد ، أو مجموعة من المستهلكين إذا كانت الدراسة تتعلق بضرورة الإهتمام بكامل مستهلكي لهذه السلعة والتي يصطلح عليها بدالة الطلب السوقية (Q_D) ، التي تشير إلى جميع طلبات المستهلكين الذين يتكون سوق سلعة أو خدمة معينة خلال فترة محددة ، وعليه يتم التعبير عن هذه الدالة بالعلاقة التالية :

$$Q_D = \sum_{i=1}^{n} f_i(P_x) \mapsto Q_D = \sum_{i=1}^{n} Q_{di} \qquad / i = 1,2,...,n$$

بحيث أن :

n : عدد الطالبين لهذه السلعة خلال فترة زمنية محددة ؛

Q_D : الطلب السوقي للسلعة المدروسة .

المثال رقم 02 : ليكن لدينا ثلاثة مجموعات إستهلاكية أقبلوا على إستهلاك نفس السلعة بكميات مختلفة حسب مستويات الأسعار المبين في الجدول أدناه ،والمطلوب تحديد الطلب السوقي لهذه السلعة عند كل مستوى من التغير في السعر.

السعر (P)	8	6	4
الكمية المطلوبة للمجموعة الأولى (Q_{d1})	1	4	7
الكمية المطلوبة للمجموعة الثانية (Q_{d2})	3	6	9
الكمية المطلوبة للمجموعة الثالثة (Q_{d3})	2	5	8

2- على إفتراض أنه يمكن التعبير عن السلوك الإستهلكي للمجموعات الثلاثة بدوال الطلب الفردية كمايلي :

$$Q_{d1} = 4 - P; \quad Q_{d2} = 8 - 2P; \quad Q_{d3} = 5 - \frac{1}{2}P$$

- حدد دالة الطلب السوقي ؟

الحل : لدينا الكمية المطلوبة السوقية عند مستويات السعر المختلفة كمايلي :

$$Q_D = \sum_{i=1}^{3} Q_{di} \Rightarrow Q_D = Q_{d1} + Q_{d2} + Q_{d3}$$

ومنه فإن الكميات المطلوبة السوقية عند مستويات الأسعار المحتملة في السوق مبينة في الجدول الأتي :-

السعر (P)	8	6	4
الكمية المطلوبة السوقية (Q_D)	**6**	**15**	**24**

ثانيا- تحديد دالة الطلب السوقي : بتطبيق علاقة إيجاد دالة الطلب السوقي نحصل على النتيجة الأتية :-

$$Q_D = \sum_{i=1}^{3} Q_{di} \Rightarrow Q_D = (4-P)+(8-2P)+\left(5-\frac{1}{2}P\right) \Rightarrow Q_D = 17-\frac{7}{2}P$$

I-4. قانون الطلب : يعتمد على إبراز العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعرها مع إفتراض ثبات العوامل المؤثرة الأخرى الكمية منها و الكيفية ، حيث أنه كلما إرتفع سعر السلعة تنخفض الكمية المطلوبة منها وهذا ما يسمى بإنكماش الطلب ، أما إذا إنخفض سعر السلعة فإنه سيؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة مما يعنى تمدد الطلب على السلعة ، هذا ويتم توضيح آلية عمل قانون الطلب من خلال طريقتين أساسيتين هما :

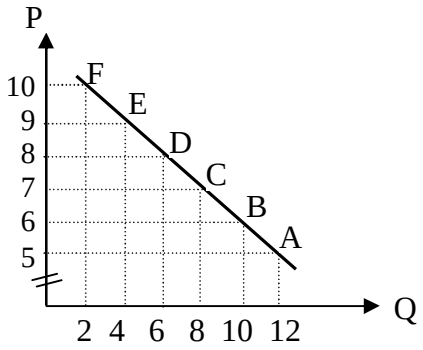
- **جدول الطلب :** يبين مقدار الكميات المطلوبة من سلعة معينة عند أسعارها المحتملة ، وبالتالي فإن جدول الطلب يمثل التعبير الرقمي لقانون الطلب ، والجدول الموالي يوضح أحد أشكل جدول الطلب على سلعة ما .

الحالات المحتملة	A	B	C	D	E	F
السعر (P)	5	6	7	8	9	10
الكمية المطلوبة(Q)	12	10	08	06	04	02

يلاحظ من جدول الطلب أنه عندما كان السعر يعادل 5(و.ن) للوحدة الواحدة كانت الكمية المطلوبة منها تساوي 12وحدة ، ولما إرتفع السعر إلى 7 وحدات نقدية إنخفضت الكمية المطلوبة من السلعة تبعا لهذا الإرتفاع إلى 8 وحدات ، كما نلاحظ وضعية معاكسة فيما لو تم مقارنة السعر في حالة الإنخفاض أي أن الكمية إرتفعت بوحدتين عندما إنخفض السعر بوحدة نقدية واحدة ، مما يعني أن هناك علاقة عكسية بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة منها، كما نلاحظ أن جدول الطلب يمكن تفسيره من الجهتين (اليمين إلى اليسار أومن اليسار إلى اليمين).

- **منحنى الطلب :** يمكن التعبير عن العلاقة بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة منها برسم بياني يطلق عليه منحنى الطلب ، والذي يمثل التعبير البياني لقانون الطلب حيث ينحدر من الأعلى إلى الأسفل للدلالة على الميل السالب للعلاقة العكسية بين السعر و الكمية ، ويتم تمثيل جدول الطلب للحالات السابقة للكمية المطلوبة من السلعة (Q) قصد توضيح آلية عمل قانون الطلب .

الشكل رقم 03 : منحنى الطلب على السلعة Q

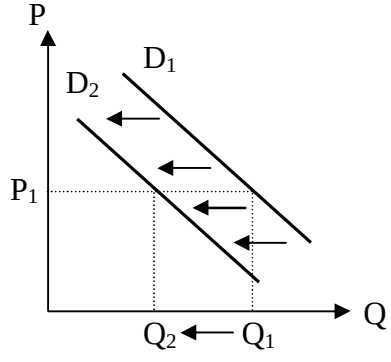


يلاحظ أن كل نقطة على منحى تمثل الكمية المطلوبة من السلعة وبالسعر المحدد لها ، كما يلاحظ من المنحنى أنه كلما إرتفع السعر أدى إلى إنخفاض الكمية المطلوبة منها ، فعند إنتقال المستهلك من الوضعية الإستهلاكية A إلى الوضعية C عند إرتفاع السعر نلاحظ إنخفاض في الكمية المطلوبة بين التوليفتين ، والعكس عند إنخفاض السعر فإنه سيؤدي إلى إرتفاع الكمية المطلوبة من السلعة المعنية بالتحليل ، وبالتالي نستنتج أن المستهلك يتجه نحو الأسفل عند الزيادة في الكمية المطلوبة وذلك عند إنخفاض السعر ، ونحو الأعلى للدلالة على إنخفاض الكمية المطلوبة عند إرتفاع السعر .

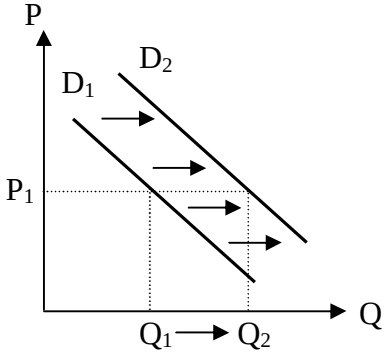
ملاحظة : يجب التفرقة بين مصطلح الكمية المطلوبة و الطلب على السلعة ، حيث تعبر الأولى عن التغير في عدد وحدات السلعة عند التغير في سعرها ، بينما نستخدم عبارة الطلب على السلعة عندما يكون سبب التغير نتيجة التغير في أحد محددات الطلب غير سعر السلعة ،ووفقا لهذا ندون النقطتين المواليتين :

- عند تغير سعر السلعة نفسها مع ثبات العوامل الأخرى ، هذا ما يؤدي إلى التغير في الكمية المطلوبة مما يعني تحرك المستهلك بين توليفتين على نفس المنحنى صعودا للدلالة على زيادة الكمية أونزولا للدلالة على إنخفاضها؛
- إذا تغير أحد العوامل المحدد للطلب مع ثبات الباقي منها وذلك عند نفس سعر السلعة ، فهذا ما يؤدي إلى تغير الطلب ، مما يعني أن منحنى الطلب يتحرك نحو اليمين للدلالة على زيادة الطلب وهذا ما يصطلح عليه بتمدد الطلب أو إلى اليسار للدلالة على إنخفاض الطلب وهذا ما يسمى بإنكماش الطلب ، والشكلين المواليين يوضحان ذلك .

الشكل رقم04 :حالة إنخفاض الطلب (إنكماش الطلب)



الشكل رقم05 :حالة زيادة الطلب (تمدد الطلب)



I–5. الطلب السوقي : هو عبارة عن مجموع الكميات التي يطلبها المستهلكين لنفس السلعة خلال فترة زمنية معينة، و لذلك يمكن معرفة جدول أو دالة أو منحنى عرض السوق بالمعلومات المتوفرة عن إجمالي المشترين في هذا السوق وبالتالي يمكن الحصول على كل من جدول ، دالة أو منحنى عرض السوق بالعلاقة التالية :

$$Q_D = \sum_{i=1}^{n} Q_{D_i} \Leftrightarrow Q_D = Q_{D1} + Q_{D2} + \cdots + Q_{Dn}$$

I–6. مرونة الطلب : تعبر عن مدى إستجابة التغير في الكمية المطلوبة من سلعة معينة إلى التغير الذي يحدث في أحد العوامل المحددة للطلب ومن تم قياسها كميا ، ففي هذا نظرية الطلب نميز بين ثلاثة أنواع من المرونات تختلف بإختلاف المحدد أو العامل الذي أدى إلى إحداث التغير في الكمية المطلوبة ، وبالتالي إذا كان التغير نتيجة التغير في سعر السلعة نفسها مع إفتراض تبات العوامل الأخرى التي لها تأثير على هذه السلعة فإن مرونة الطلب تسمى بالمرونة السعرية ، أما إذا كان التغير نتيجة التغير في أحد أسعار السلع الأخرى سواء البديلة أو المكملة مع فرضية تبات العوامل الأخرى فإن المرونة تدعى مرونة الطلب التقاطعية (التبادلية) ، بينما إذا كان التغير ناتج عن التغير في الدخل المخصص للإستهلاك هذه السلعة فمرونة الطلب تسمى المرونة الدخلية ، وعليه فإن قياس مقدار التغير في الكمية المطلوبة لأي سلعة أو خدمة يكون وفق المؤشرات التالية :

- **مرونة الطلب السعرية (E_{Px})**
- **مرونة الطلب التقاطعية ($E_{x/y;z}$)**
- **مرونة الطلب الدخلية (E_R)**

I–5-1. مرونة الطلب السعرية : تشير إلى درجة إستجابة التغير في الكمية المطلوبة من السلعة الناتج عن التغير في سعرها ، كما أن الهدف من قياسها التعرف على طبيعة المرونة ، بحيث كلما كان الطلب غير مرن كلما أمكن رفع سعر السلعة بالنسبة للمنتجين أو البائعين ، بينما إذا كان الطلب مرن فإنه يفضل تخفيض سعر السلعة من طرف البائعين لأن هناك مستهلكين يتوقع عزوفهم عن طلب هذه السلعة أو سيتجهون إلى إستهلاك سلع أخرى بديلة رغم عدم تغيير سعر هذه الأخير .

ويتم قياس مرونة الطلب السعرية بحساب حاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المطلوبة من السلعة المدروسة ولتكن (X) إلى التغير النسبي في سعرها ، والعلاقة التالية توضح ذلك :

$$E_{Px} = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_x}$$

بتحليل التغير النسبي يمكننا من الحصول على العلاقة المختصر الآتية :

$$E_{Px} = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} \Rightarrow E_{Px} = \left(\frac{\Delta Q_x}{Q_x}\right)\left(\frac{P_x}{\Delta P_x}\right) \Leftrightarrow E_{Px} = \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}\right)\left(\frac{P_x}{Q_x}\right)$$

في الحالة التي يكون التعامل مع البيانات المستمرة أي تلك المكتوبة في شكل دالة طلب فإنه يتم إستعمال المشتق كتقريب لنسبة التغير في الكمية المطلوبة إلى تغير في سعرها، وبالتالي فإن علاقة قياس المرونة السعرية تأخذ الشكل الأتي :

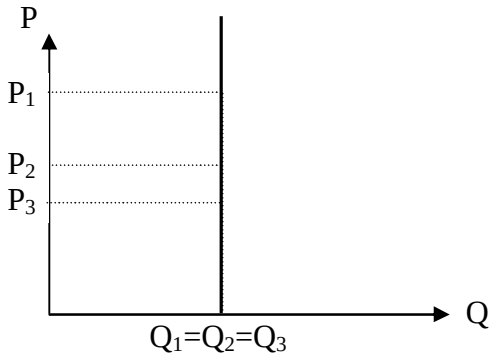
$$E_{Px} = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial P_x}\right)\left(\frac{P_x}{Q_x}\right)$$

ملاحظات :

- مرونة الطلب السعرية لا بد أن تكون سالبة وذلك للدلالة على العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعرها، وعليه لمعرفة درجة إستجابة التغير في الكمية نتيجة التغير في السعر ننظر إلى المرونة بالقيمة المطلقة؛
- للتعرف على نوع الطلب يجب مقارنة قيمة مرونة الطلب السعرية مأخوذة بالقيمة المطلقة بالحالات التالية:

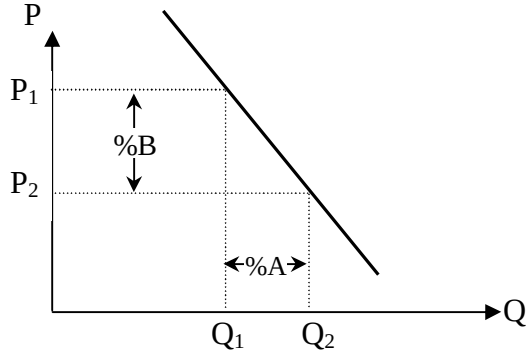
⌗ $E_P = 0 \Leftarrow$ **الطلب عديم المرونة** : في هذه الوضعية تكون قيمة مرونة الطلب السعرية معدومة ، مما يعني أن أي تغير في سعر السلعة لا يؤدي إلى التغير في الكمية المطلوبة منها ، مثل الطلب على الأدوية فلو إنخفض سعر دواء بـــ 80% عما كان عليه سابقا فلا يتوقع أنه سوف يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة منه ، ويمكن توضيح هذه الوضعية من خلال الشكل رقم (06) .

الشكل رقم (06) : منحنى الطلب عديم المرونة

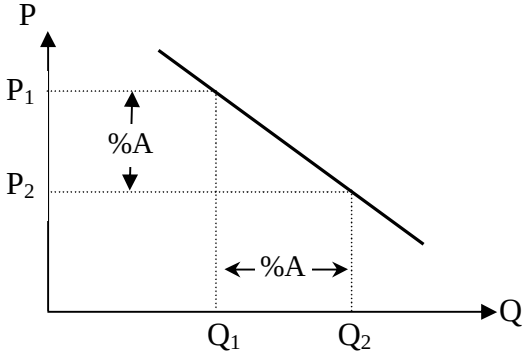


⌗ $1 > E_P > 0 \Leftarrow$ **الطلب غير مرن** : في هذه الوضعية تكون قيمة مرونة الطلب السعرية محصورة بين الصفر و الواحد الصحيح بمجال مفتوح ، مما يعني أنه عند التغير في سعر السلعة زيادة أو نقصان سيؤدي إلى التغير في الكمية المطلوبة بنسبة أقل من ذلك ، كالطلب على السلع و الخدمات الكمالية ، والشكل رقم (07) يبين حالة الطلب غير المرن عند إنخفاض سعر السلعة .

الشكل رقم (07) : منحنى الطلب غير مرن

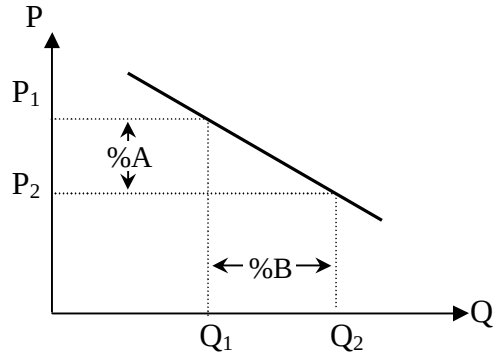


الشكل رقم **(08)** :منحنى الطلب متكافئ المرونة



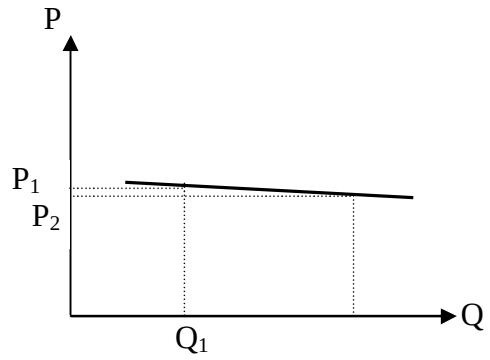
- $E_P = 1 \Leftarrow$ **الطلب متكافئ المرونة (تام المرونة)** : تشير هذه الوضعية إلى أن قيمة مرونة الطلب السعرية تساوي الواحد الصحيح ، ويحدث ذلك عندما تكون درجة إستجابة التغير في الكمية المطلوبة تعادل مقدار التغير في سعر السلعة ، ويمكن توضيح هذه الحالة من خلال الشكل رقم (08) .

الشكل رقم **(09)** :منحنى الطلب مرن



- $E_P > 1 \Leftarrow$ **الطلب مرن** : تمثل الوضعية التي تكون فيها قيمة مرونة الطلب السعرية أكبر تماما من الواحد وذلك نتيجة أن مقدار التغير في سعر السلعة أقل من درجة إستجابة الكمية المطلوبة لهذه السلعة ، كالطلب على السلع و الخدمات ذات الإستهلاك الواسع ، فعند إنخفاض السعر بمقدار محدد سيؤدي إلى إرتفاع الكمية المطلوبة منها بمقدار أكبر ، والشكل المقابل يوضح التمثيل البياني لوضعية الطلب المرن عند إنخفاض سعر السلعة بـــA% .

الشكل رقم **(10)** :منحنى الطلب لانهائي



- $E_P = \infty \Leftarrow$ **طلب لانهائي المرونة** : نحصل على هذه الوضعية من الطلب عندما تكون درجة إستجابة الكمية عالية جدا للتغير في السعر ولو بشكل ضئيل جدا ، كالتغيرات التي تحدث في سوق الأوراق المالية فعند إنخفاض سعر الفائدة بنسبة ضئيلة يتوقع أن الطلب على الأسهم سوف يرتفع ، ونفس الحالة في سوق صرف العملات ، وعليه يمكن تبيين هذه الوضعية من خلال الشكل رقم (10) .

- هناك حالة يجب التنويه إليها عند قياس المرونة بين نقطتين أو توليفتين غير متواليتين، مما يعنى تخطى توليفة إستهلاكية مشكلين قوس بين النقطتين المعنيتين بالمقارنة ، فعندما لا يتم تحديد إتجاه إنتقال المستهلك بين النقطتين نواجه مشكلة أي السعرين سوف نعتمد عليه في المقارنة ، ففي حالة أخذ السعر الأعلى كأساس للمقارنة يختلف عما إذا تم إعتماد السعر الأقل ، وعليه يتم تصحيح هذا الخلل من خلال أخذ المتوسط الحسابي للسعرين وكذلك المتوسط الحسابي للكميتين ، لتصبح علاقة قياس المرونة بين نقطتين غير محددة الإتجاه من الشكل التالي :

$$E_{Px} = \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}\right).\left(\frac{\frac{P_{x1}+P_{x2}}{2}}{\frac{Q_{x1}+Q_{x2}}{2}}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}\right).\left(\frac{P_{x1}+P_{x2}}{Q_{x1}+Q_{x2}}\right)$$

مثال تطبيقي : تقدر الكمية المطلوبة من السلعة Q_y بـــ 10وحدات عندما كان السعر يعادل وحدتين نقديتين ، إلا أن الكمية المطلوبة إنخفضت إلى 3 وحدات بسبب إرتفاع سعرها بـــ 2 و.ن ، والمطلوب :

1. أحسب مرونة الطلب السعرية لهذه السلعة ، مع تقديم التفسير الإقتصادي لها ؟
2. بفرض أن الدالة التي تعبر عن طلب هذا المستهلك يمكن كتابتها من الشكل $Q_d = 17 - \frac{7}{2}P$ ،أوجد E_{Px} ؟
3. إذا إرتفع سعر السلعة بوحدة نقدية عما كان عليه سابقا، أحسب المرونة بين النقطتين الأصلية والجديدة ؟

الحل النموذجي :

1- لدينا التوليفتين الإستهلاكية لهذا المستهلك هي $A(2;10)$ $B(4;3)$

$$E_{Px} = \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}\right).\left(\frac{P_{x_A}}{Q_{x_A}}\right) \Rightarrow E_{Px_A} = \left(\frac{3-10}{4-2}\right).\left(\frac{2}{10}\right) \Rightarrow E_{Px_A} = |-0,7|$$

التفسير : تدل قيمة المرونة على أنه إذا إرتفع السعر بمقدار 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة Q_y سوف تنخفض بمقدار 0,7% ، وبما أن مرونة الطلب السعرية محصورة بين الصفر و الواحد الصحيح فهذا يشير إلى أن الطلب غير مرن .

2- قياس مرونة الطلب السعرية عند التوليفة A بالإعتماد على دالة الطلب لهذه السلعة :

$$\begin{cases} Q_d = 17 - \frac{7}{2}P \\ A(2;10) \end{cases} \quad ; \quad E_{Px_A} = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial P_x}\right).\left(\frac{P_x}{Q_x}\right) \Rightarrow E_{Px_A} = \left(\frac{-7}{2}\right).\left(\frac{2}{10}\right) \Rightarrow E_{Px_A} = |-0,7|$$

3- حساب مرونة القوس بين التوليفة A و التوليفة C وذلك كمايلي :

$$Q_d = 17 - \frac{7}{2}(3) \Rightarrow Q_d = 6,5$$

ومنه فإن إحداثيات التوليفة (C) ، تتمثل في 3(و.ن) و6,5 وحدة من هذه السلعة .

$$E_{Px} = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial P_x}\right).\left(\frac{P_{x1} + P_{x2}}{Q_{x1} + Q_{x2}}\right) \Rightarrow E_{Px} = \left(\frac{-7}{2}\right)\left(\frac{3+2}{6,5+10}\right) \Rightarrow E_{Px} = |-1,06|$$

I-5-2. مرونة الطلب التقاطعية و التي تعنى درجة إستجابة التغير في الطلب على السلعة الناتج عن الـــتغير في أسعار السلع الأخرى التي يمكن أن تكون بديلة إذا كانت قيمة المرونة موجبة ، ومكملة إذا كانت إشارة المرونة سالبة ، بينما تكون سلعة مستقلة إذا جاءت قيمة المرونة معدومة ؛

I-5-3. مرونة الطلب الدخلية تفسر درجة إستجابة التغير في الطلب على السلعة الناتج عن التغير في الدخل المخصص لإستهلاك هذه السلعة ، حيث يمكن التعرف على أهميتها بالنسبة للمستهلك بناءا على قيمة المرونة ، لهذا إذا كانت المرونة سالبة فهي تشير إلى أن السلعة رديئة (دنيا) ، أما إذا كانت موجبة فإنها تـــدل علـــى أن السلعة عادية ؛ ضرورية إذا كانت محصور بين الصفر و الواحد ، أو كمالية إذا كانت أكبر من ذلك .

II- نظرية العرض

الطرف الثاني في آلية توازن السوق هو العرض ويستخدم مصطلح العرض لوصف وتحليل وبناء التنبؤات حول سلوك البائعين في سوق معين.

II-1. تعريف العرض : هو مجموع الكميات التي يكون المنتج (البائع) مستعدا لبيعها عند سعر معين، وخلال فترة أمنية محددة، كما أن نظرية العرض تحاول التعرف على العوامل المحددة للعرض بمعنى ما الذي يجعل الكمية التي يعرضها بائع معين تختلف عن ما يعرضه بائع آخر عند نفس السلعة.

II-2. محددات العرض : الكميات المعروضة من سلعة أو خدمة ما خلال فترة أمنية تعتمد على عدة محددات نوجزها فيما يلي:

أ- سعر السلعة: في حالة بقاء عوامل أخرى ثابتة يتوقع وجود علاقة طردية بين الكميات المعروضة من سلعة وسعرها حيث كلما إرتفع سعر السلعة تصبح أكثر ربحية من وجهة نظر البائع فيصبح راغبا في عرض الكمية أكثر منها.

ب- **أسعار السلع والخدمات الأخرى**: توجد علاقة عكسية بين الكمية المعروضة من سلعة وأسعار سلع أخرى حيث كلما انخفضت أسعار السلع الأخرى كلما قل الطلب على السلعة الأصلية وبالتالي ضرورة زيادة العرض منها.

ت- **أسعار عوامل الإنتاج**: توجد علاقة عكسية بين الكمية المعروضة من سلعة ما وأسعار عوامل الإنتاج ذلك أن أسعار عوامل الإنتاج تعتبر كتكاليف بالنسبة للمنتج حيث كلما، ارتفعت أسعار عوامل الإنتاج تزيد التكاليف مما يؤدي إلى انخفاض عرض السلعة.

ث- **المستوى الفني للإنتاج**: توجد علاقة طردية بين الكمية المعروضة والمستوى الفني للإنتاج فكلما ازداد التقدم التكنولوجي لإنتاج سلعة معينة أدى إلى انخفاض التكاليف وبالتالي زيادة عرض السلعة.

بالإضافة إلى محددات أخرى كالضرائب المعروضة من قبل الحكومة أيضا الإعانات التي تمنحها الحكومة توقعات المنتجين.

II-3. دالة العرض : تبين دالة العرض العلاقة بين الكميات المعروضة والمتغيرات المحددة لهذه الكميات ويمكن التعبير عنها رياضيا وفق العلاقة التالية :

$$Q_{s_x} = f(P_x, P_y, P_{k.L}, ..., P_T)$$

حيث أن :

Q_{s_x} : تمثل الكميات المعروضة من السلعة X ؛

P_x : سعر السلعة X ؛

P_Y : أسعار السلع الأخرى؛

$P_{K,L}$: أسعار عوامل الإنتاج ؛

P_T : قيمة المستوى الفني للإنتاج ؛

وحتى نتمكن من دراسة وتحليل أثر هذه العوامل على الكميات المعروضة نقوم بدراسة أثر عامل واحد فقط في الكمية المعروضة مع افتراض تبات باقي العوامل الأخرى، وعادة ما نلجأ إلى تثبيت كل العوامل ماعدا سعر السلعة قيد الدراسة وهذا ما يطلق عليه بقانون العرض ، وبالتالي تصبح دالة العرض من الشكل :

$$Q_{s_x} = f(P_x)$$

إذن تصبح المعادلة كمايلي:

$$Q_{s_x} = B + b.P_x$$

II–4. قانون العرض : ينطلق قانون العرض من وجود علاقة طردية بين الكمية المعروضة من سلعة وسعرها مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ويمكن توضيح هذه العلاقة بطريقتين هما :

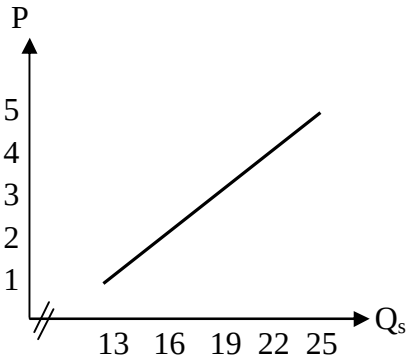
- **جدول العرض** : يبين الكميات المعروضة من السلعة عند مستويات السعر المختلفة ؛
- **منحنى العرض** : يبين العلاقة بين الكمية المعروضة والسعر بيانيا حيث أن منحنى العرض يتجه من الأسفل إلى الأعلى ويكون دو ميل موجب .

مثال : لنفرض أن دالة العرض تكتب من الشكل: $Q_{s_x} = 10 + 3P_x$ ، والمطلوب إعداد جدول و منحنى العرض لهذه السلعة ؟

1- جدول العرض:

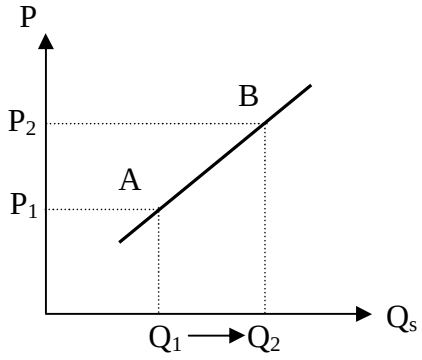
P_x	1	2	3	4	5
Q	13	16	19	22	25

2- منحنى العرض :

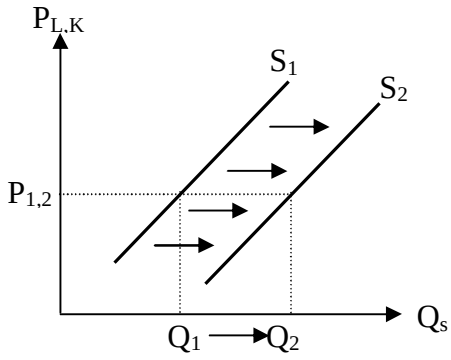


II–5. انتقال منحنى العرض : تتأثر الكميات المعروضة بمجموعة من العوامل تنعكس على سلوك العارضين بالتغيير في الكمية المعروضة ، وعليه يتم ترجمة هذه التغييرات بإنتقال المنحنى وفق وضعيات مختلفة نوضحها في الحالات الآتية :

II-5-1. حالة التغير في سعر السلعة المعروضة : تعبر هذه الحالة عن التغير الذي يحدث في الكمية المعروضة نتيجة للتغير في سعر السلعة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة وهذا التغير بمثابة إنعكاس لقانون العرض ومنحنى العرض حيث يلاحظ أن المنتج في هذه الحالة سوف يتحرك صعودا أو نزولا على نفس منحنى العرض أي يتحرك نحو الأعلى نتجه زيادة عرضه للسلعة عند ارتفاع سعرها والعكس صحيح في حالة الانخفاض، والشكل المقابل يوضح ذلك.

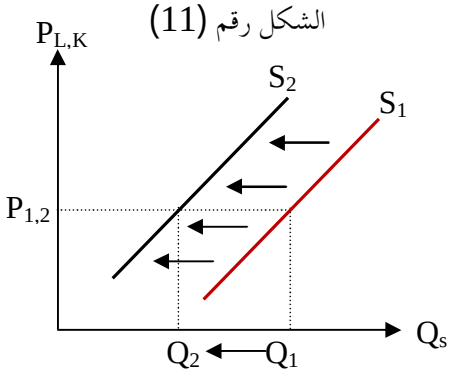


II-5-2. حالة التغير في أحد العوامل المحددة للعرض : تعبر هذه الحالة عن التغير الذي يحدث في الكمية المعروضة ليس نتيجة تغير سعر السلعة وإنما بسبب تغير أحد العوامل الأخرى المحددة لها، وبالتالي فإن المنتج أو البائع سوف ينتقل أو يتحول إلى منحنى عرض جديد يقع إما إلى اليمين أو إلى يسار منحنى العرض السابق بحسب التغير في الكمية المعروضة ، وبالتالي فإننا نميز بين الحالتين التاليتين :



الشكل رقم (11)

- في حالة التأثير الإيجابي (الطردي) للعوامل المحددة للعرض ، فهذا سيؤدي إلى انتقال المنحنى نحو اليمين لدلالة على الزيادة في الكمية المعروضة في ظل تباث سعرها ، الشكل رقم (11) يوضح ذلك؛
- أما في حالة التأثير السلبي (العكسي) للعوامل المؤثرة على العرض بستثناء سعر السلعة ، فإن هذا سيؤدي إلى إنتقال المنحنى نحو اليسار للإشارة على إنخفاض المعروض السلعي ، و الشكل رقم (12) يبين ذلك .



الشكل رقم (12)

مثال رقم (03) : أدرس انتقال منحنى العرض في الحالات الآتية :-

1- ارتفاع سعر أحد عوامل الانتاج وليكن العمل (P_L) ؛
2- ارتفاع سعر سلعة بديلة ؛
3- حالة حصول المنتج على ماكنة جديدة .

II–6. العرض السوقي : هو عبارة عن مجموع الكميات التي يعرضها البائعون من نفس السلعة خلال فتـــرة زمنية معينة، ولذلك يمكن معرفة جدول أو دالة أو منحنى عرض السوق بالمعومات المتوفرة عن إجمالي العارضين في هذا السوق وبالتالي يمكن الحصول على كل من جدول أو دالة أو منحنى عرض السوق بالعلاقة التالية :

$$Q_S = \sum_{j=1}^{m} Q_{s_j} \Leftrightarrow Q_S = Q_{s1} + Q_{s2} + \cdots + Q_{sm}$$

II–7. مرونة العرض : تشير إلى درجة إستجابة الكمية المعروضة التغير الحاصل في أحد محددات العرض، ونظرا لأن الكمية المعروضة أكثر تأثيرا بسعرها سنكتفي بعرض مرونة العرض بدلالة محدد السعر فقط حيث يتم قياسها بالعلاقة التالية:

مرونة العرض السعرية: التغير النسبي في الكمية المعروضة إلى التغير النسبي في سعر السلعة

$$E_{Px} = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_x} \Leftrightarrow E_{Px} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}.\frac{P_x}{Q_x}$$

وباستعمال المشتق $\frac{\partial Q}{\partial P}$ كتقريب لـــ $\frac{\Delta Q}{\Delta P}$ ، ومن تم فإن علاقة مرونة العرض السعرية $E_{Px} = \frac{dQ_s}{dP}.\frac{P_1}{Q_1}$

مثال_ أحسب مرونة العرض عندما يكون السعر يعادل 5 إذا علمت أن دالة العرض تكتب من الشكل:

$$Q_{s_x} = 10 + 3P_x$$

$$E_p = \frac{dQ}{dP}.\frac{P_1}{Q_1} \Leftrightarrow E_p = 3 \cdot \frac{5}{25} \Leftrightarrow e_p = 0{,}6$$

تدل قيمة المرونة على أنه إذا تغير سعر السلعة ب 1% فإن الكمية المعروضة ستتغير بمقدار 0,6%، أما عن درجة إستجابة هذا التغير فنميز بين الحالات التالية :

- $e_p > 1 \Leftarrow$ العرض مرن ؛
- $e_p = 1 \Leftarrow$ العرض تام (متكافئ المرونة) ؛
- $0 < e < 1 \Leftarrow$ العرض غير مرن (قليل المرونة) ؛
- $e_p = 0 \Leftarrow$ عديم المرونة ؛
- $e_p = \infty \Leftarrow$ لا نهائي المرونة .

III– تمارين لنظريتي الطلب و العرض : يتضمن هذا الجزء ثمانية تمارين تتعلق بنظرية الطلب وأخرى بنظرية العرض ، والتي نهدف من خلالها إلى التعرف على كيفية تطبيق العلاقات و المفاهيم المتعلق بالمحور المدروس .

التمرين الأول : يمثل الجدول الموالي تغيرات الكمية المطلوبة من السلعة Q نتيجة للتغير في سعرها P وذلك كما يلي :-

الحالات	A	B	C	D	E
سعر السلعة P	70	60	50	40	30
الكمية المطلوبة Q	1	2	3	4	5

1- أرسم منحني الطلب لهذه السلعة ، ثم ماذا تستنتج ؟

2- بفرض أن دالة الطلب لهذه السلعة يمكن كتابتها من الشكل : $Q_d=-2P+8$ و المطلوب هو :

- إعداد جدول الطلب لهذه السلعة ؟
- رسم منحني الطلب لسلعة Q ؟
- ماهي الكمية التي تحقق حد التشبع ؟

3- أوجد الصيغة الأصلية لدالة الطلب بالإعتماد على الجدول السابق ؟

التمرين الثاني : إذا كانت دالة الطلب لأحد المستهلكين للسلعة Q_Y كالتالي :

$$Q_Y=6/P_Y$$

- إعداد جدول الطلب لهذه السلعة ؟
- أرسم منحني الطلب لسلعةQ_Y ، ماذا تلاحظ ؟

التمرين الثالث : لتكن لدينا دوال الطلب الفردية لأربع مستهلكين للسلعة Q_x كما يلي :

$$Q_{C1}=10-3P_x;\quad Q_{C2}=15-P_x;\quad Q_{C3}=-2P_x+11;\quad P_x=6-\frac{1}{4}Q_{C4}$$

1- أوجد دالة الطلب السوقية لهذه السلعة ؟

2- أوجد سعر الطلب في حالات تغيرات الكمية المطلوبة التالية 10 ، 15 و 20 وحدة ؟

3- ما هي الكمية المطلوبة إذا كان السعر يساوي 3دج ؟

التمرين الرابع : يوضح الجدول التالي التغير في الإستهلاك الفردي لأحد العائلات من الشاي ، القهوة و السكر عندما يرتفع سعر الشاي

	الكمية المطلوبة قبل تغير سعر الشاي		الكمية المطلوبة بعد تغير سعر الشاي	
	السعر	**الكمية**	**السعر**	**الكمية**
الشاي	12	15	14	05
القهوة	8	20	8	30
السكر	6	35	6	25

1- أرسم منحنيات الطلب لهذه السلع ؟

2- فسر التغير في الطلب بين الشاي و القهوة ، ثم ما بين الشاي و السكر ؟

التمرين الخامس : لتكن لدينا دالة الطلب على البن وفق المعادلة التالية :

$$Q_x = 8 - 0,1P_x$$

- أحسب مرونة الطلب السعرية ثم حدد نوعها عند مختلف الأسعار التالية :0، 30، 40 ، 50 ، 80 ؟

- إذا علمت أن مرونة الطلب السعرية لهذه $(E_{Px} = -2)$ السلعة تعادل 2 ، فماهي الكمية المطلوبة عند السعر 60 دج ؟

- بإفتراض تواجد دالة طلب على سلعة بديلة متمثلة في الشاي (Q_y) ، حيث تأخذ هذه الدالة شكل خطي ويتقاطع منحناها مع منحنى الطلب على البن عندما يكون السعر مساويا لـــ40دج ، كما أن مرنة الطلب على الشاي تمثل ضعف مرونة الطلب على البن عند هذا السعر ، والمطلوب هو إيجاد دالة الطلب على الشاي ؟

التمرين السادس:إذا علمت أن الكمية المطلوبة من السلعة Q هي دالة تابعة لسعرها P وأسعار السلع الأخرى P_i وكذا الدخل النقدي R

1- ماذا يطلق على المؤشرات التي تقيس التغير النسبي في الكمية المطلوبة الناتج عن التغير في كل من سعر السلعة أو أحد أسعار السلع الأخرى أو الدخل النقدي للمستهلك .

2- بإفتراض أن الطلب على السلعة ممثل بالدالة التالية: $Q = P^{-0,3}.P_i^{0,1}.R^{0,4}$

ما هو التفسير الإقتصادي لنسب التغير في الكمية المطلوبة على هذه السلعة وفق التغيرات التالية :

أ- إرتفاع سعر السلعة بـــ 10% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتا ؟

ب- إرتفاع أسعار السلع الأخرى بـــ5% مع ثبات سعر السلعة والدخل النقدي للمستهلك ؟

جـــ إرتفاع الدخل النقدي بـــ 10% مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير ؟

د- إنخفاض سعر السلعة بـــ 5% مع إرتفاع أسعار السلع الأخرى بـــ 7% مع بقاء الدخل تابث ؟

هـــ- إنخفاض في سعر السلعة بـــ 7% و إنخفاض أسعار السلع الأخرى بـــ 5% مع إرتفاع الدخل النقدي بـــ 10% ؟

التمرين السابع : تمثل الدالة التالية عرض المنتج الواحد لسلعة ما كما يلي :

$$Q_x = 15 + 3P_x$$

فإذا علمت أن سعر هذه السلعة أخذ قيما تصاعدية كالآتي : $P_A = 1; P_B = 2; P_C = 3; P_D = 4; P_E = 5$

1- أرسم منحنى العرض لهذه السلعة ؟

2- أحسب مرونة العرض عند كل نقطة ؟

3- أحسب مرونة العرض السعرية ما بين P_A وP_D ؟

التمرين الثامن : يحتوى سوق على أربع مؤسسات تتنافس فيما بينها على تقديم نفس المنتوج حيث كانت دوال العرض لكل منها كمايلي

$$S_A = 16 + 4P_x; \quad S_B = 32 + 5P_x; \quad S_C = 7P_x + 60; \quad S_D = 5 + P_x$$

1- أوجد دالة العرض السوقي ؟

2- إن الطلب على هذا المنتوج يتشكل من ثلاث مجموعات من المستهلكين تتمثل دوال الطلب لكل واحد منهم كما يلي :

$$D_\alpha = 500 - 5P_x; \quad D_\beta = 400 - 4P_x; \quad D_\lambda = 413 - 4P_x$$

2-1- أوجد دالة الطلب السوقي ؟

2-2- حدد سعر و كمية التوازن السوقيين ؟

2-3- أوجد مرونة الطلب السعرية للسوق ؟ ثم المرونة الفردية ؟

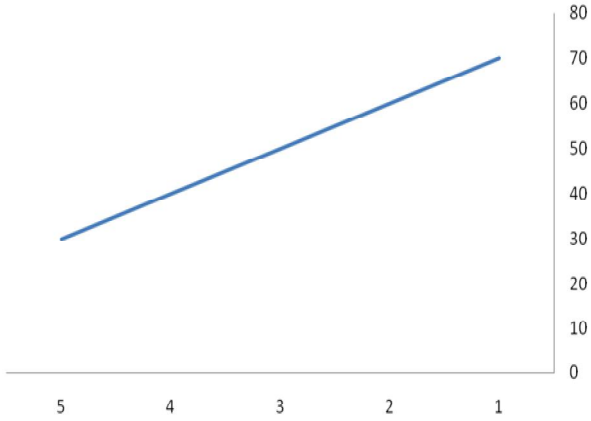
2-4- أوجد مرونة العرض السوقي ؟

III-2. حلول تمارين نظرية الطلب و نظرية العرض

التمرين الأول : لدينا تغيرات الكمية المطلوبة من السلعة Q نتيجة للتغير في سعرها P وذلك كمايلي :

الحالات	A	B	C	D	E
سعر السلعة **P**	70	60	50	40	30
الكمية المطلوبة **Q**	1	2	3	4	5

1- رسم منحنى الطلب لهذه السلعة :



نستنتج : أنه كلما إنخفض سعر السلعة كلما سيؤدى إلى إرتفاع الكمية المطلوبة ، والعكس في حالة قراءة الجدول من الجانب الأيسر ، أي أنه عند إرتفاع سعر السلعة فإنه سيؤدي إلى إنخفاض الكمية المطلوبة منها ، وهذا ما يؤكد وجود علاقة عكسية بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة .

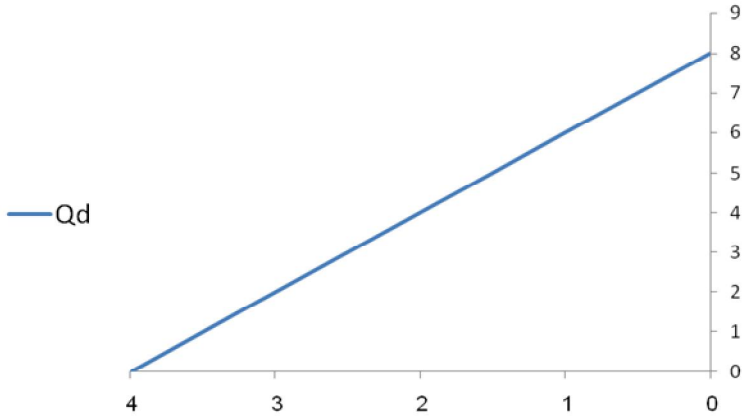
2- **لتكن لدينا دالة الطلب من الشكل :** $Q_d = -2P + 8$

- جدول الطلب :

$$P = 0 \Rightarrow Q_d = -2(0) + 8 = 8$$
$$P = 1 \Rightarrow Q_d = 6$$
$$P = 2 \Rightarrow Q_d = 4$$
$$P = 3 \Rightarrow Q_d = 2$$
$$P = 4 \Rightarrow Q_d = 0$$

Q_d	**P**
8	**0**
6	**1**
4	**2**
2	**3**
0	**4**

- رسم منحنى الطلب لسلعة Q



- **الكمية التي تحقق حد التشبع** : تتمثل في الكمية التي يكون عندها السعر معدوم ، بمعنى أن السلعة مجانية ولكن المستهلك يمتنع عن طلبها ، إذ يتحقق ذلك عند 4 وحدات من هذه السلعة .

3- كتابة الصيغة الأصلية لدالة الطلب الممثلة لبيانات الجدول :

يمكن الإجابة على هذا السؤال وفق الطريقتين الأتيتين :-

أ- طريقة الشكل العام : لدينا البيانات التالية :-

$$\begin{cases} Q_d = A - dP \\ A(70;1) \qquad B(60;2) \end{cases}$$

يشير ميل (d) دالة الطلب إلى مقدار التغير في الكمية المطلوبة إلى مقدار التغير في سعرها بين نقطتين ، وبالتالي يتم التعبير عن ذلك بالصيغة التالية :

$$d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \Leftrightarrow d = \left(\frac{Q_B - Q_A}{P_B - P_A} \right)$$

بالتعويض قيم الإحداثيتين نجد : $d = \left(\frac{2-1}{60-70} \right) \Rightarrow d = -0,1$

ومنه الشكل المبدئي لدالة الطلب يصبح من الشكل : $Q_d = A - 0,1P$

وبأخذ إحدى الإحداثيات ولتكن التوليفة (C) نحصل على:

$$\left.\begin{matrix} A(50;3) \\ Q_d = A - 0,1P \end{matrix}\right\} \Rightarrow 3 = A - 0,1(50) \Leftrightarrow A = 8$$

وعليه فإن دالة الطلب لهذه السلعة يكتب من الشكل : $Q_d = 8 - 0,1P$

بـــ- الطريقة المباشرة : يتم تقدير دالة الطلب لسلعة ما بتطبيق العلاقة التالية :-

$$(Q_d - Q_A) = \left(\frac{Q_B - Q_A}{P_B - P_A} \right).(P - P_A)$$

بتعويض قيم الإحداثيتين نحصل على :

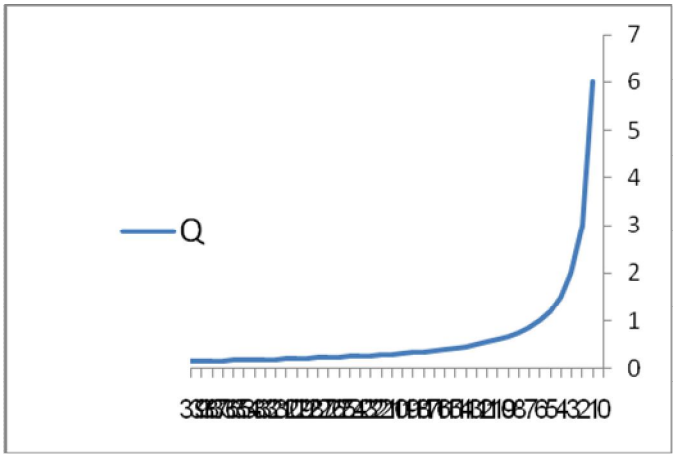
$$(Q_d - 1) = \left(\frac{2-1}{60-70}\right).(P-70) \Leftrightarrow Q_d = 8 - 0{,}1P$$

التمرين الثاني : على إفتراض أن دالة الطلب على السكر (Q_Y) لأحد المستهلكين و المعبر عنها كالتالي : $Q_Y=6/P_Y$

جدول الطلب على السكر

Q_d	P_Y
∞	**0**
6	**1**
3	**2**
2	**3**
1,5	**4**
. .	. .
0	∞

رسم منحنى الطلب على السكر (Q_Y)



نلاحظ أن المنحنى على شكل فرع لقطع مكافئ ، وبالتالي فإنه ليس بالضرورة أن يكون منحنى الطلب على شكل خط مستقيم ، كما أن هذه السلعة تعتبر سلعة ضرورية بحيث لا يمكن تحديد الكمية التي تحقق حد التشبع منها .

التمرين الثالث : لدينا دوال الطلب الفردية على الحليب وذلك بالنسبة لأربعة مستهلكين ، إذ يتم التعبير عن سلوكياتهم رياضيا كما يلي :-

$$Q_{C1} = 10 - 3P_x; \quad Q_{C2} = 15 - P_x; \quad Q_{C3} = -2P_x + 11; \quad P_x = 6 - \frac{1}{4}Q_{C4}$$

1- **كتابة دالة الطلب السوقية على مادة الحليب :**

علاقة حسب دالة الطلب السوقي تأخذ الصورة التالية :-

$$Q_D = \sum_{i=1}^{n}(Q_{di}) \qquad / i = 1,2,...,n$$

ومنه فإن دالة الطلب السوقية لهذه الحالة تكون كمايلي :-

$$Q_D = \sum_{i=1}^{4}(Q_{di}) \Leftrightarrow Q_D = Q_{d1} + Q_{d2} + Q_{d3} + Q_{d4}$$

بما أن دالة الطلب للمستهلك الرابع مكتوبة بدلالة الكمية المطلوبة فهذا يعني أنه يجب تحويلها لتصبح مصاغة بدلالة السعر ؛

$$P_x = 6 - \frac{1}{4}Q_{d4} \Leftrightarrow Q_{d4} = 24 - 4P_x$$

وبتعويض دوال الطلب بالنسبة لكل مستهلك في دالة الطلب السوقية نحصل على :

$$Q_D = (10 - 3P_x) + (15 - P_x) + (-2P_x + 11) + (24 - 4P_x)$$
$$Q_D = (10 + 15 + 11 + 24) - (3 + 1 + 2 + 4)P_x \Leftrightarrow Q_D = 60 - 10P_x$$

2- **تحديد أسعار الطلب السوقي** عند حالات التغير في الكمية المطلوبة لإجمالي المستهلكين ، والمبينة في الجدول أدناه :-

كتابة دالة الطلب السوقية بدلالة الكمية وذلك على النحو الأتي :- $Q_D = 60 - 10P_x \Leftrightarrow P_x = 6 - 0{,}1Q_D$

Q_D	10	15	20
P	5	4,5	4

$$Q_D = 10 \Rightarrow P_x = 6 - 0{,}1(10) = 5$$
$$Q_D = 15 \Rightarrow P_x = 4{,}5$$
$$Q_D = 20 \Rightarrow P_x = 4$$

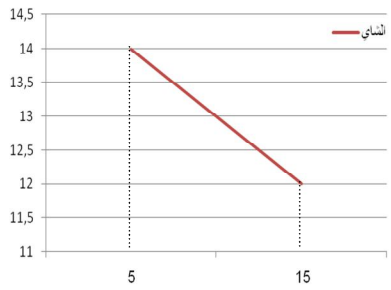
3- تحديد الكمية المطلوبة إذا كان السعر الحليب يقدر بـــ 3دج

$$P_x = 3 \Rightarrow Q_D = 60 - 10(3) = 30$$

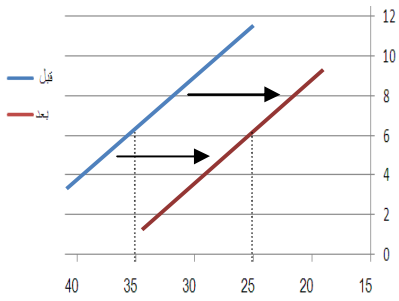
التمرين الرابع : دراسة التغير في الإستهلاك الفردي لأحد العائلات من الشاي، القهوة والسكر عندما يرتفع سعر الشاي بإعتباره سلعة أصلية

1- التمثيل البياني لمنحنيات الطلب للقهوة و السكر و الكمية المطلوبة من الشاري عند التغير في هذا الأخير :

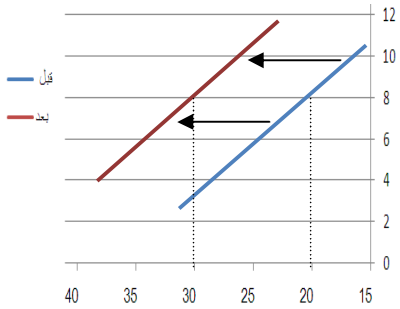
الشكل رقم(01): منحنى التغير في الشاي



الشكل رقم(02):منحنى التغير في السكر



الشكل رقم(03):منحنى التغير في القهوة



2- **التعليق :** توضح الأشكال أعلاه مدى تأثير سعر السلعة الأصلية (الشاي) على الكمية المطلوبة منها ، وكذا تأثيره على الطلب على السكر كونه سلعة مكملة بالإضافة إلى تأثر الطلب على القهوة بإعتبارها سلعة بديلة ، وفيمايلي تفسير لكل ثنائية على النحو الأتي :

أ- **تفسير تأثير سعر الشاي و الكمية المطلوبة منه :** نلاحظ من الشكل رقم (01) العلاقة الموجودة بين الكمية المطلوبة من الشاي وسعرها ، حيث نلاحظ إنخفاض الكمية المطلوبة من الشاي بعشرة وحدات نتيجة إرتفاع سعرها بوحدتين نقديتين ، كما يفسر ذلك بيانيا بإنتقال المستهلك من توليفة إستهلاكية إلى توليفة أخرى على نفس المنحنى ، مما يدل على وجود علاقة عكسية بين الكمية المطلوبة من السلعة ما و سعر .

ب- **تفسير تأثير سعر الشاي على طلب السكر :** يبين الشكل رقم (02) مدى تأثر الطلب على السكر رغم ثبات سعره عندما يتغير سعر سلعة أخرى مكلمة ، حيث نلاحظ أن الطلب على السكر إنخفض من 35وحدة إلى 25وحدة رغم ثبات السعر عند 6 وحدات نقدية، هذا و يفسر ذلك بيانيا بتحول المستهلك من وضعية إستهلاكية إلى وضعية ثانية على منحنى أخر جديد بإتجاه نقطة إحداثيات المركز للإشارة على إنخفاض الطلب عليها ، وهذا ما يدل على وجود علاقة عكسية بين سعر السلعة الأصلية و الطلب على سلعة مكملة لها .

ت- **تفسير تأثير سعر الشاي على طلب القهوة :** يوضح الشكل رقم (03) مدى تأثر الطلب على القهوة رغم ثبات سعرها عندما يتغير سعر سلعة أخرى بديلة ، حيث نلاحظ أن الطلب على القهوة إرتفع من 20وحدة إلى 30وحدة رغم ثبات السعرها عند 8 وحدات نقدية ، هذا ويفسر ذلك بيانيا بتحول المستهلك من وضعية إستهلاكية إلى وضعية

ثانية على منحنى أخر جديد عكس إتجاه نقطة إحداثيات المركز للإشارة على إرتفاع الطلب عليها ، وهذا ما يدل علـــى وجود علاقة طردية بين سعر السلعة الأصلية و الطلب على سلعة أخرى بديلة لها .

التمرين الخامس : لدينا دالة الطلب على البن وفق المعادلة التالية :- $Q_x = 8 - 0{,}1P_x$

1- **حساب مرونة الطلب السعرية :** $E_{Px} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_x}.\frac{P_x}{Q_x}$

$\frac{\partial Q_x}{\partial P_x} = -0{,}1$

$P_x = 0 \Rightarrow E_{Px} = (-0{,}1).\frac{0}{8} = 0$

يشير مقدار المرونة إلى أنه مهما تغير سعر السلعة فإن الكمية المطلوبة منها ستبقى ثابتة ، وبما قيمتها مساوية للصفر فهذا يدل على أنها عديمة المرونة ؛

$P_x = 30 \Rightarrow E_{Px} = (-0{,}1).\frac{30}{5} = |-0{,}6|$

تفسر قيمة المرونة في هذه الحالة على أنه إذا إرتفع سعر السلعة بـــ 1% فإن الكمية المطلوبة منها سوف تنخفض بـــ 0,6% ، وبما أن هذه القيمة محصورة بين 0 و 1 فهذا يعني أن الطلب غير مرن ؛

$P_x = 40 \Rightarrow E_{Px} = (-0{,}1).\frac{40}{4} = |-1|$

تفسر قيمة المرونة في هذه الحالة على أنه إذا إرتفع سعر السلعة بـــ 1% فإن الكمية المطلوبة منها سوف تنخفض بنفس المقدار ، كما أن القيمة مساوية للواحد الصحيح فهذا يشير إلى أن الطلب متكافئ المرونة ؛

$P_x = 50 \Rightarrow E_{Px} = (-0{,}1).\frac{50}{3} = |-1{,}67|$

تفسر قيمة المرونة في هذه الحالة على أنه إذا إرتفع سعر السلعة بـــ 1% فإن الكمية المطلوبة منها سوف تنخفض بـــ 1,67% ، وبما أن قيمة المرونة أكبر من الواحد فهذا يعني أن الطلب مرن ؛

$P_x = 80 \Rightarrow E_{Px} = (-0{,}1).\frac{80}{0} = |-\infty|$

الطلب لانهائي المرونة ؛

P	0	30	40	50	80
Q_X	8	5	4	3	0
E_{Px}	0	0,6	1	1,67	∞

2- تحديد الكمية المطلوبة من البن :

$$\begin{cases} E_{Px} = -2 \\ P_x = 60 \end{cases} \Rightarrow -2 = (-0{,}1).\frac{60}{Q_x} \Leftrightarrow Q_x = 3$$

3- كتابة دالة الطلب للشاي (Q_y) بإعتباره سلعة بديلة للبن وذلك بالإعتماد على المعطيات التالية :

$$\begin{cases} Q_y = A - d.P_y \\ P_x = P_y = 40; \quad Q_y = Q_x = 8 - 0{,}1(40) = 4 \\ E_{Py} = 2.E_{Px} \Leftrightarrow E_{Py} = 2.(-0{,}1).\dfrac{40}{4} = |-2| \end{cases}$$

$$E_{Py} = -2 = \frac{\partial Q_y}{\partial P_y}.\frac{40}{4} \Leftrightarrow d = \frac{\partial Q_y}{\partial P_y} = -0{,}2$$

ومنه دالة الطلب المبدئية على الشاي تأخذ الصورة التالية : $Q_y = A - 0{,}2.P_y$

بتعويض الإحداثية $A(40;4)$ في دالة الطلب على الشاي المبدئية نحصل على :

$$4 = A - (0{,}2).40 \Leftrightarrow A = 12$$

وبالتالي فدالة الطلب على الشاي تكتب كما يلي :

$$Q_y = 12 - 0{,}2.P_y$$

التمرين السادس: إذا كانت **لدينا** الكمية المطلوبة من السلعة Q_x التي تعتبر كدالة تابعة لسعرها P_x وأسعار السلع الأخـــرى P_i وكذا الدخل المخصص للإستهلاك R .

1- يطلق على المؤشرات التي تقيس التغير النسبي في الكمية المطلوبة الناتج عن التغير النسبي في كل من سعر السلعة أو أحد أسعار السلع الأخرى (البديلة، المكملة) أو الدخل النقدي للمستهلك بالمرونة، حيث يمكن التمييز بين ثلاثة أنواع منها تتمثل فيمـــا يلي :

- **مرونة الطلب السعرية** التي تشير إلى درجة إستجابة التغير في الكمية المطلوبة من السلعة الناتج عن التغير في سعرها ، كما تفيد في التعرف على طبيعة المرونة ، بحيث كلما كان الطلب غير مرن كلما أمكن رفع سعر السلعة بالنسبة للمنتجين والعكس صحيح.
- **مرونة الطلب التقاطعية** و التي تعنى درجة إستجابة التغير في الطلب على السلعة الناتج عن التغير في أسعار السلع الأخرى التي يمكن أن تكون بديلة إذا كانت قيمة المرونة موجبة ، ومكملة إذا كانت إشارة المرونة سالبة ، بينما تكون سلعة مستقلة إذا جاءت قيمة المرونة معدومة ؛
- **مرونة الطلب الدخلية** تفسر درجة إستجابة التغير في الطلب على السلعة الناتج عن التغير في الدخل المخصص لإستهلاك هذه السلعة ، حيث يمكن التعرف على أهميتها بالنسبة للمستهلك بناءا على قيمة المرونة ، لهذا إذا كانت المرونة سالبة فهي تشير إلى أن السلعة رديئة (دنيا) ، أما إذا كانت موجبة فإنها تدل على أن السلعة عادية ؛ ضرورية إذا كانت محصور بين الصفر و الواحد ، أو كمالية إذا كانت أكبر من ذلك .

2- بإفتراض أن الطلب على السلعة (Q_x) ممثل بالدالة التالية:-

$$Q_x = P_x^{-0,3}.P_i^{0,1}.R^{0,4}$$

أ- حالة إرتفاع سعر السلعة بـــ 10% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتا :

$$\begin{cases} \%\Delta P_x = 10\% \Rightarrow \%\Delta Q_x = ?? \\ E_{Px} = \dfrac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_x} \Rightarrow \%\Delta Q_x = \%\Delta P_x . E_{Px} \end{cases}$$

إذا سيتم تقدير قيمة مرونة الطلب السعرية لهذه السلعة وذلك كالآتي :

$$E_{Px} = (-0,3)P_x^{(-0,3-1)}.P_i^{0,1}.R^{0,4}.\frac{P_x}{P_x^{-0,3}.P_i^{0,1}.R^{0,4}} \Leftrightarrow E_{Px} = \left|-0,3\right|$$

نلاحظ أن قيمة المرونة الطلب السعرية تعادل $(0,3-)$ مما يدل على نسبة التغير في الكمية المطلوبة من السلعة Q_x تقدر بـــ:

$$\%\Delta Q_x = (10\%).(-0,3) \Rightarrow \%\Delta Q_x = (-3\%)$$

التفسير الإقتصادي : تشير قيمة المرونة إلى أنه كلما يرتفع سعر السلعة بـــ10% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتا فإن الكمية المطلوبة من هذه السلعة سينخفض بـــ10% ، وبما أن مرونة السعرية محصورة بين الصفر و الواحد فهي تشير إلى أن نوع الطلب غير مرن ؛

ب- حالة إرتفاع أسعار السلع الأخرى بـــ5% مع ثبات سعر السلعة والدخل النقدي للمستهلك

$$\begin{cases} \%\Delta P_i = 5\% \Rightarrow \%\Delta Q_x = ?? \\ E_{Pi} = \dfrac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_i} \Rightarrow \%\Delta Q_x = \%\Delta P_i . E_{Pi} \end{cases}$$

يتم تقدير قيمة مرونة الطلب التقاطعية لهذه السلعة وذلك كالآتي :

$$E_{Pi} = (0,1)P_i^{(0,1-1)}.P_x^{-0,3}.R^{0,4}.\frac{P_i}{P_x^{-0,3}.P_i^{0,1}.R^{0,4}} \Leftrightarrow E_{Px} = 0,1$$

نلاحظ أن قيمة المرونة التقاطعية تساوي $(0,1)$ مما يدل على نسبة التغير في الطلب على السلعة Q_x تقدر بـــ:

$$\%\Delta Q_x = (5\%).(0,1) \Rightarrow \%\Delta Q_x = (0,5\%)$$

التفسير الإقتصادي : تشير قيمة المرونة إلى أنه كلما إرتفعت أسعار السلع الأخرى بـــ5% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة فإن طلب على هذه السلعة سيرتفع بـــ0,5% ، وبما أن مرونة الطلب التقاطعية موجبة فهذا يعني أن طبيعة العلاقة بين السلعتين Xوi أنهما سلعتين بديلتين لبعضهما البعض .

جـــ- حالة إرتفاع الدخل النقدي بـــ 10% مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير :

$$\begin{cases} \%\Delta R = 10\% \Rightarrow \%\Delta Q_x = ?? \\ E_R = \dfrac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta R} \Rightarrow \%\Delta Q_x = \%\Delta R . E_R \end{cases}$$

يتم تقدير قيمة مرونة الطلب الدخلية لهذه السلعة وذلك كالآتي :

$$E_R = (0,4)R^{(0,4-1)}.P_x^{-0,3}.P_i^{0,1}.\frac{P_i}{P_x^{-0,3}.P_i^{0,1}.R^{0,4}} \Leftrightarrow E_R = 0,4$$

نلاحظ أن قيمة المرونة التقاطعية تساوي $(0,4)$ مما يدل على نسبة التغير في الطلب على السلعة Q_x تقدر بـــ:

$$\%\Delta Q_x = (10\%).(0,4) \Rightarrow \%\Delta Q_x = (4\%)$$

التفسير الإقتصادي : تشير قيمة المرونة إلى أنه كلما إرتفع الدخل المخصص لإستهلك هذه السلعة بـــ10% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة فإن طلب على هذه السلعة سيرتفع بـــ 4% ، وبما أن مرونة الطلب الدخلية موجبة وأقل من الواحد $(1 \geq E_R \geq 0)$ فهذا يعني أن السلعة عادية و ضرورية .

د- حالة إنخفاض سعر السلعة بـــ 5% مع إرتفاع أسعار السلع الأخرى بـــ 7% مع بقاء الدخل تابث :

$$\begin{cases} [\%\Delta P_x = -5\% \quad \Lambda \quad \%\Delta P_i = +7\%] \Rightarrow \%\Delta Q_x = ?? \\ \%\Delta Q_x = \%\Delta P_x.E_{Px} + \%\Delta P_i.E_{Pi} \end{cases}$$

$$\%\Delta Q_x = (-0,05)(-0,3) + (0,07)(0,1) \Rightarrow \%\Delta Q_x = 2,2\%$$

التفسير الإقتصادي : تشير قيمة المرونة إلى أنه كلما إنخفض سعر السلعة بـــ 5% مع إرتفاع أسعار السلع الأخرى بـــ 7% وفي ظل بقاء الدخل تابث فإن الطلب على هذه السلعة سيرتفع بمقدار 2,2% .

هـــ- حالة إنخفاض في سعر السلعة بـــ 7% و إنخفاض أسعار السلع الأخرى بـــ 5% مع إرتفاع الدخل النقدي بـــ 10% :

$$\begin{cases} [\%\Delta P_x = -7\% \quad \Lambda \quad \%\Delta P_i = -5\% \quad \Lambda \quad \%\Delta R = +10\%] \Rightarrow \%\Delta Q_x = ?? \\ \%\Delta Q_x = \%\Delta P_x.E_{Px} + \%\Delta P_i.E_{Pi} + \%\Delta R.E_R \end{cases}$$

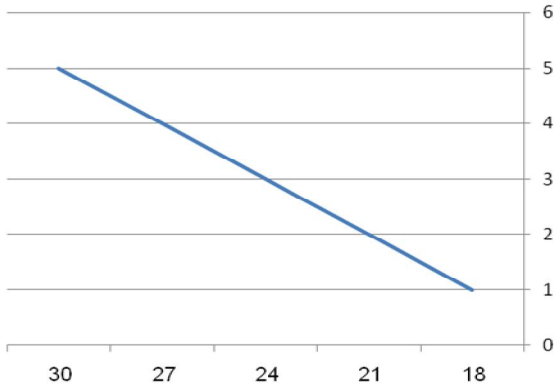
$$\%\Delta Q_x = (-0,07)(-0,3) + (-0,05)(0,1) + (0,1)(0,4) \Rightarrow \%\Delta Q_x = 5,6\%$$

التفسير الإقتصادي : تشير قيمة المرونة على أنه كلما إنخفض سعر السلعة بـــ 7% مع إنخفاض أسعار السلع الأخرى بـــ 5% إلى جانب إرتفاع الدخل النقدي بـــ 10% فإن الطلب على هذه السلعة سيرتفع بمقدار 5,6% .

التمرين السابع : تم التعبير عن عرض أحد المنتجين لسلعة ما وفق الدالة التالية : $Q_x = 15 + 3P_x$

- رسم منحنى العرض :

$P_A = 1 \Rightarrow Q_s = 15 + 3(1) = 18$
$P_B = 2 \Rightarrow Q_s = 21$
$P_C = 3 \Rightarrow Q_s = 24$
$P_D = 4 \Rightarrow Q_s = 27$
$P_E = 5 \Rightarrow Q_s = 30$



- حساب مرونة العرض عند كل نقطة :

$$E_{P_A} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_x}.\frac{P_A}{Q_x} \Rightarrow E_{P_A} = 3.\left(\frac{1}{18}\right) = 0{,}167$$

$$E_{P_B} = 3.\left(\frac{2}{21}\right) = 0{,}286$$

$$E_{P_C} = 0{,}375$$

$$E_{P_D} = 0{,}444$$

$$E_{P_E} = 0{,}5$$

- حساب مرونة العرض بين النقطتين A وD : في هذه الحالة يتم اللجوء إلى مرونة القوس وذلك كالآتي :-

$$E_{P_{A\leftrightarrow D}} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_x}.\frac{P_A + P_D}{Q_A + Q_D} \Rightarrow E_{P_{A\leftrightarrow D}} = 3.\left(\frac{1+3}{18+24}\right) = 0{,}28$$

التمرين الثامن : يحتوى سوق على أربع مؤسسات تتنافس فيما بينها على تقديم نفس المنتوج حيث كانت دوال العرض لكل منها كمايلي

$$S_A = 16 + 4P_x; \quad S_B = 32 + 5P_x; \quad S_C = 7P_x + 60; \quad S_D = 5 + P_x$$

1- كتابة دالة العرض السوقية لهذه السلعة :

لدينا علاقة حسب دالة العرض السوقي على الشكل التالية :-

$$Q_S = \sum_{j=1}^{m}\left(Q_{sj}\right) \quad / \; j = 1,2,...,m$$

ومنه فإن دالة العرض السوقية لهذه الحالة تكون كمايلي :-

$$Q_S = \sum_{j=1}^{4}\left(Q_{sj}\right) \Leftrightarrow Q_S = S_A + S_B + S_C + S_D$$

وبتعويض دوال العرض بالنسبة لكل منتج في دالة العرض السوقية نحصل على :

$$Q_S = \left(16 + 4P_x\right) + \left(32 + 5P_x\right) + \left(7P_x + 60\right) + \left(5 + P_x\right)$$

$$Q_S = 113 + 17P_x$$

2- إن الطلب على هذا المنتوج يتشكل من ثلاث مجموعات من المستهلكين تتمثل دوال الطلب لكل واحد منهم كما يلي :

$$D_\alpha = 500 - 5P_x; \quad D_\beta = 400 - 4P_x; \quad D_\lambda = 413 - 4P_x$$

- كتابة دالة الطلب السوقي لهذه السلعة :

$$Q_D = D_\alpha + D_\beta + D_\lambda \quad \Rightarrow Q_D = \left(500 - 5P_x\right) + \left(400 - 4P_x\right) + \left(413 - 4P_x\right)$$

$$Q_D = 1313 - 13P_x$$

- تحديد سعر و كمية التوازن للسوق هذه السلعة :

$$Q_S = Q_D \Leftrightarrow 113 + 17P_x = 1313 - 13P_x$$

$$1200 = 30P_x \Rightarrow P^* = 40$$

بتعويض قيمة السعر التوافقي في دالة الطلب نحصل على كمية التوازن :

$$Q_D = 1313 - 13(40) \Rightarrow Q^* = 793$$

- مرونة الطلب السعرية للسوق :

$$E_{P_x} = \frac{\partial Q_{Dx}}{\partial P_x}.\frac{P^*}{Q^*} \Rightarrow E_{P_x} = -13.\left(\frac{40}{793}\right) = \left|-0,655\right|$$

نلاحظ أنه كلما إرتفع سعر السلعة بـــ1% كلما أدى إلى إنخفاض الكمية المطلوبة منها بمقدار 0,65% ، وبما أن قيمة المرونة محصورة بين 1و0 فهذا يعدل على أن الطلب السوقي غير مرن مما يعني إمكانية رفع السعر من قبل البائعين وستكون إستجابة للطلب عليها من طرف المستهلكين .

أما بالنسبة لمرونة الطلب لكل مستهلك :

$$C_1 \mapsto E_{P_x} = -5.\left(\frac{40}{500 - 5(40)}\right) = \left|-0,667\right|$$

$$C_2 \mapsto E_{P_x} = -4.\left(\frac{40}{500 - 4(40)}\right) = \left|-0,667\right|$$

$$C_3 \mapsto E_{P_x} = -4.\left(\frac{40}{413 - 4(40)}\right) = \left|-0,632\right|$$

- مرونة العرض السوقي :

$$E_{P_x} = \frac{\partial Q_{Sx}}{\partial P_x}.\frac{P^*}{Q^*} \Rightarrow E_{P_x} = 17.\left(\frac{40}{793}\right) = 0,857$$

نلاحظ أنه كلما إرتفع سعر السلعة بـــ1% كلما أدى إلى إرتفاع الكمية المعروضة بمقدار 0,85% ، وبما أن قيمة المرونة محصورة بين 0و1 فهذا يعدل على أن العرض السوقي غير مرن .

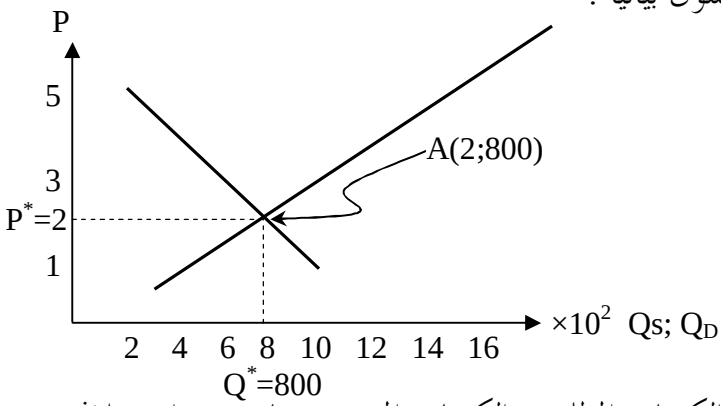
IV – تطبيقات على توازن السوق

من خلال ما سبق تقديمه يتبين أنه ليست المنفعة والممثلة في الطلب وحدها كافية لتحديد السعر ولا تكاليف الإنتاج المعبر عنها بالعرض أيضا كافية بل إن لكل منهما دور في تحديد السعر التوازني وهذا ما شبهه ألفريد مارشال بحافتي المقص حيث لا تحدث عملية القص إلا عندما تتفاعل الحافتان العليا والسفلى في آن واحد وكذلك العرض و بافتراض سيادة المنافسة التامة في السوق فإن السعر الذي يتحقق من خلال تفاعل قوي الطلب وقوى العرض هو ما يقصده سعر التوازن ، أي السعر الذي تتوافق فيه رغبات البائعين مع رغبات المشترين وقدرتهم الشرائية حول كمية معينة يطلق عليها كمية التوازن.

IV-1. اشتقاق سعر التوازن (تحديد سعر التوازن بيانيا) : تتم عملية اشتقاق سعر التوازن لسلعة أو خدمة معينة من خلال تمثل الطلب والعرض لتلك السلعة في آن واحد حيث تمثل نقطة التقاطع بينهما توليفة التوازن إن الإسقاط الأفقي لها يمثل سعر التوازن بينما الإسقاط العمودي يمثل كمية التوازن والتي تعبر عن الكمية المطلوبة والكمية المعروضة في آن واحد.

ولتوضيح هذه الفكرة نقوم بإدراج الجدول التالي الذي يمثل جدول الطلب والعرض لسوق سلعة ما خلال فترة زمنية معينة ، والمطلوب تحديد نقطة التوازن في هذا السوق بيانيا ؟

السعر P_x	الكمية المعروضة Q_s	الكمية المطلوبة Q_D
1	200	1000
2	800	800
3	1200	600
4	1600	400
5	2400	200



تبين قراءة الجدول أن هناك أسعار تختلف بحسبها الكميات المطلوبة والكميات المعروضة مما يعني اختلاف رغبات المستهلكين والمنتجين في الطلب والعرض عند هذه الأسعار لكن هناك سعر تساوي عنده الكمية المطلوبة إلى الكمية المعروضة والذي يمثل في هذا المثال $P = 2$ حيث الكمية المعروضة والمطلوبة تقدر بـــ $Q_S = 800$ و $Q_D = 800$ وذلك ما يسمح لنا بالقول وذلك ما أنه بالنسبة لهذه السلعة يعبر Q يكون السوق في حالة توازن إذا كان $P = 2$ وعند الكمية $Q_D = Q_S = 800$ وذلك ما يعبر عنه التمثيل البياني أيضا حيث يتقاطع منحنى الطلب (رغبات المستهلكين) مع منحنى العرض(رغبات المنتجين) عند إحداثيات النقطة A حيث $A = (2;800)$

ملاحظة : لضمان تقاطع المنحنين يجب أن يكون منحنى العرض عند تصاعده أدنى من منحنى الطلب عند تنازله والعكس.

IV– 2. تحديد سعر التوازن رياضيا : يعتمد تحديد سعر التوازن والكمية الموافقة له رياضيا على استخدام نموذجا خطيا لسوق سلعة معينة باعتبار أن هذه النماذج تتميز بسهولة تقدير معلماتها، وبما أن تحديد السعر يقتضي تساوي الكمية المعروضة مع الكمية المعروضة حيث يعبر عن كل منهما بدالة خطية تأخذ الشكل التالي:

- **دالة الطلب السوقية** $Q_D = A - dP_x$
- **دالة العرض السوقية** $Q_S = B + bP_x$

وبالتالي فإن شرط توازن السوق لسلعة معينة يتحقق بتساوي داليتي الطلب والعرض السوقيتين $Q_D = Q_S$ أي

$$Q_D = Q_S \Leftrightarrow A - dP_x = B + bP_x \quad \cdots \quad I$$

بعد تبسيط العلاقة (I) نحصل على علاقة تقدير سعر التوازن بطريقة مباشرة كالأتي:

سعر التوازن: $bP_x + dP_x = A - B \Leftrightarrow P^* = \dfrac{A-B}{b+d}$

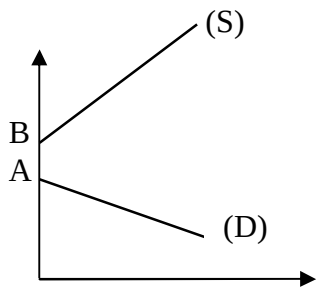
وبتعويض سعر التوازن (P^*) بإحدى المعادلتين العرض أو الطلب نحصل على الكمية التوازنية :

$$Q_D = A - dP_x \longrightarrow Q_D = A - d\left(\frac{A-B}{d+b}\right) \Leftrightarrow Q_D = \frac{Ad + Ab - Ad + Bd}{d+b} \Leftrightarrow Q^* = \frac{Ab + Bd}{d+b}$$

$$Q_s = B + bP_x \longrightarrow Q_s = B + b\left(\frac{A-B}{d+b}\right) \Leftrightarrow Q_s = \frac{Bd + Bd + Ab - Bb}{d+b} \Leftrightarrow Q^*_s = \frac{Ab + Bd}{d+b}$$

ومنه كمية التوازن تحسب وفق العلاقة التالية : $Q^* = \dfrac{Ab + Bd}{d+b}$

ملاحظة : حتى يكون الحل مقبول اقتصاديا يجب أن تكون قيمة السعر والكمية موجبتين حيث لا معنى لسعر أو كمية سالبة ، و بالتالي شرط أن يكون سعر التوازن موجبا هو: $A > B \geq 0$.



ولإثبات ذلك نفرض الحدث العكسي والذي يفيد بأن $B > A \geq 0$ مما يمكن توضيحه وفق الشكل المقابل ؛

ومنه نلاحظ من خلال الشكل أنه لن يكون هناك تقاطع بين المنحنيين وبالتالي ليس هناك توازن في هذا السوق .

مثال : إذا كانت دالة الطلب يعبر عنها بالصيغة التالية: $Q_D = 1200 - 200P$ ودالة العرض من خلال المعادلة التالية: $Q_s = 400p_x$ ، و المطلوب إيجاد القيم التوازنية لهذه السلعة ؟

☚ **الطريقة المباشرة** : تعتمد هذه الطريقة على تطبيق علاقة حساب سعر و كمية التوازن بشكل مباشر وذلك على النحو الأتي :

- السعر التوازني لهذه السلعة $P^* = \frac{A-B}{b+d} \Leftrightarrow P^* = \frac{1200-0}{200+400} \Rightarrow P^* = 2$

- كمية التوازنية للسلعة $Q^* = \frac{Ab+Bd}{b+d} \Leftrightarrow \frac{1200 \cdot 400 + 0 \cdot 200}{200+400} \Rightarrow Q^* = 800$

☚ **طريقة قاعدة التوازن** : لتحقق التوازن في سوق سلعة أو خدمة ما يجب أن تتعادل الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة الأمر الذي ينتج عنه سعر توافقي بين مجموعة الطالبين لهذا المنتج و العارضين (البائعين) له .

$$Q_D = Q_S \Leftrightarrow 1200 - 200P = 400P$$
$$\Rightarrow 1200 = (400+200)P \Rightarrow P^* = \frac{1200}{600} \Leftrightarrow P^* = 2$$

وعليه بتعويض السعر التوازني في إحدى الدالتين نحصل على الكمية التوازنية وذلك كمايلي :

$$Q_S = 400(2) \Leftrightarrow Q^* = 800$$

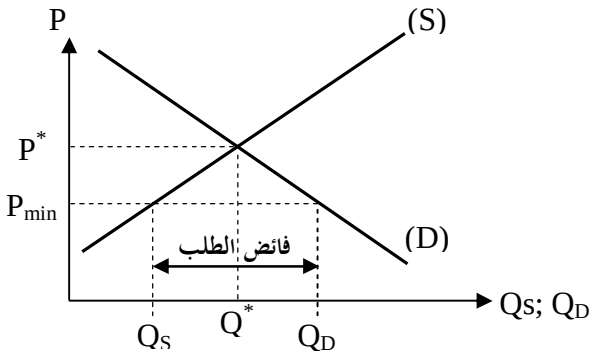
$$Q_D = 1200 - 200(2) \Leftrightarrow Q^* = 800$$

ومنه فالقيم التوازنية لهذه السلعة تشير إلى أن السعر التوافقي 2 (و.ن)، أما الكمية المطلوبة و المباعة تتمثل في 800 وحدة .

IV–3. آليات الحكومة في التأثير على توازن السوق

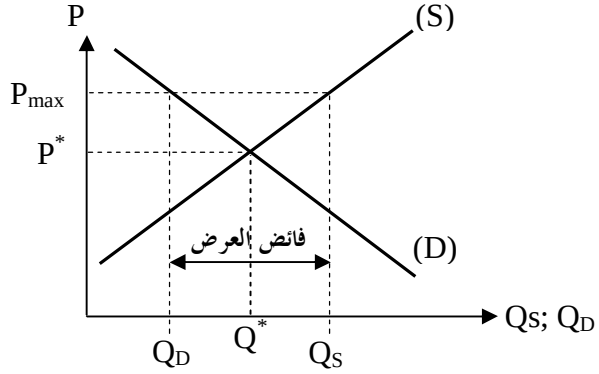
في ظروف المنافسة التامة والرشد الاقتصادي قد تكون قوى العرض والطلب هي العوامل الفاعلة والمؤثرة مباشرة في توازن السوق ، ولكن كثيرا ما يصعب توفر شروط هذه الظروف الطبيعية لسوق لذا قد تكون الحكومة مضطرة للتدخل في السوق بهدف التأثير على توازنها، وهناك أدوات متعددة تأثر من خلالها على توازن السوق تتمثل فيما يلي :-

IV–1-4. آلية التسعير : تعني تدخل الدولة في السوق بطريقة مباشرة بهدف التأثير على حجم العرض أو الطلب لحماية المستهلكين أو المنتجين عن طريق التسعير الجبري الذي يأخذ إحدى الصورتين التاليتين :-



أ- **تحديد أدنى سعر ممكن**: تلجأ الحكومة أو الجهة المكلفة بمراقبة الأسعار في بعض الحالات بتحديد سعر أقل من سعر التوازن لبعض السلع والخدمات خاصة

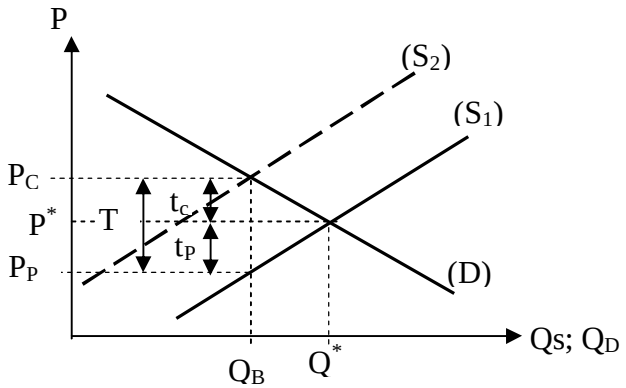
ذات الاستهلاك الواسع لتكون في متناول جميع المستهلكين ومن أمثلة هذا التدخل سياسة تحديد الحد الأدنى للأجور عند إنخفاض القدرة الشرائية ، حيث أنه من المتوقع أن يؤدي هذا الإجراء إلى زيادة الكمية المطلوبة على حساب الكمية المعروضة بمقدار معين يسمى فائض في الطلب يمثل الفرق بين الكميتين عند هذا السعر $(\Delta Q = Q_D - Q_S)$ ، كما يمكن توضيح هذا الفائض بيانيا من خلال الشكل المقابل .



ب- **تحديد أعلى سعر ممكن (تسقيف الأسعار) :**

فيذه الحالة تقوم الحكومة من خلال الوزارة الوصية بتحديد سعر أعلى من سعر التوازن بهدف تحفيز إنتاج بعض السلع الضرورية ، وذلك قصد زيادة الكمية المعروضة على حساب الكمية المطلوبة بفارق يسمى فائض العرض $(\Delta Q = Q_S - Q_D)$ والشكل التالي يوضح هذا الفائض.

IV-4-2. الآلية الضريبية : تستطيع الحكومة أن تؤثر في حجم العرض أو الطلب على سلعة معينة عن طريق فرضها للضرائب مما يؤدي إلى تغير حالة العرض بسبب تغير ظروف العرض وبالتالي يتحول منحنى العرض نحو اليسار للتعبير عن نقصان العرض ومن جهة أخرى ارتفاع السعر بفعل الضريبة التي يتولى دفعها المنتج إلى الحكومة إلا أن قيمتها توزع بين المنتج (البائع) والمستهلك بنسب مختلفة تحددها درجة استجابة التغير في الكمية إلى التغير في سعرها (المرونة السعرية) ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل أدناه .



نلاحظ من الشكل أن نقطة التوازن قبل فرض الضريبة ممثلة في النقطة $A(P^*, Q^*)$ ، أما عند فرض الضـــريبة يؤذي إلى ظهور سعرين الفرق بينهما يعبر عن مقدار الضريبة والذي يعبر عنه بالصيغة الآتية : $T = P_C - P_P$ ، هذا ويمكن تقدير مقدار الضريبة بالعلاقة التالية : $T = t_c + t_p$

حيث أن:

P_c : يمثل السعر الذي يقبل دفعه المشتري للحصول على السلعة بعد فرض الضريبة

P_p : يمثل السعر الذي يستلمه البائع بعد فرض الضريبة

T : مقدار الضريبة على الكمية المباعة

t_c : مقدار الضريبة الذي سيتحمله المشتري $\left(t_c = P_c - P^*\right)$

t_p: مقدار الضريبة الذي سيتحمله البائع $\left(t_p = P^* - P_c\right)$

وبالتالي يمكن إيجاد كمية التوازن بعد فرض الضريبة جبريا عن طريق حل المعادلات الأتية:

- معادلة توازن السوق $Q'_s = Q_D$
- دالة العرض الجديدة $Q'_s = B + b(P - t)$
- دالة الطلب $Q_D = A - dP$

ملاحظات : عند إعتماد الحكومة على ألية الضريبة في التأثير بتواز السوق يتم الأخذ بالنقاط التالية :-

1. يمكن أن يتم فرض الضريبة كنسبة معينة على سعر الوحدة المباعة لتصبح دالة العرض الجديدة بالصياغة التالية: $Q'_s = B + b.P(1-r) \Leftrightarrow Q'_s = B + BP - bP.r$

2. يتم تحديد العبء الضريبي لكل طرف على أساس مقدار المرونة السعرية حيث: أقلهما مرونة هو الذي يتحمل الجزء الأكبر ؛

3. يمكن فرض الضرائب الحكومة من تحصل إيرادات للخزينة تقدر بـــ

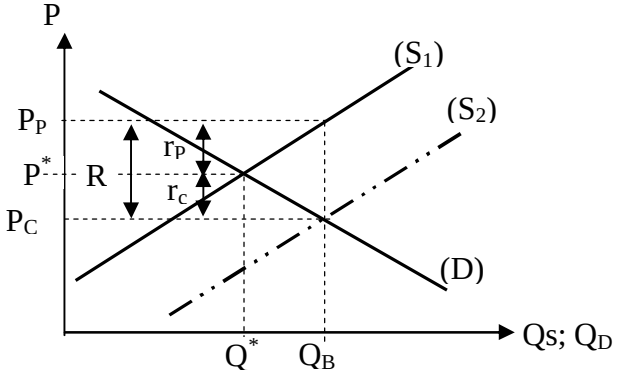
$RT_a = T \cdot Q_1^* \leftarrow$ إذا كانت الضريبة تمثل مقدار ثابت من الكمية المباعة ؛

$RT_a = r \cdot P_1^* \cdot Q_1^* \leftarrow$ إذا كانت الضريبة تمثل نسبة مئوية من الكمية المباعة .

علما أن P_1^* و Q_1^* تمثلان سعر وكمية التوازن الجديدين بعد فرض الضريبة .

مثال تطبيقي : بالإعتماد على معطيات المثال السابق ، ما أثر فرض ضريبة بمقدار $r = 30\%$ ، على توازن سوق هذه السلعة خلال نفس الفترة ؟

IV-4-3. آلية منح الإعانات على الإنتاج : تلجأ الحكومة إلى مثل هذه الآلية في حالة الحاجة إلى تحقيق زيادة في الكمية المعروضة من خلال مساعدة المنتجين بمنحهم إعانات أو تسهيلات إقراضية أو ضريبة ..إلخ وبالتالي يمكن إعتبارها بمثابة ضريبة سالبة تضاف إلى السعر بدلا من أن تطرح منه ويمكن توضيح تأثيرها على التوازن من خلال الشكل التالي:



ملاحظات : بما أن آلية الإعانة تعبر كإجراء عكسية لآلية الضريبة فيمكن تلخيص النقاط التالي :-

1. طريقة إيجاد القيم التوازنية الجديدة تتم بحل المعادلات التالية:

$$\begin{cases} Q_D = Q'_S \\ Q_D = A - dP \\ Q'_S = B + b(P+R) \quad or \quad Q'_S = Q_S + b.R \end{cases}$$

2. تحديد مقدار الإعانة : بما أنها تمثل الفرق بين السعر الذي سيدفعه المستهلك (P_c) والسعر الذي يستلمه البائع (P_P) ، فإنه يمكن إيجادها بالعلاقة التالية:

$$R = r_P + r_C$$

حيث أن:

r_P : تمثل مقدار إستفادة البائع من الإعانة ، والتي يتم تقديرها من خلال العلاقة $\left(r_P = P_P - P^*\right)$

r_c : تمثل مقدار إستفادة المستهلك من الإعانة ، والتي يتم تقديرها من خلال العلاقة $\left(r_c = P^* - P_c\right)$

أي أن مقدار الإعانة المقدمة من طرف الحكومة يقدر بـــ :

$$R = r_p + r_c \Leftrightarrow R = \left(P_p - P^*\right) + \left(P^* + P_c\right) \Rightarrow R = P_p - P_c$$

مثال : نفس المعطيات المثال السابق ، وبفرض أن الحكومة قررت منح إعانة تقدر بـــ $S = 1{,}5$

- ما أثر دلك على القيم التوازنية لهذه السلعة ؟

☚ لدينا المعطيات التالية :

$$Q_D = 1200 - 200P$$
$$Q_S = 400P$$

أما القيم التوازنية قبل منح الإعانة فقدرت بـــ: $Q^* = 800; P^* = 2$

- إيجاد سعر و كمية التوازن بعد منح الإعانة : أولا نقوم بإيجاد دالة العرض الجديدة و التي تأخذ بتأثير الإعانة الممنوحة وذلك من خلال المعادلة الآتية :

$$Q'_S = B + b(P+S)$$

ومنه فإن دالة العرض الجديدة تتمثل في :

$$Q'_S = 400(P + 1.5) \Rightarrow Q'_S = 400P + 600$$

وبالمساواة بين دالة الطلب و دالة العرض الجديدة نحصل على القيم التوازنية التي تأخذ بتأثير تدخل الحكومة من خلال منح إعانة لهذه السلعة .

$$Q'_S = Q_D \Leftrightarrow 400P + 600 = 1200 - 200P \Rightarrow 600P = 600 \Rightarrow P_2 = 1$$
$$Q_D = 1200 - 200(1) \Rightarrow Q_2 = 1000$$

وعليه فإن القيم التوازنية بعد منح الإعانة تمثلت في $B(P=1;Q=1000)$

- مقدار إستفادة المشتري من الإعانة الممنوحة (S_c):

$$S_c = P^* - P_c$$

$$P_C \mapsto Q_D = 1200 - 200P_C \Rightarrow P_C = \frac{1000-1200}{-200} \Rightarrow P_C = 1$$

$$S_c = P^* - P_c \Rightarrow S_c = 2-1 \Leftrightarrow S_c = 1$$

- مقدار إستفادة البائع من الإعانة الممنوحة (S_P):

$$S_P = P_P - P^*$$

$$P_p \mapsto Q_S = 400P_p \Rightarrow 1000 = 400P_p \Rightarrow P_p = \frac{1000}{400} \Leftrightarrow P_p = 2.5$$

$$S_p = P_p - P^* \Rightarrow S_p = 2.5-2 \Leftrightarrow 0.5$$

- التحقق من مقدار الإعانة المستفاد منها بالنسبة لكل طرف :

$$S = S_P + S_C \Rightarrow S = 1+0{,}5 \Rightarrow S = 1{,}5$$
$$S = P_P - P_C \Rightarrow S = 2{,}5-1 \Rightarrow S = 1{,}5$$

3. الذي يستفيد أكثر من الإعانة الممنوحة هو الطرف ذو المرونة السعرية الأقل .

4. مقدار تكلفة الحكومة من جراء منح الإعانات:

- $CT_G = r.Q_1^*$ في حالة منح الإعانة بمقدار ثابت من الكية المنتجة ؛
- $CT_G = r.p.Q_1^*$ في حالة منح الإعانة بنسبة مئوية من الكمية المنتجة

ملاحظة : الفرق بين الكميات يعبر عنه بفائض الطلب و فائض العرض ، بينما الفرق بين الأسعار يعبر عنه بفائض المستهلك وفائض المنتج .

مثال توضيحي لفائض المستهلك $(C.S)$ وفائض المنتج$(P.S)$: لتكن لدينا البيانات التالية والمتعلقة بأحد أسواق سلعة معينة كما يلي:

$$\begin{cases} Q_s = 400P_x \\ Q_D = 1200 - 200P_x \end{cases}$$

$$A(P^*;Q^*) = (2;800)$$

المطلوب: أوجد مقدار الفوائض ؟

الحل النموذجي :

أ- **حساب فائض المستهلك :** علاقة حساب الفائض $C.S = \int_0^{Q^*} f(Q_D)dQ - P^*.Q^*$

$$P = f(Q_D) \Leftrightarrow Q_D = 1200 - 200P_x \Leftrightarrow P = 6 - \frac{1}{200}Q_D$$

بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$C.S = \int_0^{800} 6 - \frac{1}{200}Q_D dq - (2)(800) \Rightarrow C.S = \left[6Q - \frac{1}{200\times 2}Q^2\right]_0^{800} - (2)(800)$$

$$C.S = \left[6(800) - \frac{1}{400}(800)^2\right] - \left[6(0) - \frac{1}{400}(0)^2\right] - 1600 \Rightarrow C.S = 3200 - 1600$$

$$C.S = 1600$$

⌗ **تقدير فائض المستهلك بالإعتماد على الطريقة الهندسية :** تعتمد هذه الطريقة على حساب الفائض من خلال علاقة احداثيات مساحة المثلث

مساحة المثلث (CAB) = 1/2 (القاعدة × الإرتفاع)

- **القاعدة (A):** تمثل الفرق بين كمية التوازن و القيمة الصفرية للكمية ، بمعنى $[Q^* - 0]$

وبالتالي فإن القاعدة تعادل : $A = Q^* - 0 \Rightarrow A = 800$

- **الارتفاع (S):** يمثل الفرق بين سعر التوازن (P^*) والسعر الذي تنعدم عنده الكمية المطلوبة $[P_0 \Rightarrow Q = 0]$

$$S = P^* - P_0$$

ومنه فإن :

$$\begin{cases} P_0 \Rightarrow Q = 0 \mapsto 0 = 1200 - 200P_0 \Leftrightarrow P_0 = \frac{1200}{200} \Rightarrow P_0 = 6 \\ P^* = 2 \end{cases}$$

إذن الإرتفاع يقدر بـــ: $S = P^* - P_0 \Leftrightarrow S = 6 - 2 \Rightarrow S = 4$

وبالتالي فإن فائض المستهلك تبعا لهذه الطريقة يقدر بـــ:

$$C.S = \left[\frac{1}{2}(800\times 4)\right] \Rightarrow C.S = 1600$$

ب- **حساب فائض المنتج:** يتم تقدير فائض المنتج (P.S) وفق العلاقة التالية :-

$$P.S = P^*.Q^* - \int_0^{Q^*} f(Q_s)dQ$$

$$P = f(Q_s) : Q_s = 400P_x \Leftrightarrow P = {}^{1}\!/_{400}\, Q_s$$

$$P.S = (2)(800) - \int_0^{800} \frac{1}{400} Q_s dQ \Rightarrow P.S = 1600 - \left[\frac{1}{400\times 2} Q^2\right]_0^{800}$$

$$P.S = 1600 - 800 = 800$$

ومنه فإن مقدار فائض المنتج هو : 800 وحدة .

خلاصة عامة: من خلال تطبيق إحدى الآليات الحكومية المؤثرة على توازن السوق ينتج عنها نوعين من الفوائض إما الفوائض الناتجة عن الفرق بين الكميات أو الفوائض الناتجة عن الفرق بين الأسعار ، واللذين نوضـــحهما في الأتي :-

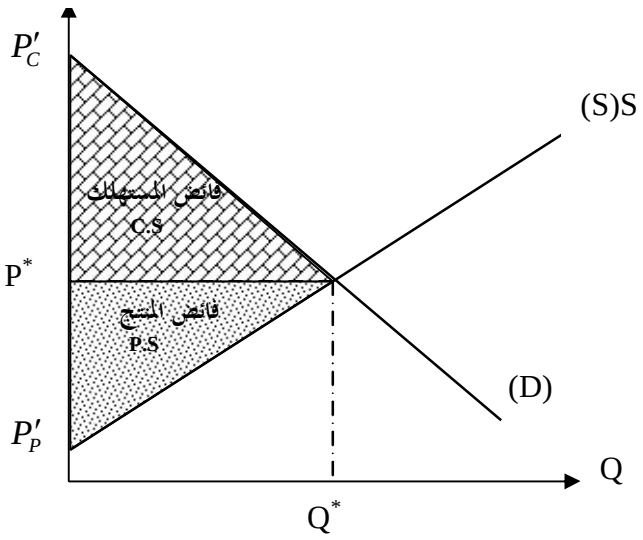
- **فوائض الفرق بين الكميات :** ينتج عن التغير في الكميتين قبل التغير وبعده فائضين هما :-
  - $Q_S > Q_D \Leftarrow$ فائض في العرض بمقدار $\Delta Q_S = Q_S - Q_D$ ؛
  - $Q_S < Q_D \Leftarrow$ فائض في الطلب بمقدار $\Delta Q_D = Q_D - Q_S$.
- **فوائض الفرق بين الأسعار:** عند تحديد السعر التوازني بين العارض و المستهلك ينتج فائضين معا هما-
  - **فائض المستهلك:** يمثل الفرق بين السعر المرغوب والقادر على دفعه للحصول على سلعه معينة من قبل المستهلك و السعر التوازني ، حيث يتم تقديره وفق العلاقة التالية :-

$$C.S = \int_0^Q f(Q_D)\, dQ_D - P^*.Q^*$$

  - **فائض المنتج :** يمثل الفرق بين السعر التوازني والسعر الذي يريد تحصيله البائع أو العارض من خلال تقيمه لسلعة أو خدمة معينة ، حيث يتم تقديره بإستخدام الصيغة الأتية :-

$$P.S = P^*.Q^* - \int_0^Q f(Q_S)\, dQ_S$$

كما يمكن توضيح فائض المستهلك (C.S) و فائض المنتج (P.S) من خلال الشكل البياني التالي :



V - تمارين محلولة لتطبيقات التوازن السوقي

V-1. صيغة التمارين

التمرين الأول : إذا كان في السوق 20 منتج يعرضون نفس السلعة وكانت دالة عرض منتج واحد منهم لهذه السلعة $Q_s = 20P$ ، وفي المقابل هناك 100 مستهلك يمثلون الفئة الطالبة لهذه السلعة وفق الدالة التالية :

$$Q_d = 12 - 2P$$

1- أوجد دالة العرض والطلب السوقي على إفتراض أن المنتجين و المستهلكين متماثلون في هذا السوق ؟

2- قم بإعداد جدول العرض و الطلب لهذا السوق عند مختلف الأسعار التالية :1 ، 2، 3، 4، 5، 6.

3- أوجد سعر وكمية التوازن السوقي رياضيا وبيانيا ؟

التمرين الثاني : إذا توفرت لديك دالتي الطلب و العرض السوقي للسلعة (Q_x) كمايلي :

$$\begin{cases} Q = 4P_x - 13 \\ 2Q = 19 - P_x \end{cases}$$

1- بعد تحديد تمثيل كل دالة ، أوجد جدول العرض و الطلب لهذه السلعة ؟

2- أوجد سعر و كمية التوازن بيانيا ، ثم تحقق من هذه القيم رياضيا ؟

3- بفرض أن الحكومة قررت فرض سعر أدنى يقدر بـــ 4 وحدات نقدية ، ما أثر ذلك على القيم التوازنية ؟

4- ماذا يحدث للسوق إذا قررت الحكومة تحديد سعر أقصى يقدر بـــ 7 وحدات نقدية ؟

التمرين الثالث: في إطار تشجيع المربين على زيادة إنتاج الحليب في شهر رمضان الكريم من جهة و منع حالة المضاربة من جهة أخرى لدى قامت الحكومة بوعد هؤلاء المربين بدعمهم لتحقيق إيرادات مقبولة لديهم فكان أمامها تطبيق أحد النظامين للوصول إلى هذا الهدف هما :

- تحديد سعر اللتر من الحليب بـــ 25 دج وشراء الفائض في حالة تحققه ؟
- إعطاء دعم يتمثل في الفرق بين الإيراد المحقق من بيع لتر الحليب و بين السعر الموعود ؟

على إفتراض أن دوال الطلب و العرض لسلعة الحليب يمكن التعبير عنها من خلال $Q_D = 46 - 0,5P_x ;; Q_S = 0,25P_x + 31$ المعادلتين :

1- أوجد القيم التوازنية ؟

2- ماهو النظام الذي يضمن تحقيق سياسة مثلى للحكومة ؟

التمرين الرابع : بعد دراسة قامت بها إحد مراكز البحث لسوق سلعة معينة تبين أن سلوك الفئة التي تقبل على إستهلاك هذه السلعة خلال فترة محدد يمكن التعبير عنها من $12 = Q_D + 0,5P_x$ خلال المعادلة الخطية التالية : ،كما أظهرت الدراسة أيضا خلال نفس الفترة أن المنتجين الذي يعرضون $3 = Q_S - P_x$ هذه السلعة في السوق يعبر عنهم بالمعادلة التالية : وبهدف التعرف على مدى إستجابة السوق لمختلف العوامل المؤثرة فيه تم تحديد الأسئلة التالية :

1- تحديد القيم التوازنية لهذا السوق ؟

2- ماذا يحدث لهذا السوق إذا كان السعر يعادل 5 دج أو 7 دج ؟

3- بفرض أن الحكومة قررت فرض ضريبة تقدر بـــ 3 دج على الوحدة المنتجة بين ما يلي :

- سعر وكمية التوازن الجديدين رياضيا ثم إثباتها بيانيا ؟
- تحديد السعر الذي سيدفعه المستهلك والذي يستلمه البائع؟
- تحديد مقدار العبء الضريبي لكل من المستهلك والبائع ؟
- حساب إيرادات الحكومة من هذه الضريبة ؟
- حساب مقدار الإنفاق الكلي للمستهلكين و الإيراد الكلي للمنتجين ؟

4- أعد الحالات السابق (المطلوب الثالث) بفرض أن الحكومة فرضت الضريبة على أساس الوحدات المباعة بمعدل 25% ؟

5- ما هو مقدار الضريبة الأفضل الذي يعظم إيرادات الدولة ؟

6- ما هي الوضعية المثلى للعارضين عند المقارنة بين الضريبتين ؟

التمرين الخامس : بفرض أن داليتي الطلب و العرض الفرديتين يمكن صياغتها بالشكل التالي :

$$\begin{cases} P = 4 - \frac{1}{2}Q \\ P = \frac{2 + Q}{3} \end{cases}$$

إذا علمت أن عدد المستهلكين الذي يرغبون في شراء هذه السلعة يقدر بـــ100فرد ، أما عدد العارضين لها فيمثل 9% من إجمالي المستهلكين .

1- إذا فرضنا أن الحكومة منحت إعانة قدرها 5دج على كل وحدة مباعة ، فالمطلوب إيجاد :

- السعر الذي يدفعه المستهلك مع تحديد مقدار إستفادته من هذه الإعانة ؟
- السعر الذي يستلمه البائع مع تحديد مقدار إستفادته من هذه الإعانة ؟
- تكلفة الحكومة من جراء منح هذه الإعانة ؟

2- إذا فرضنا أن عرض هذه السلعة ثابت و محدد بـــ 300 وحدة ، فمن هو المستفيد من هذه الإعانة ؟ حدد نصيب كل منهما ؟

3- أوجد فائض المستهلك و فائض المنتج في الحالتين السابقتين ؟

التمرين السادس : إذا توفرت لديك داليتي الطلب و العرض السوقي للسلعة (Y) كمايلي :

$$\begin{cases} P_y = 60 - 2Q_D^2 \\ P_y = Q_S + 5 \end{cases}$$

1- أوجد القيم التوازنية لهذه السلعة ؟

2- أحسب فائض المنتج وفائض المستهلك ؟

3- نظرا لتحسن القدرة الشرائية لدى الفئة المستهلكة لهذه السلعة الأمر الذي أذا إلى تغير في الطلب عليها و بالتالي التـــأثير على دالة الطلب لهذا تم إعادة صياغة دالة الطلب السوقي بالشكل التالي : $P_y = 50 - 2Q_D$

كما أن الحكومة وفق هذا التغيير قررت فرض ضريبة على كل وحدة مباعة من السلعة (Y) بهدف رفع سعر التوازن بمقدار 5 وحدات نقدية ، و عليه فالمطلوب هو :

- أحسب مقدار الضريبة ؟
- أحسب مرونتي الطلب و العرض السعرية ؟
- من الذي يتحمل الجزء الأكبر من العبء الضريبي ؟
- أحسب حصيلة كل طرف من جراء فرض $(RT_G; RT_P; CT_C)$ هذه الضريبة ؟
- أوجد فائض المنتج وفائض المستهلك قبل وبعد فرض الضريبة ؟

V-2. الحلول النموذجية للتمارين

التمرين الأول : إذا كان في السوق 20 منتج يعرضون نفس السلعة وكانت دالة عرض منتج واحد منهم لهذه السلعة $Q_s = 20P$ ، وفي المقابل هناك 100 مستهلك يمثلون الفئة الطالبة لهذه السلعة وفق الدالة التالية : $Q_d = 12 - 2P$

1- تحديد دالة العرض و الطلب السوقي على إفتراض أن المنتجين و المستهلكين متماثلون في هذا السوق :

- **دالة العرض السوقي** : تماثل المنتجين يعني أنهم مستعدون لبيع نفس الكمية من هذه السلعة عند سعر معين وخلال فترة زمنية محددة ، وبالتالي يتم صياغة دالة العرض كالأتي :

$$Q_S = N_P.Q_s \Rightarrow Q_S = 20.(20P) \Leftrightarrow Q_S = 400P$$

- **دالة الطلب السوقي** : يشير تماثل المستهلكين إلى أنهم قادرون على شراء نفس الكمية من هذه السلعة عند سعر معين وخلال فترة زمنية محددة ، وبالتالي يتم صياغة دالة الطلب كالأتي :

$$Q_D = N_C.Q_d \Rightarrow Q_D = 100.(12 - 2P) \Leftrightarrow Q_D = 1200 - 200P$$

2- إعداد جدول العرض و الطلب لهذا السوق عند مختلف الأسعار التالية :1 ، 2، 3، 4، 5، 6

P	1	2	3	4	5	6
Q_D	1000	800	600	400	200	0
Q_S	400	800	1200	1600	2000	2400

3- تحديد سعر وكمية التوازن السوقي :

- رياضيا :

$$\begin{cases} Q_D = 1200 - 200P & \text{- دالة الطلب السوقي} \\ Q_S = 400P & \text{- دالة العرض السوقي} \\ Q_D = Q_S & \text{- شرط التوازن} \end{cases}$$

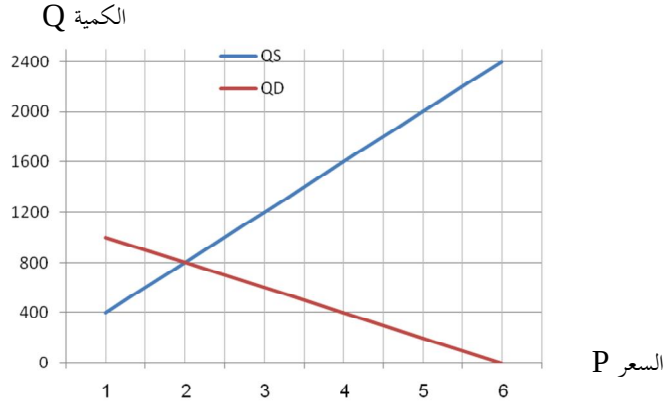
$$Q_D = Q_S \Rightarrow 1200 - 200P = 400P \Leftrightarrow P^* = 2$$

بتعويض السعر التوافقي في دالة الطلب السوقي نحصل على الكمية التوازنية :

$$Q_D = 1200 - 200(2) \Rightarrow Q^* = 800$$

ومنه فإن الكمية المطلوبة من طرف المستهلكين و المباعة من قبل المنتجين تقدر بـــ 800 وذلك عند سعر توافقي قدره 2وحدة نقدية .

- **بيانيا :** يتم ذلك بتمثيل منحنيي الطلب السوقي و العرض السوقي على نفس المعلم ، إذ أن نقطة تقاطع المنحنيين تمثل نقطة التوازن كما أن الإستقاط الأفقي يمكننا من الحصول على الكمية و الإسقاط العمودي يشير إلى السعر المتفق عليه في السوق .



نلاحظ من الشكل أن نقطة تقاطع المنحنيين عند السعر 2 و الكمية 800 وحدة .

التمرين الثاني : لدينا داليتي الطلب و العرض السوقي للسلعة (Q_x) كمايلي :

$$\begin{cases} Q_x = 4P_x - 13 \cdots \quad (I) \\ 2Q_x = 19 - P_x \cdots \quad (II) \end{cases}$$

1- **تحديد تمثيل كل دالة :** تعبر الصيغة الدالية عن العلاقة الموجودة بين الكمية بإعتبارها متغير مؤثر عليه ، و السعر بإعتباره متغير مؤثر ، حيث أن طبيعة هذه العلاقة تكون عكسية في دالة الطلب و التي تعني أن تكون إشارة المتغيرين مختلف ، في حين أن طبيعة العلاقة في دالة العرض تكون طردية أي أن الإشارتين متماثلتين ، وبالإعتماد على هذا المعيار فإن المعادلة (I) تمثل دالة العرض السوقي ، بينما المعادلة (II) فتشير إلى دالة الطلب السوقي .

1.1- إعداد جدول العرض و الطلب للسلعة Q_x : بما أن هذا الجدول يبين قانون الطلب و العرض الذي يعبر عن العلاقة الموجودة بين الكميات عند مختلف الأسعار ، وعليه يتم تحديد الحد الأدنى للسعر من خلال دالة العرض (المنتج) على إعتبار أن هناك سعر يجعل البائع يتوقف عن عرض السلعة عنده ، كما يتم تحديد الحد الأقصى للسعر من خلال دالة الطلب (المستهلك) على أساس أن هناك أيضا سعر يتوقف عنده المستهلك على طلب هذه السلعة للإستهلاك ، وبالتالي فإن مجال الأسعار يحدد كالآتي :-

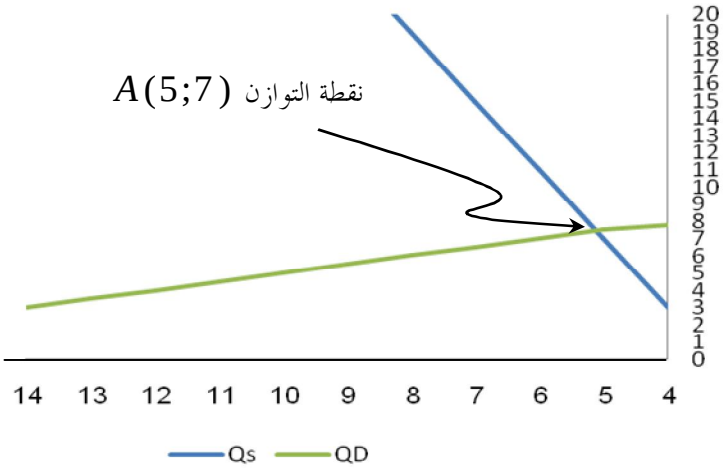
$$Q_{Sx} = 0 \Rightarrow 4P_x - 13 = 0 \Leftrightarrow P_{\min} = \frac{13}{4} \cong 4$$

$$Q_{Dx} = 0 \Rightarrow \frac{19 - P}{2} = 0 \Leftrightarrow P_{\max} = 19$$

بناءا على هذه النتائج فإن جدول الطلب و العرض السوقيين يأخذ الصورة التالية :

P_x	4	5	6	7	8	.....	19
Q_{Sx}	3	7	11	15	23	.....	63
Q_{Sx}	7,5	7	6,5	6	5,5	.....	0

2- سعر و كمية التوازن بيانيا :



- سعر و كمية التوازن رياضيا :

$$Q_S = Q_D \Rightarrow 4P_x - 13 = \frac{19 - P}{2} \Leftrightarrow P^* = 5$$

بتعويض السعر التوافقي في دالة الطلب أو العرض السوقي نحصل على الكمية التوازنية التالية :

$$Q_S = 4(5) - 13 \Rightarrow Q^* = 7$$

ومنه فإن الكمية التوازنية تقدر بـــ 7 وحدة ، وذلك عند السعر 5 وحدة نقدية .

3- في حالة قررت الحكومة التدخل للتأثير على التوازن في السوق إما لحماية المستهلك أو لحماية البائع وذلـــك بفـــرض ســـعر إجباري وفق الحالتين التاليتين :

- تحديد سعر إجباري يقدر بـــ 4 وحدات نقدية : للتعرف على تأثير هذا التدخل على القيمة التوازنية السوقية نقوم بالمقارنة بين حجم العرض و حجم الطلب السوقيين وذلك كمايلي :

حجم الطلب : $P_{fixe} = 4 \Rightarrow Q_D = 9{,}5 - 0{,}5(4) \Leftrightarrow Q_D = 7{,}5$

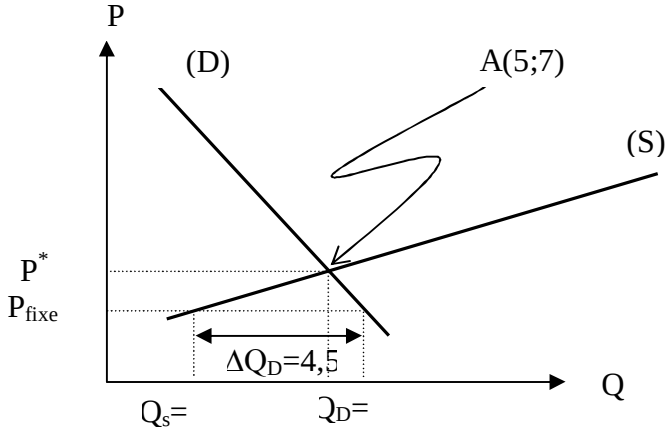
حجم العرض : $P_{fixe} = 4 \Rightarrow Q_S = 4(4) - 13 \Leftrightarrow Q_S = 3$

نلاحظ أن مستوى الطلب أكبر من مستوى العرض مما يعني أن هناك فائض في الطلب يقدر بالفرق بين القيمتين :

$$\Delta Q = Q_D - Q_S \Leftrightarrow \Delta Q_D = 7{,}5 - 3 = 4{,}5$$

كما يمكن توضيح فائض الطلب بيانيا وفق الشكل التالي :

التمثيل البياني لتحديد نقطة التوازن والفائض الناتج



وعليه نستنتج أنه في حالة تحديد سعر أدنى من السعر التوازني سيؤدي إلى إنخفاض الكمية المعروضة و في المقابل زيادة الطلب ليتحقق فائض في الطلب .

- تحديد سعر إجباري يقدر بـــ 7 وحدات نقدية : يكون تأثير هذا التدخل على القيمة التوازنية السوقية وذلك كالآتي :

حجم الطلب : $P_{fixe} = 7 \Rightarrow Q_D = 9{,}5 - 0{,}5(7) \Leftrightarrow Q_D = 6$

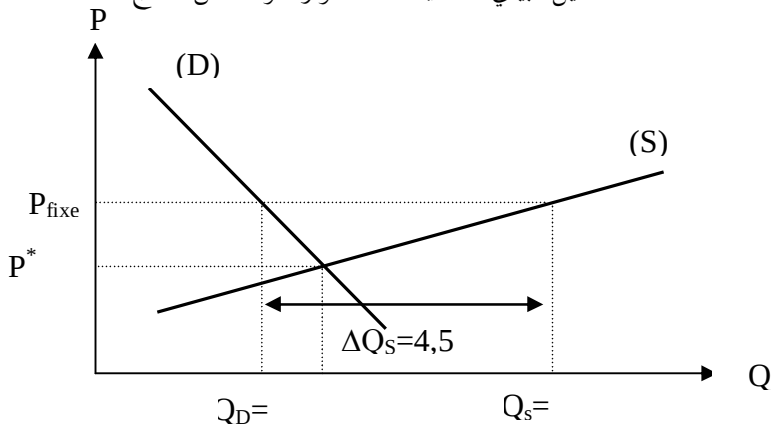
حجم العرض : $P_{fixe} = 7 \Rightarrow Q_S = 4(7) - 13 \Leftrightarrow Q_S = 15$

نلاحظ أن مستوى العرض أكبر من مستوى الطلب مما يعني أن هناك فائض في العرض يقدر بالفرق بين القيمتين :

$$\Delta Q = Q_S - Q_D \Leftrightarrow \Delta Q_S = 15 - 6 = 9$$

ويتم توضيح فائض العرض بيانيا وفق الشكل التالي :

التمثيل البياني لتحديد نقطة التوازن والفائض الناتج



أيضا نستنتج أنه في حالة تحديد سعر أعلى من السعر التوازني سيؤدي إلى إنخفاض الكمية المطلوبة و في المقابل زيادة العرض ليتحقق فائض في العرض .

التمرين الثالث: في إطار تشجيع المربين على زيادة إنتاج الحليب في شهر رمضان الكريم من جهة و منع حالة المضاربة من جهة أخرى لدى قامت الحكومة بوعد هؤلاء المربين بدعمهم لتحقيق إيرادات مقبولة لديهم فكان أمامها تطبيق أحد النظامين للوصول إلى هذا الهدف هما :

- تحديد سعر اللتر من الحليب بـــ 25 دج وشراء الفائض في حالة تحققه ؟
- إعطاء دعم يتمثل في الفرق بين الإيراد المحقق من بيع لتر الحليب و بين السعر الموعود ؟

على إفتراض أن دوال الطلب و العرض لسلعة الحليب يمكن التعبير عنها من خلال $Q_D = 46 - 0{,}5P_x ;; Q_S = 0{,}25P_x + 31$ المعادلتين :

1- **تحديد القيم التوازنية :**

$$Q_D = Q_S \Rightarrow 46 - 0{,}5P_x = 0{,}25P_x + 31 \Leftrightarrow P_1^* = 20$$

بتعويض مقدار السعر في دالة الطلب السوقي نحصل على الكمية التوازنية :

$$Q_D = 46 - 0{,}5(20) \Rightarrow Q_1^* = 36$$

2- **تحديد النظام الذي يحقق سياسة مثلى للحكومة :** يتم ذلك عن طريق تحديد تكلفة كل نظام

- تكلفة النظام الأول : في البداية يتم تقدير مقدار الفائض عند السعر الإجباري 25 دج

مستوى الطلب : $P_{fixe} = 25 \Rightarrow Q_D = 46 - 0{,}5(25) \Leftrightarrow Q_D = 33{,}5$

مستوى العرض : $P_{fixe} = 25 \Rightarrow Q_S = 0{,}25(25) + 31 \Leftrightarrow Q_S = 37{,}25$

إذا هناك فائض في العرض يقدر بـــ :

$$\Delta Q = Q_D - Q_S \Leftrightarrow \Delta Q_D = 37{,}25 - 33{,}5 = 3{,}75$$

ونظرا لأن الحكومة قد وعدت المنتجين بشراء الفائض المحقق في العرض ، لهذا فإن تكلفة هذا النظام تتمثل في :

$$CT_G = \Delta Q_D \times P_{fixe} \Leftrightarrow CT_G = 3{,}75 \times 25 = 93{,}75$$

- تكلفة النظام الثاني :

تعبر تكلفة هذا النظام عن مقدار التحويلات للمنتجين في شكل دعم مالي لإجمالي الوحدات المنتجة من الحليب $CT'_G = Q_2^* \times S$

- مقدار الإعانة للتر الواحد من الحليب : $S = P_{fixe} - P_1^* \Rightarrow S = 25 - 20 \Leftrightarrow S = 5$

- القيم التوازنية بعد تدخل الحكومة بمنح إعانة (S) :

$$\begin{cases} Q_D = Q'_S \\ Q'_S = B + b(P + S) \end{cases} \Rightarrow 46 - 0{,}5P_x = 0{,}25(P_x + 5) + 31 \Leftrightarrow P_2^* = \frac{13{,}75}{0{,}75} = 18{,}33$$

بتعويض مقدار السعر في دالة الطلب نحصل على الكمية التوازنية بعد منح الإعانة :

$$Q_D = 46 - 0{,}5(18{,}33) \Rightarrow Q_2^* = 36{,}83$$

ومنه فإن مقدار تكلفة النظام الثاني يقدر بـــ : $CT'_G = Q_2^* \times S \Rightarrow CT'_G = (36{,}83).(5) = 184{,}15$

بالمقارنة بين تكلفة النظامين ، نلاحظ أن النظام الأولى هو الخيار الأمثل للحكومة بحيث تتحمل (93,75) وحدة نقدية للإنفاق الإجمالي بدل من تحمل ما قيمته (184,15 و.ن) .

التمرين الرابع : بعد دراسة قامت بها إحدى مراكز البحث لسوق سلعة معينة ، تبين أن سلوك الفئة التي تقبل على إستهلاك هذه السلعة خلال فترة محدد يمكن التعبير عنها من خلال المعادلة الخطية التالية : $12 = Q_D + 0{,}5P_x$ ،

كما أظهرت الدراسة أيضا خلال نفس الفترة أن المنتجين الذي يعرضون هذه السلعة في السوق يعبر عنهم بالمعادلة التالية :

$$3 = Q_S - P_x$$

وبهدف التعرف على مدى إستجابة السوق لمختلف العوامل المؤثرة فيه تم تحديد الأسئلة التالية :

1- تحديد **القيم** التوازنية لهذا السوق :

$$Q_D = Q_S \Rightarrow 12 - 0{,}5P_x = 3 + P_x \Rightarrow 9 = 1{,}5P_x \Leftrightarrow \begin{cases} P_1^* = 6 \\ Q_D = 12 - 0{,}5(6) \Rightarrow Q_1^* = 9 \end{cases}$$

ومنه القيم التوازنية تتمثل في 9وحدات من هذه السلعة وذلك بسعر الوحدة الواحد و المقدر بـــ6 وحدات نقدية .

2- أثر تدخل الحكومة في السوق من خلال تحديد الأسعار :

- تحديد سعر إجباري يقدر بـــ 5 دج :

مستوى الطلب : $P_{fixe} = 5 \Rightarrow Q_D = 12 - 0{,}5(5) \Leftrightarrow Q_D = 9{,}5$

مستوى العرض : $P_{fixe} = 5 \Rightarrow Q_S = 3 + (5) \Leftrightarrow Q_S = 8$

نلاحظ أن مستوى الطلب أكبر من مستوى العرض مما يعني أن هناك فائض في الطلب يقدر بـــ

$$\Delta Q = 9{,}5 - 8 \Rightarrow \Delta Q_D = 1{,}5$$

- تحديد سعر إجباري يقدر بـــ 7 دج :

مستوى الطلب : $P_{fixe} = 7 \Rightarrow Q_D = 12 - 0{,}5(7) \Leftrightarrow Q_D = 8{,}5$

مستوى العرض : $P_{fixe} = 7 \Rightarrow Q_S = 3 + (7) \Leftrightarrow Q_S = 10$

نلاحظ أن مستوى العرض أكبر من مستوى الطلب مما يشير إلى وجود فائض في العرض مقداره :

$$\Delta Q = 10 - 8{,}5 \Rightarrow \Delta Q_S = 1{,}5$$

3- أثر تدخل الحكومة في السوق من خلال فرض ضريبة تقدر بـــ 3 دج (T=3) على الوحدة المباعة :

- سعر وكمية التوازن الجديدين رياضيا :

$$\begin{cases} Q_D = Q'_S \\ Q'_S = B + b(P_x - T) \end{cases}$$

وعليه فإن دالة العرض الجديد تكتب على الشكل : $Q'_S = 3 + (P - 3) \Rightarrow Q'_S = P_x$

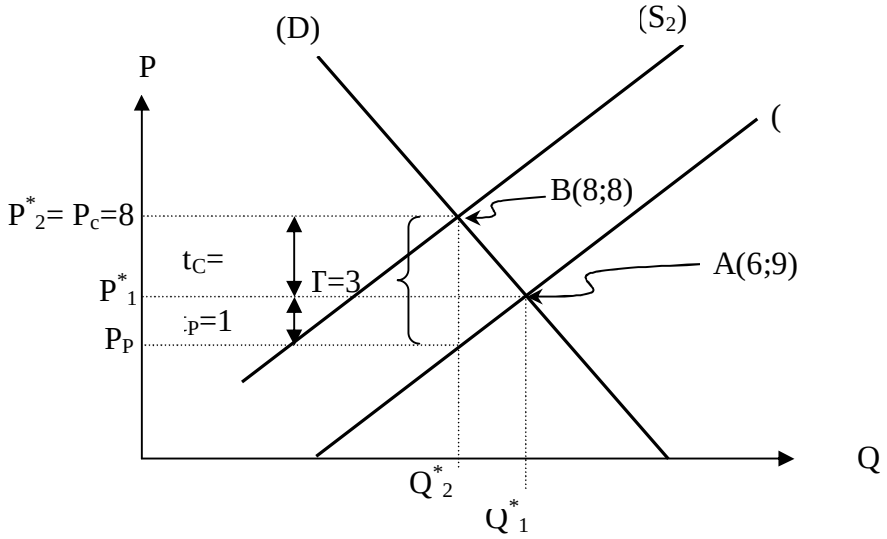
ومنه فإن القيم التوازنية الجديدة تتمثل في :

$$Q_D = Q'_S \Rightarrow 12 - 0{,}5P_x = P_x \Rightarrow P_2^* = 8$$

بتعويض مقدار السعر في دالة الطلب نحصل على الكمية التوازنية الجديدة :

$$Q_D = 12 - 0{,}5(8) \Rightarrow Q_2^* = 8$$

- إثبات سعر وكمية التوازن الجديدين بيانيا :



- تحديد السعر الذي سيدفعه المستهلك وكذا السعر الذي يستلمه البائع :

- **السعر المدفوع من طرف المستهلك (P_C) :** بتعويض الكمية التوازنية بعد فرض الضريبية في دالة الطلب الســـوقية نحصل على :

$$Q_2^* = 8 \Rightarrow Q_D = 8 = 12 - 0{,}5P_C \Rightarrow P_C = \frac{12 - 8}{0{,}5} = 8$$

- **السعر المستلم من طرف البائع (P_P) :** بتعويض الكمية التوازنية بعد فرض الضريبية في دالة العرض السوقية نحصل على :

$$Q_2^* = 8 \Rightarrow Q_S = 8 = 3 + P_P \Rightarrow P_P = 5$$

- تحديد مقدار العبء الضريبي لكل من المستهلك والبائع :

- **مقدار العبء الضريبي بالنسبة للمستهلك (t_C) :** يتحمل المستهلك جزء أو أكثر من الضريبة المفروضة من قبل الحكومة وذلك على أساس الفرق بين السعر المدفوع و السعر المتفق عليه قبل فرض الضريبة ، وعليه فمقدار الضريبة يقدر بـــ :

$$t_C = P_C - P^* \Rightarrow t_C = 8 - 6 \Rightarrow t_C = 2$$

ومنه مقدار الضريبة التي يساهم بها المستهلك على كل وحدة مستهلكة من هذه السلعة بـــ 2 (و.ن)

- **مقدار العبء الضريبي بالنسبة للمستهلك(t_P):** يتحمل البائع الجزء المتبقي من الضريبة المفروضة من قبل الحكومة وذلك على أساس الفرق بين السعر المتفق عليه مع المستهلك و السعر الجديد بعد فرض الضريبة ، وعليه فمقدار الضريبة يقدر بـــ :

$$t_P = P^* - P_P \Rightarrow t_P = 6 - 5 \Rightarrow t_P = 1$$

ومنه فإن مقدار الضريبة التي يساهم بها البائع على كل وحدة مباعة من هذه السلعة بـــ 1 (و.ن) ، كما يمكن تحديد هذا المقدار بإحتساب الجزء المتبقي من الضريبة المدفوعة من طرف المستهلك وذلك كمايلي :

$$t_P = T - t_c \Rightarrow t_P = 3 - 2 \Rightarrow t_P = 1$$

- حساب إيرادات الحكومة من هذه الضريبة (RT_G): بما أن الضريبة تعتبر من أهم إيرادات الخزينة ، وبالتالي فإن مقدار الإيرادات المحقق من هذه السلعة يقدر بـــ :

$$RT_G = Q_2^*.T \Rightarrow RT_G = (8)(3) \Rightarrow RT_G = 24$$

- حساب مقدار الإنفاق الكلي للمستهلكين و الإيراد الكلي للبائعين: يقدر مجموع ما أنفقه مجموع المستهلكين لهذه السلعة بـــ:

$$CT_C = Q_2^*.P_C \Rightarrow CT_C = (8)(8) \Rightarrow CT_C = 64$$

في حين أن مقدار الإيرادات التي حققها البائعين خلال نفس الفترة و البالغ قيمتها :

$$RT_P = Q_2^*.P_P \Rightarrow RT_P = (8)(5) \Rightarrow RT_P = 40$$

هذا و نلاحظ أن الفرق بين الإنفاق الكلي للمستهلكين و الإيراد الكلي للبائعين يمثل مقدار إجمالي الضريبة المدفوعة للحكومة :

$$RT_G = CT_C - RT_P \Rightarrow RT_G = (64)(40) \Rightarrow RT_G = 24$$

4- بفرض أن الحكومة قررت فرض الضريبة على أساس الوحدات المباعة بمعدل 25% (r=0,25)، ما تأثير ذلك على القيم السابقة :

- سعر وكمية التوازن الجديدين رياضيا :

$$\begin{cases} Q_D = Q_S'' \\ Q_S'' = B + bP_x(1-r) \end{cases}$$

وعليه فإن دالة العرض الجديد تكتب على الشكل : $Q_S'' = 3 + P_x(1-0,75) \Rightarrow Q_S'' = 3 + 0,75P_x$

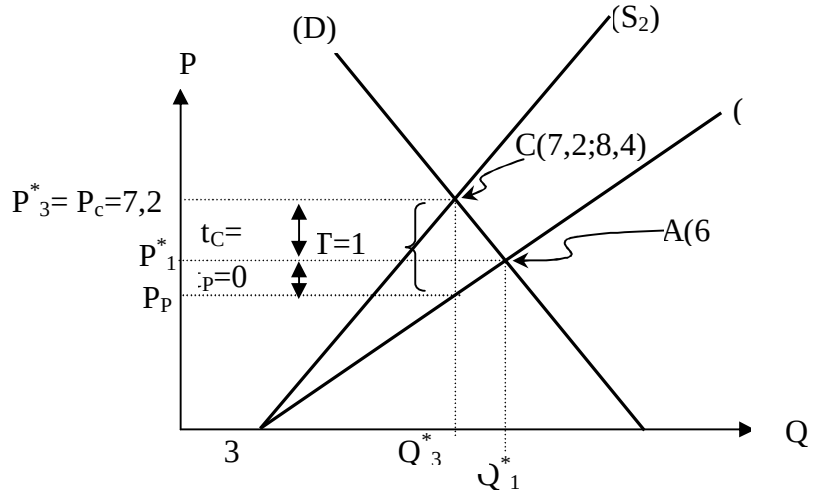
ومنه فإن القيم التوازنية الجديدة تتمثل في :

$$Q_D = Q_S'' \Rightarrow 12 - 0{,}5P_x = 3 + 0{,}75P_x \Rightarrow P_3^* = \frac{9}{1{,}25} = 7{,}2$$

بتعويض مقدار السعر في دالة الطلب نحصل على الكمية التوازنية الجديدة :

$$Q_D = 12 - 0{,}5(7{,}2) \Rightarrow Q_3^* = 8{,}4$$

- إثبات سعر وكمية التوازن الجديدين بيانيا :



- تحديد السعر الذي سيدفعه المستهلك والذي يستلمه البائع :

السعر المدفوع من طرف المستهلك (P_C) : بتعويض الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة في دالة الطلب السوقية نحصل على :

$$Q_3^* = 8{,}4 \Rightarrow Q_D = 8{,}4 = 12 - 0{,}5P_C \Rightarrow P_C = \frac{12 - 8{,}4}{0{,}5} \Rightarrow P_C = 7{,}2$$

السعر المستلم من طرف البائع (P_P) : بتعويض الكمية التوازنية بعد فرض الضريبة في دالة العرض السوقية نحصل على :

$$Q_3^* = 8{,}4 \Rightarrow Q_S = 8{,}4 = 3 + P_P \Rightarrow P_P = 8{,}4 - 3 \Rightarrow P_P = 5{,}4$$

- تحديد مقدار العبء الضريبي النسبي لكل من المستهلك والبائع :

مقدار العبء الضريبي بالنسبة للمستهلك (t_C) : يتحمل المستهلك ما مقداره :

$$t_C = P_C - P^* \Rightarrow t_C = 7{,}2 - 6 \Rightarrow t_C = 1{,}2$$

ومنه مقدار الضريبة التي يساهم بها المستهلك على كل وحدة مستهلكة من هذه السلعة بـــ 1,2 (و.ن)

مقدار العبء الضريبي بالنسبة للمستهلك (t_P) : نصيب البائع أو العارض من الضريبة المفروضة من قبل الحكومة ما قيمته

$$t_P = P^* - P_P \Rightarrow t_P = 6 - 5{,}4 \Rightarrow t_P = 0{,}6$$

ومنه فإن مقدار الضريبة التي يساهم بها البائع على كل وحدة مباعة من هذه السلعة بـــ 0,6 (و.ن) .

وعليه فإن مقدار الضريبة التي تفرضها الحكومة على كل وحدة مباعة و مستهلكة مقدرة بـــ :

$$T = P_3^*.r \Rightarrow T = (7{,}2)(0{,}25) \Rightarrow T = 1{,}8$$

$$T = t_C + t_P \Rightarrow T = (1{,}2) + (0{,}6) \Rightarrow T = 1{,}8$$

- **مقدار الإنفاق الكلي للمستهلكين :** يقدر مجموع ما أنفقه مجموع المستهلكين لهذه السلعة بـــ:

$$CT_C = Q_3^*.P_C \Rightarrow CT_C = (8,4)(7,2) \Rightarrow CT_C = 60,48$$

- **أما مقدار الإيرادات التي حققها البائعين خلال نفس الفترة و البالغ قيمتها :**

$$RT_P = Q_3^*.P_P \Rightarrow RT_P = (8,4)(5,4) \Rightarrow RT_P = 45,36$$

- **حساب إيرادات الحكومة من هذه الضريبة (RT_G):** مقدار الإيرادات المحقق من هذه السلعة يقدر بـــ :

$$RT_G = Q_3^*.P_3^*.r \Rightarrow RT_G = (8,4)(7,2)(0,25) \Rightarrow RT_G = 15,12$$
$$RT_G = Q_3^*.T \Rightarrow RT_G = (8,4)(1,8) \Rightarrow RT_G = 15,12$$

كما أن الفرق بين الإنفاق الكلي للمستهلكين و الإيراد الكلي للبائعين يشير إلى مقدار إجمالي الضريبة المدفوعة للحكومة من هذه السلعة :

$$RT_G = CT_C - RT_P \Rightarrow RT_G = (60,48)(45,36) \Rightarrow RT_G = 15,12$$

5- تحديد **الوضعية المثلى للعارضين عند المقارنة بين الضريبتين :** لدينا أسلوبين لفرض الضريبة ، إما كمقـــدار ثابـــت ($t=3$) ، أو كنسبة مئوية من السعر ($r=0,25$) ، وعليه للمقارنة بين أي هذين الأسلوبين هو الذي يفضله البائعين حسب هذه الدراسة :

$$T = 3 \Rightarrow RT_P = Q_2^*.P_P \Rightarrow RT_P = 40$$
$$r = 25\% \Rightarrow RT_P = Q_3^*.P_P \Rightarrow RT_P = 45,36$$

نلاحظ أن الضريبة كنسبة مئوية تحقق إيراد أعلى منه لما تكون الضريبة كمقدار ثابت بالنسبة لهذه الدراسة، وبالتالي فإن البائعين يفضلون أن تكون بالطريقة التي تعظم إيراداتهم .

6- تحديد **مقدار الضريبة الأفضل بحيث تعظم إيرادات الحكومة :**

يشترط للحصول على القيمة العظمة لدالة ما أن تنعدم المشتقة الأولى لهذه الدالة ، بالإضافة إلى أن المشتقة الثانية لها أقل من الصفر وذلك للدلالة على أنها ذات نهاية عظمى ، لهذا يتم التعبير عن الدالة التي تعظم الإيرادات الحكومية من خلال فرض ضريبة كالآتي:

$$Max \quad RT_G = Q_4^*.\alpha$$

نقوم بحساب الكمية التوازنية الجديدة عند فرض ضريبة مثلى تقدر بـــ (α) وذلك على النحو التالي :

$$\begin{cases} Q_D = Q_S''' \\ Q_D = 12 - 0,5P_x \\ Q_S''' = 3 + (P_x - \alpha) \end{cases}$$

$$12 - 0,5P_x = 3 + (P_x - \alpha) \Rightarrow P_4^* = \frac{\alpha + 9}{1,5} \Rightarrow P_4^* = 6 + \frac{2}{3}\alpha$$

بتعويض مقدار السعر المتضمن الضريبة في دالة الطلب نحصل على الكمية التوازنية الجديدة :

$$Q_D = 12 - 0,5(6 + \frac{2}{3}\alpha) \Rightarrow Q_4^* = 9 - \frac{1}{3}\alpha$$

ومنه فإن الدالة التي تعبر عن الإيرادات الحكومية العظمى تكون على الشكل التالي :

$$RT_G = \left(9 - \frac{1}{3}\alpha\right).(\alpha) \Rightarrow RT_G = 9\alpha - \frac{1}{3}\alpha^2$$

تحديد مقدار الضريبة الأمثلي للحكومة :

$$\frac{\partial RT_G}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow 9 - \frac{2}{3}\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{27}{2}$$

حتى يتم الإقرار بأن $\left(\frac{27}{2}\right)$ تمثل مقدار الضريبة الأمثل للحكومة المفروض على كل وحدة مباعة و مستهلكة ،

وذلك إذا كانت المشتقة الثانية لدالة حصيلة الإيرادات الحكومية أقل من الصفر :

$$\frac{\partial 2RT_G}{\partial \alpha^2} < 0 \Rightarrow \frac{\partial 2RT_G}{\partial \alpha^2} = -\frac{2}{3} < 0$$

بما أن قيمة المشتقة الثانية أقل من الصفر فهذا يعني أن مقدار الضريبة الذي يعظم إيرادات الحكومة تقدر بـــ $\left(\frac{27}{2}\right)$

وذلك بما قيمته $RT_G = 9\left(\frac{27}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{27}{2}\right)^2 \Rightarrow RT_G = 60{,}75$

كما يمكن تقدير سعر وكمية التوازن عند مقدار الضريبة الأمثل وذلك كمايلي :

$$P_4^* = 6 + \frac{2}{3}\left(\frac{27}{2}\right) \Rightarrow P_4^* = 15$$

$$Q_4^* = 9 - \frac{1}{3}\left(\frac{27}{2}\right) \Rightarrow Q_4^* = 4{,}5$$

التمرين الخامس : بفرض أن دالتي الطلب و العرض الفرديتين يمكن صياغتها بالشكل التالي :

$$\begin{cases} P = 4{,}45 - \frac{1}{2}Q \\ P = \frac{2+Q}{3} \end{cases}$$

كما أن عدد المستهلكين الذي يرغبون في شراء هذه السلعة يقدر بـــ100فرد ،أما عدد العارضين لها فيمثل 9% من إجمالي المستهلكين .

1- لدراسة تغيرات السوق يتطلب التعامل مع دوال السوقية ، وبالتالي فإن دالة الطلب و دالة العرض السوقيتين تكون كالآتي :

- دالة الطلب السوقية :

$$\begin{cases} P = 4{,}45 - \frac{1}{2}Q_d \Leftrightarrow Q_d = 8{,}9 - 2P \\ N_C = 100 \end{cases} \Rightarrow Q_D = (Q_d).(N_C) = 100.(8{,}9 - 2P) \Rightarrow Q_D = 890 - 200P$$

- دالة العرض السوقية :

$$\begin{cases} P = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}Q_s \Leftrightarrow Q_s = 3P - 2 \\ N_P = 0{,}09.N_C \Rightarrow N_P = 9 \end{cases} \Rightarrow Q_S = (Q_s).(N_P) = 9.(3P - 2) \Rightarrow Q_S = 27P - 18$$

2- تأثيرات تدخل الحكومة بمنح إعانة قدرها 5دج على كل وحدة مباعة : يتم في هذا العنصر المقارنة بين الوضعيتين قبل و بعد هذا التدخل وعليه يتم تقدير القيم التوازنية قبل منح الإعانة ، و القيم التوازنية بعد منحها .

2-1- تحديد القيم التوازنية قبل الإستفادة من الإعانة :

$$Q_D = Q_S \Rightarrow 890 - 200P = 27P - 18 \Rightarrow P_1^* = \frac{908}{227} = 4$$

$$Q_D = 890 - 200(4) \Rightarrow Q_1^* = 90$$

ومنه فإن السعر التوافقي يقدر بأربعة وحدات نقدية ، وذلك بتصريف وإستهلاك 90 وحدة من هذه السلعة .

2-2- تحديد القيم التوازنية بعد الإستفادة من الإعانة : مقدار الإعانة S=5 ، وبالتالي فإن دالة العرض الموافقة لهذه الإستفادة تأخذ الشكل التالي : $Q'_S = 27(P+5) - 18 \Rightarrow Q'_S = 27P + 117$

وعليه فالقيم التوازنية الجديدة :

$$Q_D = Q'_S \Rightarrow 890 - 200P = 27P + 117$$

$$\Rightarrow P_2^* = \frac{773}{227} \Rightarrow P_2^* = 3,4$$

$$Q_D = 890 - 200(3,4) \Rightarrow Q_2^* = 210$$

إذن بعد منح إعانة تقدر بخمس وحدات نقدية على كل وحدة مباعة ومستهلكة ، مما أدى إلى إرتفاع الكميات المتداولة في السوق بسبب تدعيم السعر ، حيث خفض إلى 3,4 و.ن ، لتصل المكية المباعة إلى 210 وحدة بدل من 90 وحدة قبل هذا التغيير .

2-3- تحديد السعر الذي يدفعه المستهلك وكذا مقدار إستفادته من الإعانة :

$$Q_2^* = 210 \Rightarrow Q_D = 210 = 890 - 200P_C \Rightarrow P_C = \frac{890 - 210}{200} \Rightarrow P_C = 3,4$$

وبذلك فإن نصيب المستهلك من هذه الإعانة يقدر بـــ :

$$S_C = P^* - P_C \Rightarrow S_C = 4 - 3,4 \Rightarrow S_C = 0,6$$

وعليه فإن الإنفاق الإجمالي لمستهلكي هذه السلعة يقدر بـــ :

$$CT_C = Q_2^*.P_C \Rightarrow CT_C = (210)(3,4) \Rightarrow CT_C = 714$$

2-4- تحديد السعر الذي يستلمه البائع مع تحديد مقدار إستفادته من هذه الإعانة :

$$Q_2^* = 210 \Rightarrow Q_S = 210 = 27P_P - 18 \Rightarrow P_P = \frac{210 + 18}{27} \Rightarrow P_P = 8,4$$

وبذلك فإن نصيب البائعين هذه الإعانة يقدر بـــ :

$$S_P = P_P - P^* \Rightarrow S_P = 8,4 - 4 \Rightarrow S_P = 4,4$$

وعليه فإن الإيراد الإجمالي لبائعي هذه السلعة فيقدر بـــ :

$$RT_P = Q_2^*.P_P \Rightarrow RT_P = (210)(8,4) \Rightarrow RT_P = 1764$$

- تكلفة الحكومة من جراء منح هذه الإعانة :

$$CT_G = Q_2^*.S \Rightarrow CT_G = (210)(5) \Rightarrow CT_C = 1050$$

$$CT_G = RT_P - CT_C \Rightarrow CT_G = 1764 - 714 \Rightarrow CT_C = 1050$$

3- بفرض أن كمية العرض لهذه السلعة ثابت و محدد بـــ 190 وحدة ، فمن هو المستفيد من هذه الإعانة :

- القيم التوازنية لهذه الوضعية :

$$Q_D = Q_S'' \Rightarrow 890 - 200P = 190 \Rightarrow \begin{cases} P_3^* = 3{,}5 \\ Q_3^* = 190 \end{cases}$$

نعلم أن مقدار الإستفادة يتحدد على أساس قيمة الزيادة في الكمية نتيجة الزيادة في السعر بوحدة واحدة إذ كلما كانت هذه الزيادة أقل كلما كانت الإستفادة أكبر ، و بما أن ميل دالة العرض معدوم الأمر الذي يشير إلى بقاء الكمية المعروضة في سوق السلعة ثابت مهما تغير السعر زيادة أو نقصان ، فإن قيمة الإعانة تكون من نصيب البائعين فقط .

وعليه فإن الإيراد الإضافي $\left(RT_P^+\right)$ المحقق من هذه الإعانة يقدر بـــ :

$$RT_P^+ = Q_3^*.S \Rightarrow RT_P^+ = (300)(5) \Rightarrow RT_P^+ = 1500$$

4- أوجد فائض المستهلك و فائض المنتج في الحالات السابقة : تم دراسة ثلاثة حالات لتغير في سوق هذه السلعة يبينها الجدول التالي :

الحالات	الحالة (أ) : قبل التدخل الحكومي	الحالة (ب) : التدخل لمنح إعانة	الحالة (ج) : تغيير دالة العرض
السعر	4	3,4	3,5
الكمية	90	210	190
دالة العرض	$Q_S = 27P - 18$	$Q_S' = 27P + 117$	$Q_S'' = 190$
دالة الطلب	$Q_D = 890 - 200P$		

- فائض المستهلك : يرمز لفائض المستهلك بـــ C.S إذ يشير إلى مقدار الفرق بين السعر القادر و الراغب في دفعه المستهلك للحصول على عدد وحدات معنية من السلعة والسعر المتفق عليه مع البائعين لهذه السلعة ، كما يمكن تقدير هذا الفائض بتطبيق العلاقة التالية :

$$C.S = \int_0^{Q^*} f(Q_D)dQ_D - \left(Q^*.P^*\right)$$

قبل تقدير قيمة الفائض يجب إيجاد الدالة العكسية لدالة الطلب السوقية $(f(Q_D))$:

لدينا دالة الطلب مكتوبة من الشكل : $Q_D = f(P) \mapsto f(P) = A - \partial P$

ومنه فإن الدالة المعكوسة لدالة الطلب تكتب كالآتي :

$$f^{-1}(P) = f(Q_D) \Leftrightarrow f(Q_D) = \frac{A - Q_D}{\partial} \quad / \partial > 0$$

ملاحظة : في حالة ميل دالة الطلب معدوم $(\partial = 0)$ ، فإن الناتج يعبر عن قيمة الفائض المضحى به من طرف المستهلك عند التغير في سعر عن السعر المتفق عليه (التوازني) وذلك بمقدار : $C.S = \left[-\left(Q^*.P^*\right)\right]$.

- الحالة (أ) : السعر 4 (و.ن) و الكمية التوافقية 90 وحدة ، وعند دالة الطلب من الشكل : $Q_D = 890 - 200P$

تحديد معكوس دالة الطلب السوقي : $Q_D = 890 - 200P \Rightarrow f(Q_D) = \frac{890 - Q_D}{200}$

ومنه فائض المستهلك يقدر بـــ :

$$C.S_1 = \int_0^{90}\left(\frac{890-Q_D}{200}\right)dQ_D - (90).(4) \Rightarrow C.S_1 = \left[4{,}45Q_D - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{Q_D^2}{200}\right)\right]_0^{90} - (360)$$

$$C.S_1 = \left[\left(4{,}45(90) - \left(\frac{1}{400}\right)(90)^2\right) - \left(4{,}45(0) - \left(\frac{1}{400}\right)(0)^2\right)\right] - (360) \Rightarrow C.S_1 = 20{,}25$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأولى يقدر بـــ : $C.S_1 = 20{,}25$

- الحالة (ب) : السعر 3,4 (و.ن) و الكمية التوافقية 210 وحدات ، وعند نفس دالة الطلب .

$$C.S_2 = \int_0^{210}\left(\frac{890-Q_D}{200}\right)dQ_D - (210).(3{,}4) \Rightarrow C.S_2 = \left[\left(4{,}45(210) - \left(\frac{1}{400}\right)(210)^2\right) - 0\right] - (714) \Rightarrow C.S_2 = 110{,}25$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الثانية يقدر بـــ : $C.S_2 = 110{,}25$

- الحالة (ج) : السعر 3,5 (و.ن) و الكمية التوافقية 190 وحدة ، وعند نفس دالة الطلب .

$$C.S_3 = \int_0^{190}\left(\frac{890-Q_D}{200}\right)dQ_D - (190).(3{,}5) \Rightarrow C.S_3 = \left[\left(4{,}45(190) - \left(\frac{1}{400}\right)(190)^2\right) - 0\right] - (665) \Rightarrow C.S_3 = 90{,}25$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الثانية يقدر بـــ : $C.S_3 = 90{,}25$

- فائض المنتج (البائع) : يرمز لفائض المنتج بـــ P.S والذي يشير إلى مقدار الفرق السعر المتفق عليه مع المستهلكين لهذه السلعة و بين السعر الذي يقابل تغطية الحد الأدنى من التكاليف ، أي السعر الذي يرغب في إستلامه نتيجة التخلي عن وحدة واحدة من السلعة ، وعليه يمكن تقدير هذا الفائض بتطبيق العلاقة التالية :

$$P.S = \left(Q^*.P^*\right) - \int_0^{Q^*} f(Q_S)dQ_S$$

حيث أن عبارة معكوس دالة العرض السوقي تكتب كالآتي :

$$f^{-1}(P) = f(Q_S) \Leftrightarrow f(Q_S) = \frac{Q_S - B}{\partial} \qquad / \partial > 0$$

ملاحظة : في حالة ميل دالة العرض معدوم $(\partial = 0)$ ، فإن الناتج يعبر عن قيمة الفائض الأقصى الممكن الحصول عليه من طرف البائع عند التغير في السعر عن السعر التوازني و ذلك بمقدار : $P.S = \left(Q^*.P^*\right)$ ، كما تجدر الإشارة إلى أن هذه القيمة متضمنة للفائض المضحى به من قبل المستهلك عند نفس الوضعية .

- الحالة (أ) : السعر 4 (و.ن) و الكمية التوافقية 90 وحدة ، وعند دالة العرض من الشكل : $Q_S = 27P - 18$.

$$Q_S = 27P - 18 \Rightarrow f(Q_S) = \frac{Q_S - (-18)}{27}$$

وعليه فإن فائض المنتج يقدر بـــ :

$$P.S_1 = ((90)(4)) - \int_0^{90}\left(\frac{Q_S + 18}{27}\right)dQ_S \Rightarrow P.S_1 = (360) - \left[\left(\frac{18}{27}\right)Q_S + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{Q_S^2}{27}\right)\right]_0^{90}$$

$$P.S_1 = (360) - \left[\left(\left(\frac{18}{27}\right)(90) + \left(\frac{1}{54}\right)(90)^2\right) - \left(\left(\frac{18}{27}\right)(0) + \left(\frac{1}{54}\right)(0)^2\right)\right] \Rightarrow P.S_1 = 150$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأولى يقدر بـــ : $P.S_1 = 150$

- الحالة (ب) : السعر 3,4 (و.ن) و الكمية التوافقية 210 وحدات ، وعند دالة العرض من الشكل : $Q'_S = 27P + 117$.

$$P.S_2 = (210).(3,4) - \int_0^{210}\left(\frac{Q_S - 117}{27}\right)dQ_S \Rightarrow P.S_2 = (714) - \left[\left(\left(\frac{-117}{27}\right)(210) + \left(\frac{1}{54}\right)(210)^2\right) - 0\right] \Rightarrow P.S_2 = 807,33$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الثانية يقدر بـــ : $P.S_2 = 807,33$

- الحالة (ج) : السعر 3,5 (و.ن) و الكمية التوافقية 190 وحدة ، وعند دالة العرض من الشكل : $Q''_S = 190$.

بما أن ميل دالة العرض معدوم $(\partial = 0)$ ، فإن الفائض الذي يمكن للبائع الحصول عليه يقدار بـــ:

$$P.S_3 = (Q^*.P^*) \Rightarrow P.S_3 = (190).(3,5) \Rightarrow P.S_3 = 665$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأخيرة يقدر بـــ : $P.S_3 = 665$

التمرين السادس : إذا توفرت لديك دالتي الطلب و العرض السوقي للسلعة (Y) كمايلي :

$$\begin{cases} P_y = 60 - 2Q_D^2 \\ P_y = Q_S + 5 \end{cases}$$

1- **القيم التوازنية للسلعة (y):** كما يمكن الحصول على القيم التوازنية من خلال تعادل الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة ، فإنه يمكن الإعتماد على المساواة بين السعر الذي يرغب في الحصول عليه البائع و السعر القادر و المستعد على دفعه المستهلك من أجل الحصول على هذه السلعة ، وذلك وفق العلاقة التالية :

$$P_{Y_D} = P_{Y_S} \Rightarrow 60 - 2Q^2 = Q + 5$$
$$\Rightarrow 2Q^2 + Q - 55 = 0$$

معادلة من الدرجة الثانية ومعدومة ، نقوم بحساب المميز $(\triangle)$ للحصول على الكمية التوازنية في السوق :

$$\Delta = (1)^2 - 4(2)(-55) \Rightarrow \Delta = 441 = (21)^2$$

ومنه المعادلة تقبل حلين متمايزين هما :

$$Q' = \frac{-1 + \sqrt{441}}{(2)(2)} \Rightarrow Q' = 5$$

$$Q'' = \frac{-1 - \sqrt{441}}{(2)(2)} \Rightarrow Q'' = (-5,5)$$

بما أنه لا توجد دلالات للكميات السالبة ، فإنه يتم إعتبار أن الكمية التي ستباع في السوق و يأخدها الطالبين لها تقدر بـــ 5 وحدات ، وذلك عند السعر المقدر بـــ : $P_1^* = 10$.

2- أحسب فائض المنتج وفائض المستهلك :

- تحديد مقدار فائض المنتج (P.S) : عند السعر 10 والكمية التوازنية 5 ، وكذلك معكوس دالة العرض التالي :

$$P_y = Q_S + 5$$

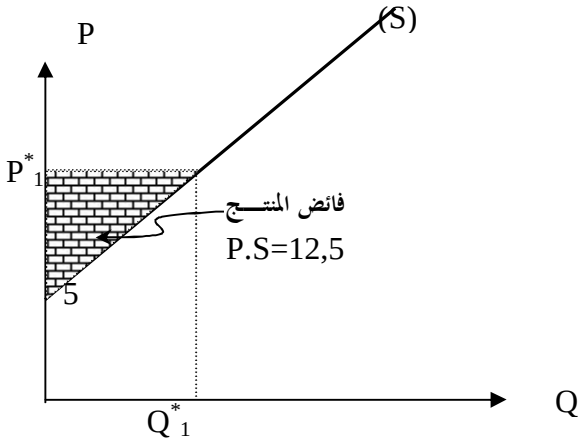
$$P.S = \left(Q^*.P^*\right) - \int_0^{Q^*} f\left(Q_S\right)dQ_S$$

$$P.S = \left((5)(10)\right) - \int_0^5 \left(Q_S + 5\right)dQ_S \Rightarrow P.S = (50) - \left[5Q_S + \left(\frac{1}{2}\right)Q_S^2\right]_0^5$$

$$\Rightarrow P.S = (50) - \left[\left(5(5) + 0{,}5(5)^2\right) - 0\right] \Rightarrow P.S = 12{,}5$$

ومنه فإن فائض المستهلك وفق الحالة الأولى يقدر بـــ : $P.S = 12{,}5$

كما يمكن توضيح مقدار هذا الفائض من خلال الشكل أدناه :



- تحديد مقدار فائض المستهلك (C.S): عند السعر 10 والكمية التوازنية 5 ، وكذلك معكوس دالة الطلب التالي :

$$P_y = 60 - 2Q_D^2$$

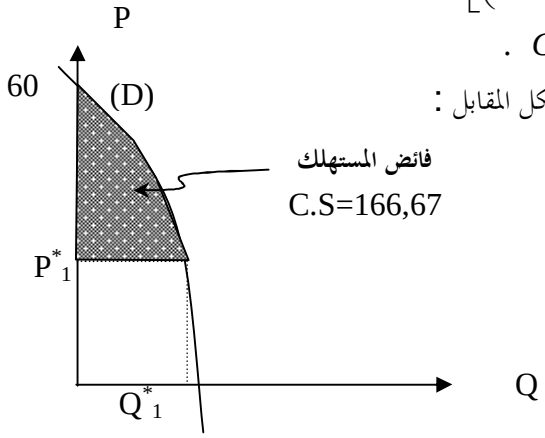
$$C.S = \int_0^{Q^*} f\left(Q_D\right)dQ_D - \left(Q^*.P^*\right)$$

$$C.S = \int_0^5 \left(60 - 2Q_D^2\right)dQ_D - \left((5)(10)\right) \Rightarrow C.S = \left[60Q_D - \left(\frac{2}{3}\right)Q_D^3\right]_0^5 - (50)$$

$$\Rightarrow C.S = \left[\left(60(5) - \frac{2}{3}(5)^3\right) - 0\right] - (50) \Rightarrow C.S = 166{,}67$$

ومنه فإن فائض المستهلك يقدر بـــ : $C.S = 166{,}67$.

هذا و يمكن توضيح مقدار هذا الفائض من خلال الشكل المقابل :



3- نظرا لتحسن القدرة الشرائية لدى الفئة المستهلكة لهذه السلعة الأمر الذي أذا إلى تغير في الطلب عليها و بالتالي التأثير على دالة الطلب لهذا تم إعادة صياغة دالة الطلب $P_y = 50 - 2Q_D$ السوقي بالشكل التالي :

كما أن الحكومة وفق هذا التغيير قررت فرض ضريبة على كل وحدة مباعة من السلعة (Y) بهدف رفع سعر التوازن بمقدار 5 و.ن.

- القيم التوازنية للوضعية الجديدة :

$$P_{Y_D} = P'_{Y_S} \Rightarrow 50 - 2Q = Q + 5 \Rightarrow \begin{cases} Q_2^* = 15 \\ P_2^* = 20 \end{cases}$$

- القيم التوازنية للوضعية الجديدة بعد فرض ضريبة التي ستؤدي إلى رفع السعر الجديد بمقدار $(\triangle P=5)$ **:**

$$P_2^* = 20 \xrightarrow{\Delta P=5} P_3^* = 20 + 5 = 25$$

ومنه فإن تأثير تدخل الحكومة من خلال فرض الضريبة لرفع السعر إلى 25 سيؤدي أيضا إلى تغير الكمية التوازنية لتصبح :

$$Q_3^* = ?? \Rightarrow 25 = 50 - 2Q \Rightarrow Q_3^* = 12{,}5$$

- مقدار الضريبة المفروضة على كل وحدة مباعة : تعبر قيمة الضريبة للوحدة الواحدة على الفرق بين السعر المدفوع من طرف المستهلك و السعر المستلم من قبل البائع أو المنتج ، وفيما يلي نبين طريقة إيجاد قيمة الضريبة .

- **السعر المدفوع من طرف المستهلك :** بتعويض الكمية التوازنية (Q_3^*) بعد فرض الضريبية في دالة الطلب السوقية نحصل على السعر

$$Q_D = 12{,}5 \Rightarrow P_y = 50 - 2(12{,}5) \Rightarrow P_C = 25$$

- **السعر المستلم من قبل البائع :** بتعويض الكمية التوازنية بعد فرض الضريبية في دالة العرض السوقية نحصل على السعر المطلوب .

$$Q_S = 12{,}5 \Rightarrow P_y = (12{,}5) + 5 \Rightarrow P_P = 17{,}5$$

ومنه فإن **مقدار الضريبة** هو : $T = P_C - P_P \Rightarrow T = 25 - 17{,}5 \Rightarrow T = 7{,}5$

- أحسب مرونتي الطلب و العرض السعرية :

- **مرونة الطلب السعرية :**

$$E_{P_D} = \frac{\partial Q_D}{\partial P} . \frac{P}{Q} \Rightarrow E_{P_D} = (-2)\left(\frac{20}{15}\right) \Rightarrow E_{P_D} = \left|-\frac{8}{3}\right|$$

- **مرونة العرض السعرية :**

$$E_{P_S} = \frac{\partial Q_S}{\partial P} . \frac{P_2^*}{Q_2^*} \Rightarrow E_{P_S} = (1)\left(\frac{20}{15}\right) \Rightarrow E_{P_S} = \frac{4}{3}$$

- من الذي يتحمل الجزء الأكبر من العبء الضريبي : هناك معيار أساسي يتمثل في أن الطرف ذو المرونة السعرية الأعلى هو الذي سيتحمل العبء الأكبر ، لهذا و بالرجوع إلى قيمة المرونتين في السؤال السابق ، نلاحظ أن مرونة العرض السعرية أقل من مرونة الطلب السعرية وبالتالي فإن المستهلك هو الذي سيتحمل الجزء الأكبر .

كما يمكن التأكيد على هذا الإستنتاج بالطريقة الحسابية التالية :

$$t_C = P_C - P^* \Rightarrow t_C = 25 - 20 \Rightarrow t_C = 5$$
$$t_P = P^* - P_P \Rightarrow t_P = 20 - 17{,}5 \Rightarrow t_P = 2{,}5$$

نلاحظ أن نصيب المستهلك من الضريبة المفروضة يقدر بـــ5 وحدات نقدية على كل وحدة مشتراة ،في حين أن البائع يتحمل نصف هذا المقدار على كل وحدة مباعة خلال نفس الفترة .

- أحسب حصيلة كل طرف من جراء فرض هذه الضريبة :

- **إيرادات الحكومة من هذه الضريبة (RT_G):**

$$RT_G = Q_3^*.T \Rightarrow RT_G = (12{,}5)(7{,}5) \Rightarrow RT_G = 93{,}75$$

- **الإنفاق الكلي للمستهلكين (CT_C):**

$$CT_C = Q_3^*.P_C \Rightarrow CT_C = (12{,}5)(25) \Rightarrow CT_C = 312{,}5$$

- **الإيراد الكلي للبائعين(RT_P):**

$$RT_P = Q_3^*.P_P \Rightarrow RT_P = (12{,}5)(17{,}5) \Rightarrow RT_P = 218{,}75$$

- أوجد فائض المنتج وفائض المستهلك قبل وبعد فرض الضريبة

- **قبل فرض الضريبة :**

- مقدار فائض المنتج : عند السعر 20 والكمية التوازنية 15، أما بالنسبة لمعكوس دالة العرض تتمثل في :

$$P_y = Q_S + 5$$

$$P.S = ((15)(20)) - \int_0^{15} (Q_S + 5)dQ_S \Rightarrow P.S = (300) - \left[5Q_S + \left(\frac{1}{2}\right)Q_S^2\right]_0^5$$
$$\Rightarrow P.S = (300) - \left[(5(15) + 0{,}5(15)^2) - 0\right] \Rightarrow P.S = 112{,}5$$

- مقدار فائض المستهلك: عند نفس السعر و الكمية التوازنية ، مع العلم أن معكوس دالة الطلب هو :

$$P_y = 50 - 2Q_D$$

$$C.S = \int_0^{15} (50 - 2Q_D)dQ_D - ((15)(20)) \Rightarrow C.S = \left[50Q_D - Q_D^2\right]_0^{15} - (300)$$
$$\Rightarrow C.S = \left[(50(15) - (15)^2) - 0\right] - (300) \Rightarrow C.S = 675$$

- **بعد فرض الضريبة :**

- مقدار فائض المنتج : عند السعر 25 والكمية التوازنية 12,5، أما بالنسبة لمعكوس دالة العرض تتمثل في :

$$P_y = Q_S + 12{,}5$$

$$P.S = ((12,5)(25)) - \int_0^{12,5} (Q_S + 12,5)dQ_S \Rightarrow P.S = (312,5) - \left[12,5Q_S + \left(\frac{1}{2}\right)Q_S^2\right]_0^{12,5}$$

$$\Rightarrow P.S = (312,5) - \left[(12,5(12,5) + 0,5(12,5)^2) - 0\right] \Rightarrow P.S = 78,125$$

- **مقدار فائض المستهلك:** عند نفس السعر و الكمية التوازنية ، بالإضافة إلى معكوس دالة الطلب:

$$P_y = 50 - 2Q_D$$

$$C.S = \int_0^{12,5} (50 - 2Q_D)dQ_D - ((12,5)(25)) \Rightarrow C.S = \left[50Q_D - Q_D^2\right]_0^{12,5} - (312,5)$$

$$\Rightarrow C.S = \left[(50(12,5) - (12,5)^2) - 0\right] - (312,5) \Rightarrow C.S = 468,75$$

الجدول الموالي يلخص فائضي المستهلك و البائع قبل تدخل الحكومة وبعدها من خلال آلية فرض الضريبة و ذلك كالآتي :

الوضعية السوقية	قبل فرض الضريبة	بعد فرض الضريبة
فائض المستهلك	675	468,75
فائض المنتج (البائع)	112,5	78,125

الفصل الثالث : تحليل سلوك المستهلك

I- نظرية المنفعة القياسية

II- نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء)

III – تمارين محلولة

الفصل الثالث

تحليل سلوك المستهلك

إن الهدف الأساسي من النشاط الإنتاجي هو تحقيق حاجيات و رغبات الوحدة الاستهلاكية التي يتهم دراستها من خلال نظرية سلوك المستهلك الذي يكون بصدد اتخاذ قرار الاستهلاكي للسلع و الخدمات في حدود دخله المتاح و وفق الاسعار السائدة في السوق مستهدفا تعظيم منافعه و تحقيق أكبر قدر ممكن من الإشباع .

و لدراسة سلوك المستهلك هناك طريقتان أساسيتان تعتمد إحداهما على استخدام فكرة المنفعة العدلية أو القياسية، بينما تستخدم الطريقة الثانية فترة المنفعة الترتيبية .

I – نظرية المنفعة القياسية : إذا فرضنا مؤقتا بأنه يمكن قياس الإشباع الذي يحصل عليه شخص ما عندما يحس بحاجة ما نتيجة استهلاكه وحدات متماثلة من سلعة معينة في شكل وحدات منفعة تقيس كل درجة تقديرية من درجات الإشباع ، كما تقوم هذه النظرية على الافتراضات التالية :-

- رشادة المستهلك و التي تعني أن المستهلك محل الدراسة مستهلكا عقلانيا يبحث عن أعلى منفعة في حدود دخله و أسعار السلع و الخدمات و يأخذ قراره الاستهلاكي باستعمال كل المعلومات الضرورية ؛
- إمكانية قياس المنفعة المكتسبة كميا نتيجة استهلاك سلع أو خدمات معينة حيث تقاس بالوحدات تسمى وحدات المنفعة ؛
- ثبات المنفعة الحدية النقود إذا ما أستخدمت وحدات نقود كمقياس للمنفعة ، لذلك لا يتأثر المنفعة الحدية للنقود بتغيرات دخل المستهلك ؛
- تناقض المنفعة الحدية : حيث ترجع أهمية هذا الإفتراض إلى أنه يعد شرط ضروريا لوصول المستهلك إلى الوضع الأمثل الذي يحقق عنده أقصى إشباع ممكن ؛
- تعظيم دالة المنفعة : تفرض أن المستهلك يبحث عن تعظيم دالة المنفعة للبحث عن تعظيم إشباعها ، أي أن المنفعة الحدية المحصلة من كل وحدة مستهلكة أقل من منفعة الوحدة السابقة لها عن الاستهلاك من نفس السلعة .

I–1. مفهوم المنفعة: تعرف بأنها قدرة السلع أو الخدمات على إشباع رغبة أو حاجة ما يشعر بها الإنسان في لحظة زمنية معينة و ظرف محدد، كما يمكن اعتبارها مقياس للفائدة أو السعادة التي يجنيها الفرد نتيجة شرائه السلع و الخدمات المختلفة ذلك أن المستهلك يقوم بالشراء لذاته و إنما للمنفعة المرجوا من خلاله، إنطلاقا من هذه الفكرة يمكن التميز بين نوعين من المنفعة هما :-

I–1-1. المنفعة الكلية : تمثل مجموع ما يحصل عليه المستهلك من منفعة نتيجة استهلاكه لكميات مختلفة من سلعة ما في وحدة زمنية معينة ، حيث تزداد المنفعة الكلية كلما زاد عدد الوحدات المستهلكة حتى يبلغ المستهلك حد الإشباع الكامل (الحد الأقصى للمنفعة) الذي يمثل المستوى الذي لا يحصل عنده المستهلك على أيه زيادة في

المنفعة الكلية نتيجة استهلاك هذه السلعة بل يترتب عن ذلك انخفاض في مستوى المنفعة الكلية المحققة و يمكن صياغتها وفق العلاقة التالية: $UT = f(x_1, x_2, ..., x_n)$

I-1-2. المنفعة الحدية : تعبر عن مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتجة عن الزيادة في عدد الوحدات المستهلكة من سلعة ما بوحدة واحدة خلال فترة زمنية معينة ، ويتم حسابها بالعلاقة التالية :

المنفعة الحدية للسلعة x_i = $\frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في السلعة } x_i}$ $\Leftrightarrow$ $UM_{x_i} = \frac{\Delta UT}{\Delta X_i}$

وبدلالة الإشتقاق : $UM_x = \lim_{x \mapsto 0} \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{\partial UT}{\partial X}$

مثال رقم (01) : ليكن لدينا الجدول التالي الذي يعبر عن المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك كميات مختلفة من السلعة Q_x كما يلي:

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UT_x	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27	24

المطلوب: مثل بيانيا المنفعة الكلية والمنفعة الحدية ثم قدم تفسيرا اقتصاديا لذلك؟

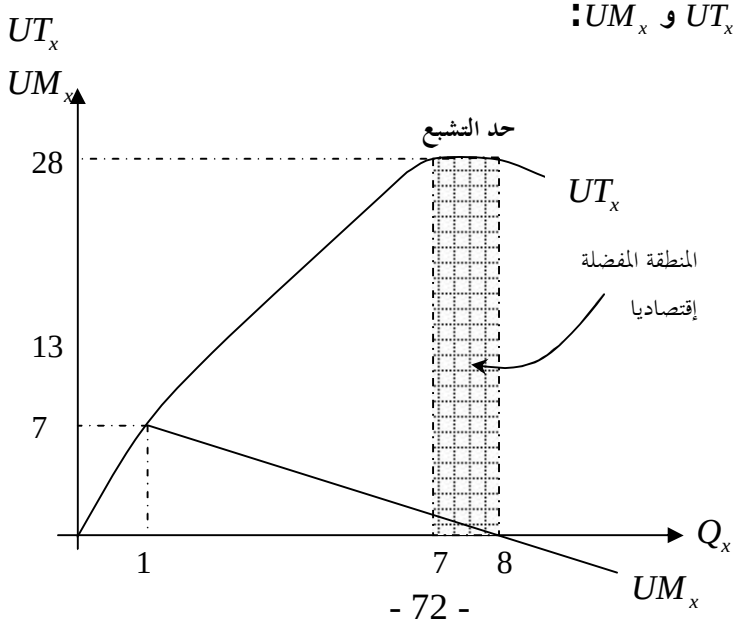
الحل النموذجي :

1. **حساب المنفعة الحدية للسلعة** Q_x:

لدينا العلاقة التالية : $UM_x = \frac{\Delta UT}{\Delta Q_x} = \frac{UT_2 - UT_1}{Q_2 - Q_1}$

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UT_x	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27	24
UM_x	-	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-3

2. **التمثيل البياني لـ** UT_x **و** UM_x**:**



3. **تفسير الشكل :** فيما يتعلق بالمنفعة الكلية (UT_x) نلاحظ أنه كلما تزايد استهلاك وحدات إضافية من السلعة Q_x يؤدي إلى تزايد المنفعة إلى غاية حد الاشباع بين الوحدتين [8;7] ليشهد بعدها تناقص المنفعة الكلية مهام زاد المستهلك من الوحدات الاستهلاكية للسلع Q_x.

أما بالنسبة للمنفعة الحدية (UM_x) فنلاحظ تناقص المنفعة الحدية للسلع Q_x كلما أستهلكت وحدات إضافية حتى تنعدم عند مستوى الإشباع الكامل (حد الإشباع)، وتسمى هذه الظاهرة بقانون تناقص المنفعة الحدية للاقتصادي Gossim الذي يقول كلما تتزايد عدد الوحدات المستهلكة من سلع أو خدمة ما فإنه يتناقص مستوى المنفعة الحدية UM لها .

I-2. توازن المستهلك : يستخدم هذا المصطلح للتعبير عن ترشيد السلوك الإنفاقي للمستهلك ، بمعنى السعي للحصول على أقصى إشباع (أقصى منفعة كلية) في حدود دخله المخصص للإستهلاك وتبعا لأسعار السلع والخدمات المرغوب في طلبها ، إن هذا القيد يفرض عليه إجراء عملية المفاضلة بين السلع و الخدمات التي تحقق له أقصى إشباع ، وبالتالي تحقيق التوازن بين ما سيقوم بإنفاقه و ما يستطيع تحصيله من إشباع ، و يضاف إلى ذلك ضرورة الأخذ بالفرضيات الموالية التي لا يمكن دراسة توازن المستهلك دون الأخذ بها في عملية التحليل .

- تبات ذوق المستهلك ؛
- تبات أسعار السلعة و الخدمات السائدة في السوق ، بما في ذلك ثبات الدخل المخصص للإستهلاك ؛
- تجانس السلعة مما يعني أنها غير متمايزة وليست بديلة لبعضها البعض ؛
- لا يقوم المستهلك بعملية الإدخار و لا الإستدانة ؛
- التحليل ساكن .

I-2-1. توازن المستهلك في حالة سلعة واحدة : تفترض نظرية المنفعة أن المستهلك عند قيامه بدفع ثمن عن سلعة ما فهو يضحي بمنفعة النقود وبالتالي يتعين عليه المقارنة بين المنفعة المحصلة نتيجة استهلاكه للسلعة ما والمنفعة المضحى بها ، حيث يتحقق التوازن عند تعادل المنفعتين أن شرط التوازن الذي تكون عنده الإشباع الكامل هو:-

المنفعة الكلية المكتسبة (UMA) = المنفعة المضحى بها (UMS)

مثال رقم (02) : بالإعتماد على ما ورد في المثال رقم (01) ، مع إفتراض أن ثمن الوحدة المستهلكة للسلعة X يقدر بأربعة وحدات نقدية $(P_x = 4)$ ، بينما تقدير المستهلك لمنفعة كل دينار منفق في سبيل الحصول على هذه السلعة تقدر بـــ 1,25 وحدة منفعة ، و المطلوب تحديد عدد الوحدات الواجب إقتنائها من السلعة X و التي تحقق التوازن ؟

الحل النموذجي : يبين الجدول الموالي نتائج تقدير المنفعة الحدية المكتسبة و المنفعة الحدية المضحى بها عند مختلف الوضعيات الإستهلاكية للسلعة X .

الكميات المستهلكة	**0**	**1**	**2**	**3**	**1**	**5**	**6**
المنفعة الكلية UT_x	**0**	**7**	**13**	**18**	**22**	**25**	**27**
المنفعة الحدية المكتسبة UM_x	-	7	6	5	4	3	2
المنفعة الكلية المضحى بها $P_x \times \lambda$	-	5	5	5	5	5	5
UMA - UMS	-	2	1	0	-1	-2	-3

المنفعة المضحى بها = سعر السلعة x المنفعة التقديرية لكل وحدة نقدية

$$UMS_x = \lambda \times P_x \Rightarrow UMS_x = 1.25 \times 4 = 5$$

نلاحظ من البيانات المتضمنة في الجدول أعلاه أن توازن المستهلك يتحقق عند الوحدة الثالثة من السلعة X ، بينما مستوى إشباع الذي يتم الحصول عليه يقدر بـــ 18 وحدة منفعة .

و بناءا عليه ، فإنه يمكن أيضا إستنتاج علاقة توازن المستهلك والتي يعبر عنها كالتالي :

$$\lambda \times P_x = UM_x \Leftrightarrow \lambda = \frac{UM_x}{P_x}$$

λ : تمثل مقدار مساهمة كل وحدة نقدية في المنفعة الكلية للمستهلك .

كما نشير بأن توازن المستهلك في حالة مجانية السلعة يتحقق عندما تكون المنفعة الحدية المكتسبة معدومة $UM_x = 0$

I-2-2. توازن المستهلك في حالة أكثر من سلعة واحدة : في الواقع أن المستهلك يقدم على استهلاك تشكيلة مختلفة من السلع والخدمات بالكيفية التي تعظم له المنفعة الكلية في ظل دخله المخصص لذلك، ولا يتم ذلك إلا إذا تعادلة المنفعة الحدية المشبعة مع المنفعة المضحى بها بالنسبة لكل سلعة، والتي يتم التعبير عنها من خلال العلاقة الآتية

$$\left.\begin{array}{l} X^* \mapsto \lambda.P_x = UM_x \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{UM_x}{P_x} \\ Y^* \mapsto \lambda.P_y = UM_y \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{UM_y}{P_y} \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ Z^* \mapsto \lambda.P_z = UM_z \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{UM_z}{P_z} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \ldots = \frac{UM_z}{P_z} = \lambda$$

إذا فالشرط الضروري لتحقق توازن المستهلك يتمثل في تساوي نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها بالنسبة لكـــل سلعة ، حيث يتم التعبير عن هذا الشرط بالصيغة التالية :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \ldots = \frac{UM_z}{P_z} = \lambda$$

أما في حالة عدم معرفة قيمة λ ، فإنه يتم تعويضه بشرط الإنفاق الذي يعبر عن المساواة بين الدخل المخصص للاستهلاك و مجموع الإنفاق ، حيث يتم صياغته وفق المعادلة التالية:

$$R = xP_x + yP_y + \cdots + zP_z$$

مثال رقم (03) : لنفرض أن المستهلك يريد تعظيم المنفعة الكلية بإضافة السلعة (y) إلى سلمه الإستهلكي وذلك وفق الحالات المبينة في الجدول الموالي .

Q_y	0	1	2	3	4	5	6
UT_y	0	6.5	5.5	4.5	3.5	2.5	1.5

بالإعتماد على معطيات المثال رقم (02) ، بالإضافة إلى أن ثمن السلعة y يقدر بوحدتين نقديتين أما الدخل النقدي المخصص لإستهلاك السلعتين بلغت قيمته 12 وحدة نقدية ، والمطلوب :

1. حدد التوليفة التي تحقق التوازن لهذا المستهلك من السلعتين x و y ؟
2. ما هو مقدار الدخل الواجب تخصيصه لتوليفة التوازن ؟
3. بفرض مجهولية مقدار مساهمة كل وحدة نقدية في المنفعة الكلية ، حدد توليفة التوازن ؟

الحل النموذجي :

1. تحديد توليفة التوازن المستهلك من السلعتين x و y : يتم تحديد الكمية التي يحقق المستهلك التوازن من خلالها بتعادل المنفعة الحدية المضحى بها لكل دينار منفق على السلعتين مع المنافع الحدية للسلعتين ، أو عن طريق تساوي نسبة المنافع الحدية للسلع إلى أسعارها مع المنفعة التقديرية لكل وحدة نقدية ،ولتوضيح هذه العملية نلخص نتائجها في الجدول الموالي .

عدد الوحدات	0	1	2	3	1	5	6
UT_x	**0**	**7**	**13**	**18**	**22**	**25**	**27**
UM_x	-	7	6	5	4	3	2
UT_y	**0**	**6.5**	**12**	**16.5**	**20**	**22.5**	**24**
UM_y	-	6.5	5.5	4.5	3.5	2.5	1.5
$\frac{UM_x}{P_x}$	-	**1.75**	1.5	**1.25**	1	**0.75**	0.5
$\frac{UM_y}{P_y}$	-	3.25	2.75	2.25	**1.75**	**1.25**	**0.75**

الطريقة الأولى : تعادل المنفعة المضحى بها مع المنفعة الحدية بالنسبة لكل سلعة .

- المنفعة المضحى بها للسلعة (x) : تم تقديرها سابق والتي قيمتها 5 وحدات منفعة .

$$UMS_x = UM_x \Rightarrow x = 3$$

⊞ المنفعة المضحى بها للسلعة (y) : $UMS_y = \lambda \times P_y \Rightarrow UMS_y = 1.25 \times 2 = 2.5$

$$UMS_y = UM_y \Rightarrow y = 5$$

من خلال النتائج المبينة أعلاه ، نلاحظ أن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في إقتناء 3 وحدات من السلعة x و 5وحدات من السلعة y وذلك من أجل تحقيق منفعة كلية تقدير بـــ 40,5 وحدة منفعة .

$$UT_{(x;y)} = UT_x + UT_y \Rightarrow UT_{(x;y)} = 18 + 22,5 = 40,5$$

الطريقة الثانية : تعادل نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها مع المنفعة التقديرية لكل وحدة نقدية ، حيث أن الشق الأول من العلاقة يتحقق عند الحالات التالية :-

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \Rightarrow 1.75 \neq \lambda$$

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \lambda = 1.25$$

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \Rightarrow 0.75 \neq \lambda$$

نلاحظ أن هناك حالة وحدة تحقق علاقة شرط التوازن و المتمثلة في الوضعية الثانية ، أي عند الوحدة الثالثة من السلعة x والوحدة الخامسة من السلعة y ، وبالتالي المنفعة الكلية المحققة مقدرة بـــ 40,5 وحدة منفعة .

2. مقدار الدخل الذي يحقق توليفة التوازن : لكي يستطيع المستهلك إقتناء 3 وحدات من السلعة x و 5 وحدات من السلعة y يتوجب توفير ما قيمته ؛

$$R^* = 4x + 2y \Rightarrow R^* = 4(3) + 2(5) \Rightarrow R^* = 22$$

3. تحديد توليفة التوازن عند تخصيص 12وحدة نقدية لإستهلاك السلعتين x وy : نشير إلى أنه في حالة تحديد الدخل المخصص للإستهلاك يتطلب تحقيق التوازن توفر شرطين هما :-

⊞ **الشرط الضروري :** يتحقق عند تعادل نسب المنافع الحدية للسلع إلى أسعارها ، وذلك على النحو الأتي؛

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 1.75 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 1.25 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$\frac{\mathrm{UM_x}}{\mathrm{P_x}} = \frac{UM_y}{P_y} = 0.75 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

نلاحظ من النتائج أعلاه أن هناك ثلاثة توليفة يمكن أن تحقق التوازن ، ولكن هل الدخل المخصص لإستهلاك كافا لتحقيق كل واحدة منها مع العلم أنه لا وجود للإدخار في حالة الفائض ،ولا إستدانة في حالة عدم كفاية الدخل.

⊞ **شرط الإنفاق :** لإختيار التوليفة المثلي من بين التوليفات التي تم التأكد من توفرها على الشرط الضروري ، فإنه يتم التحقق من إنفاق كامل الدخل ، وذلك وفق المعادلة الإنفاق التالية ؛ $12 = 4x + 2y$

تحديد التوليفة المثلي والتي تحقق شرط الإنفاق :

$A(1;4) \Rightarrow 4(1)+4(2)=12$ الشرط محقق

$B(3;5) \Rightarrow 4(3)+2(5) \neq 22$ الشرط غير محقق

$C(5;6) \Rightarrow 4(5)+2(6) \neq 32$ الشرط غير محقق

إذن المستهلك يحقق أقصى إشباع من السلعتين x وy بإستهلاكه وحدة واحدة من السلعة x ووحدتين من السلعة y ، وذلك بتحقيقه لمستوى إشباع يقدر بـــ :

$$UT_{(x,y)} = \sum_{i=1}^{x=1} UM_{x_i} + \sum_{i=1}^{y=4} UM_{y_i} \Rightarrow UT_{(x,y)} = (7)+(6.5+5.5+14.5+3.5) \Rightarrow UT_{(x,y)} = 27uu$$

أو من خلال العلاقة الأتية :

$$UT_{(x,y)} = UT_x + UT_y \Rightarrow UT_{(x,y)} = 7+20 \Rightarrow UT_{(x,y)} = 27uu$$

I-2-3. توازن المستهلك في حالة تعدد السلع بإستخدام طريقة لاغرانج : يمكن أن نحصل على كميات التوازن باستعمال مضاعف لاغرانج التي تم اقترحها من طرف الباحثين Tucher and khun ، حيث تقوم على أنه إذا كانت دالة المنفعة معرفة بدلالة إستهلاك جملة من السلع $UT = f(x_1; x_2; ....x_n)$ ، وأن الميزانية الاستهلاكية محددة بالإضافة إلى معلومية أسعار السوق و المعبر عنها بالعلاقة $R = x_1Px_1 + x_2Px_2 + ... + x_nPx_n$ ، فإنه يمكن تحديد توليفة التوازن وفق طريقة لاغرانج ، ولتبسيط عملية تطبيق الطريقة نفرض أن المستهلك (A) يستهلك سلعتين فقط لتعظيم مستوى إشباعه ، وبالتالي فإن معادلة المنفعة وقيد الميزانية يصاغ بالصورة التالية :

$$Max \quad UT_{(x;y)} = f(x;y)$$
$$S/c \quad R = xPx + yPy$$

وعليه فإنه يتم صياغة مضاعف لاغرانج وفق الطريقة التالية :-

$$L = f(x;y) + \lambda(R - xPx - yPy)$$

لإيجاد قيم التوازن xوy يجب تحقيق الشرطين التاليين:

- **الشرط الضروري** : يتمثل في أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لمضاعف لاغرانج بالنسبة لكل متغير مساوية للصفر $\left[\frac{\partial L}{\partial x} = 0; \frac{\partial L}{\partial y} = 0; \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0\right]$ وذلك على النحو الأتي :-

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{Px} \quad \cdots(\text{I})$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{Py} \quad \cdots(\text{II})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - xPx - yPy = 0 \quad \cdots(III)$$

بإجراء المساواة بين (I)و (II) ثم نعوضها في (III) نحصل على قيم x ، y و λ

- **الشرط الكافي:** للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية الثانية لمضاعف لاغرانج الذي يجب أن تكون موجبة، وبالتالي سيتم الحصول على المحدد الهيسي $|H|$ كما يلي:

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial 2L}{\partial x^2} & \frac{\partial 2L}{\partial xy} & \frac{\partial 2L}{\partial x\lambda} \\ \frac{\partial 2L}{\partial xy} & \frac{\partial 2L}{\partial y^2} & \frac{\partial 2L}{\partial y\lambda} \\ \frac{\partial 2L}{\partial x\lambda} & \frac{\partial 2L}{\partial y\lambda} & \frac{\partial 2L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} \rangle 0$$

مثال رقم (04) : بإفتراض أن للمستهلك دالة منفعة كلية يمكن صياغتها وفق المعادلة التالية:

$$UT = x.y$$

بينما يقدر حجم الانفاق الاستهلاك للسلعتين بـ $R = 200$ كما أن $P_x = 4$ و $P_y = 2$ والمطلوب تحديد الكميات التي يتوجب على المستهلك شرائها لتحقيق أقصى قدر ممكن من المنفعة وفق طريقة Lagrange ؟

الحل النموذجي : يمكن صياغة دالة المنفعة الكلية وقيد الميزانية على الشكل التالي ؛

$$\begin{aligned} &Max \quad UT_{(x;y)} = f(x;y) = x.y \\ &s/c \quad 200 = 4x + 2y \end{aligned}$$

وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي : $L = xy + \lambda(200 - 4x - 2y)$

أولا_الشرط الضروري : لتعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى للدالة L معدومة

$$\frac{\partial L}{\partial x} = y - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{y}{4} \quad \cdots(\mathrm{I})$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = x - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{x}{2} \quad \cdots(\mathrm{II})$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 4x - 2y = 0 \quad \cdots(\mathrm{III})$$

بإجراء المساواة بين (I)و (II) ثم نعوضها في (III) نحصل على :

$$\frac{y}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow y = 2x$$
$$200 - 4x - 2(2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 50 \end{cases}$$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في إقتناء 25وحدة من السلعة الأولى و 50 وحدة من السلعة الثانية .

ثانيا_الشرط الكافي : نقوم بحساب المحدد الهيسي والذي يجب أن يكون موجب حتى يمكننا الإقرار بأن التوليفة التي تم تحديدها تمثل التوليفة المثلى لهذا المستهلك .

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial 2L}{\partial x^2} & \frac{\partial 2L}{\partial xy} & \frac{\partial 2L}{\partial x\lambda} \\ \frac{\partial 2L}{\partial xy} & \frac{\partial 2L}{\partial y^2} & \frac{\partial 2L}{\partial y\lambda} \\ \frac{\partial 2L}{\partial x\lambda} & \frac{\partial 2L}{\partial y\lambda} & \frac{\partial 2L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} \rangle 0$$

وهنا نذكر بأن هناك طريقتين لحساب المحدد هما:

- طريقة المحددات الجزئية:

$$|H| = (0)\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - (1)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} + (-4)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 0 - (1)(-8) + (-4)(-2) \Rightarrow H = 16$$

- طريقة إضافة الأعمدة:

$$|H| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -4 & -2 \end{matrix} = [(0.0.0)+(1(-2)(-4)+(-4)1(-2)]-[(1.1.0)+(0(-2)(-2))+(-4).0.(-4)]$$

$$|H| = (0+8+8)-(0+0+0) \Rightarrow |H| = 16 \rangle 0$$

بما أن إشارة المحدد الهيسي موجبة فهذا يعني أن التوليفة السلعية $(50;25)$ تحقق توازن المستهلك عند مستوى إشباع يقدر بـــ $UT = (25).(50) = 1250_{UU}$

☚ **حالات خاصة لمضاعف لاغرانج :** يمكن أن يكون الهدف من تطبيق مضاعف لاغرانج إيجـــاد قيمـــة الدخل الواجب إنفاقه للحصول على مستوى محدد من الإشباع ،وعليه فإن دالة التدنيـــة وقيـــد دالـــة لاغرانج يصاغ بالشكل الأتي :

$$\begin{aligned} &Min \quad R = xPx + yPy \\ &s/c \; UT = f(x;y) \end{aligned}$$

ومنه فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي : $L = xP_x + yP_y + \lambda[UT - f(x;y)]$

مثال رقم (05) : بالإعتماد على معطيات المثال رقم (04) ، مع إفتراض أن المنفعة الكلية تقدربـــ $UT = 1250$ بينما الدخل مجهول $(R = ?)$ ، وهذا ما نحاول الإجابة عنه بالكيفية التي تحقق مقدار المنفعة الكلية ؟

الحل النموذجي : يتم صياغة دالة لاغراج وفق الشكل التالي ؛

$$\left.\begin{aligned} &Min \quad R = 4x + 2y \\ &s/c \; \{1250 = xy \end{aligned}\right\} \Rightarrow L = 4x + 2y + \lambda(1250 - xy)$$

أولا_الشرط الضروري : لتعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى للدالة L معدومة

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 4 - y\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{4}{y} \quad \cdots(I)$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2 - x\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{x} \quad \cdots(II)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1250 - xy = 0 \quad \cdots(III)$$

بإجراء المساواة بين (I)و (II) ثم نعوضها في (III) نحصل على :

$$\frac{4}{y} = \frac{2}{x} \Rightarrow 4x = 2y \Rightarrow y = 2x$$
$$1250 = 2x.x \Rightarrow x^2 = 625 \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 50 \end{cases}$$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في إقتناء 25وحدة من السلعة x و 50 وحدة من الســـلعة y ، وذلك بتحقيق منفعة كلية تقدر بـــ 1250وحدة منفعة ، في حيث أن الدخل الواجب تخصيصه لتحقيق هذه المستوى من الإشباع يتمثل في : $R = 25(4) + 50(2) \Rightarrow R = 200$ ، أي أن مقدار الدخل الضروري لـــذلك 200وحدة نقدية .

II- تمارين محلولة لنظرية المنفعة القياسية

II-1. صيغة التمارين

التمرين الأول : في دراسة لتقدير المنفعة الكلية المكتسبة لأحد مستهلك السلعة x تم تدوين النتائج التالية :

Q	3	4	5	6	7	8	9	10
UT_X	110	122	132	140	146	150	150	148

5- ما المقصود بالمنفعة و ما هي أنواعها ؟

6- أوجد المنفعة الحدية لهذه السلعة ؟

7- مثل بيانيا المنفعة الكلية و المنفعة الحدية لهذه السلعة ، ثم حدد المنطقة المفضلة إقتصاديا لهذا المستهلك ؟

التمرين الثاني : يعتمد إستهلاك شخص ما على السلعتين x و y مما يمكنه من الحصول على مستويات مختلف من الإشباع يتم توضيحها من خلال الجدول التالي :

Q	3	4	5	6	7	8	9	10
UT_X	105	117	128	140	152	162	170	179
UT_Y	110	122	132	140	146	150	150	148

3- حدد الكميات المطلوبة من السلعتين التي تمكن هذا المستهلك من بلوغه حد الإشباع ، علما أن سعر الوحدة من السلعتين متعادل ويساوي 4 وحدات نقدية كما أن المنفعة الحدية لكل دينار منفق ثابت ومقدر بـ 2,5 وحدة منفعة ؟

4- إذا علمت أن الدخل المخصص للإستهلاك بالنسبة لهذا الشخص هو 60 وحدة نقدية ، فهل يتغير سلوكه الإستهلاكي ؟

5- ما هو مستوى الإشباع المحقق عند التوازن ؟

6- بفرض أن سعر السلعة X إرتفع بوحدتين نقديتين مع ثبات باقي العوامل الأخرى ، ما هي الوضعية التوازنية الجديدة ؟

7- نظرا للظروف المادية غير الجيدة لهذا المستهلك قرر تخفيض دخله المخصص للإستهلاك إلى 52 وحدة نقدية ، ما هي المنفعة الكلية التي يمكنه الحصول عليها في ظل $(P_x = P_y = 4)$ إفتراض ثبات العوامل الأخرى

التمرين الثالث : يخصص مستهلك ما قيمته 100 وحدة نقدية لإقتناء السلعتين $Q_y; Q_x$ ،إذا علمت أنه قام بشراء 15 وحدة من السلعة X بسعر 4 وحدات نقدية و إشترى أيضا 8 وحدات من السلعة Y فالمطلوب :

7- ما هو سعر الوحدة الواحدة من السلعة Y ؟

8- إذا كانت أن المنفعة الحدية للسلعة X تساوي 40 ، فكم تقدر بالنسبة للسلعة Y إذا كان المستهلك عندهما في وضعية التوازن ؟

9- بفرض أن المنفعة الحدية للسلعتين y، x تقدر على التوالي بـ 44 و 50 وحدة منفعة ، فمع بقاء الدخل و الأسعار ثابتة هل يعتبر المستهلك في حالة توازن ؟ إذا كان غير ذلك ماذا يجب أن يفعل لتحقيقه ؟

التمرين الرابع : لدينا دالة المنفعة الكلية من الشكل :

$$UT = (x+2).(y+1)$$

فإذا علمت أن الدخل المخصص للإستهلاك هو 51 (ون) و أن أسعار السلعتين على التوالي 2 و 5 فأجب عمايلي :

1- أحسب مقدار المنفعة التي سيحصل عليها هذا المستهلك عند إستهلاكه للتوليفة السلعية التالية $(x=13; y=5)$

2- ما هي التوليفة المثلى التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع ممكن ؟

3- أوجد التوليفة المثلى بإستعمال طريقة مضاعف Lagrange ؟

4- تحقق من الشرط الثاني لهذه الطريقة ؟

5- أحسب المنفعة الحدية بالنسبة لكل سلعة عند التوازن ؟

التمرين الخامس : لتكن لدينا دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل التالي : $UT = x^{0,5}.y^{0,25}$

1- إذا كان دخل المستهلك R=10 و الأسعار السائدة في السوق بالنسبة للسلعتين PX=1 وpy=2 فما هي الكمية التي تجعل المستهلك يعظم المنفعة الكلية ، و ما هو مقدار المنفعة الحدية لكل وحدة نقدية منفقة ؟

2- أوجد دالتي الطلب على كل من السلعتين بدلالة الدخل و أسعار السلع ؟ هل السلعتين مستقلتين أم لا ؟

3- بفرض أن سعر السلعة x زاد بوحدة نقدية واحدة مع ثبات سعر السلعة y ، كم يجب أن يكون الدخل المخصص للإستهلاك حتي يحافظ المستهلك على نفس مستوى الإشباع المحقق سابقا ؟

التمرين السادس : إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما يمكن كتابتها بـــ $UT = x^2.y.z$ ، حيث X ،Y وz الكميات المستهلكة بينما الدخل المخصص لشرائها يبلغ 64 (ون) ،أما الأسعار الإفرادية فهي $(P_x = 2; P_y = 4; P_z = 1)$ على التوالي .

1- تحديد الكميات التي يطلبها هذا المستهلك لتحقيق أقصى إشباع ممكن ؟

2- ما هو مستوى الإشباع المحقق ؟

II-2. الحلول النموذجية للتمارين

التمرين الأول :

1- الإجابة على السؤال المفاهيمي :

أولا- المقصود بالمنفعة : هي قدرة السلع و الخدمات على إشباع حاجات ورغبات ما يشعر به الإنسان في لحظة زمنية معينة و خلال ظروف محددة .

ثانيا- أنواعها: يمكننا التمييز بين نوعين من المنفعة هما :-

- المنفعة الكلية (UT) : تمثل مجموع ما يحصل عليه المستهلك من منفعة نتيجة إستهلاكه لكميات مختلفة من السلعة أو/و الخدمات خلال فترة زمنية معينة ، حيث تزيد المنفعة الكلية كلما زاد حجم الإستهلاك إلى غاية بلوغ المستهلك حد الإشباع ليتم فيما بعدها تناقص في مستوى المنفعة الكلية المحققة ، كما يمكن التعبير عنها رياضيا بالدالة التالية : $UT = f(x, y, ...)$

- المنفعة الحدية (UM) : تمثل مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتجة عن الزيادة في عدد الوحدات المستهلكة من سلعة ما بوحدة واحدة ، كما أنها تعبر عن مقدار مساهمة الوحدة المستهلكة الأخيرة من سلعة ما في المنفعة الكلية ، والتي يتم تقديرها بالعلاقة التالية :

- ✓ في حالة البيانات المفرغة (المجدولة) : $UM_X = \frac{\Delta UT}{\Delta Q_X}$
- ✓ في حالة البيانات المستمرة (الدالية) : $UM_X = \frac{\partial UT}{\partial Q_X}$

2- تحديد مقدار المنفعة الحدية للسلعة (X) :

- المنفعة الحدية عند إضافة إستهلاك الوحدة الثالثة غير معروفة، والسبب أننا لا نعلم مقدار المنفعة الكلية لإستهلاك الوحدة التي سبقتها؛

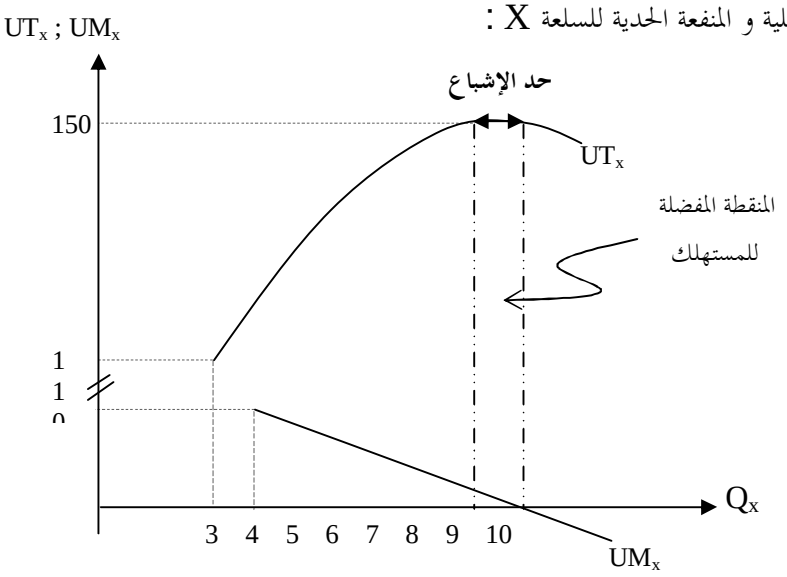
- المنفعة الحدية عند إضافة إستهلاك الوحدة الرابعة تقدر بـــ :

$$UM_{X=4} = \frac{\Delta UT}{\Delta Q_X} \mapsto UM_{X=4} = \frac{(122-110)}{(4-3)} \Rightarrow UM_{X=4} = 12_{Utitité\ Unité}$$

وهكذا مع باقي الوحدات الأخرى ، حيث يلخص الجدول الموالي قيمة المنافع الحدية الموافقة للوحدات الإستهلاكية كالآتي :

Q	3	4	5	6	7	8	9	10
UT_X	110	122	132	140	146	150	150	148
UM_X	-	12	10	8	6	4	0	-2

3- التمثيل البياني للمنفعة الكلية و المنفعة الحدية للسلعة X :



التمرين الثاني : يقوم شخص ما بإستهلاك السلعتين x و y وذلك من أجل الحصول على مستويات مختلفة من الإشباع تبعا للكميات المستهلكة من كل سلعة ،

1- حساب المنفعة الحدية لكل سلعة : بتطبيق العلاقتين المواليتين على معطيات الجدول نحصل على البيانات المتعلقة بالمنافع الحدية بالنسبة لكل سلعة .

المنفعة الحدية للسلعة Q_X :
$$UM_X = \frac{\Delta UT}{\Delta Q_X} \Rightarrow UM_X = \frac{(UT_B - UT_A)}{(Q_{X_B} - Q_{X_A})}$$

المنفعة الحدية للسلعة Q_Y :
$$UM_y = \frac{\Delta UT}{\Delta Q_y} \Rightarrow UM_y = \frac{(UT_B - UT_A)}{(Q_{y_B} - Q_{y_A})}$$

المنفعة الحدية للسلعتين xوy

$Q_{(x;y)}$	3	4	5	6	7	8	9	10
UT_X	105	117	128	140	152	162	170	179
UT_Y	110	122	132	140	146	150	150	148
UM_X	**-**	**12**	**11**	**12**	**12**	**10**	**8**	**9**
UM_Y	**-**	**12**	**10**	**8**	**6**	**4**	**0**	**-2**

2- تحديد التوليفة التي تمكن هذا المستهلك من بلوغه حد الإشباع : بفرض أن سعر الوحدة الواحدة من السلعتين متعادل ويساوي 4 وحدات نقدية كما أن المنفعة الحدية لكل دينار منفق ثابت ومقدر بـــ 2,5 وحدة منفعة .

$$P_x = P_y = 4; \quad \lambda = 2{,}5$$

لكي يبلغ المستهلك حد الإشباع يتوجب أن تتعادل المنفعة المضحى بها والمتمثلة في منفعة النقود مع المنفعة المكتسبة بالنسبة للسلعتين ، مما يعني أن تتساوي نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها بالمنفعة الحدية للنقود ، حيث يتم التعبير عن هذه العلاقة بـــ :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \lambda$$

تقدير نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها وذلك من خلال الجدول التالي :

$Q_{(x;y)}$	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{UM_x}{P_x}$	-	**3**	**2,75**	**3**	**3**	**2,5**	**2**	**2,25**
$\frac{UM_Y}{P_Y}$	-	**3**	**2,5**	**2**	**1,5**	**1**	**0**	**-0,5**

نلاحظ أن المنفعة الحدية للنقود (المنفعة المضحى بها) تتساوي مع المنفعة المكتسبة والتي تتمثل في نسبة المنفعة الحدية إلى سعارها لكل من السلعتين عند وضعية إستهلاكية واحدة و المتمثلة في :-

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \lambda = 2{,}5 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

وعليه فالمستهلك يحقق حد الإشباع عند إستهلاكيه لـــ8 وحدات من السلعة X و 5 وحدات من السلعة Y ، وذلك من أجل الوصول إلى مستوى إشباع مقداره :

$$UT_{x;y} = UT_{x=8} + UT_{y=5} \mapsto UT_{x;y} = 162 + 132 \Rightarrow UT_{x;y} = 294$$

3- تحديد التوليفة التي تمكن هذا المستهلك من بلوغه حد الإشباع في ظل قيد الدخل : إذا تم تخصيص جزء من الدخل لإستهلاك السلعتين و الذي قيمته R=60 ، فإنه يتوجب على المستهلك ضرورة تحقيق شرط الإنفاق إلى جانب الشرط السابق .

أولا_ التحقق من شرط تعادل المنافع المكتسبة : بالرجوع إلى الجدول السابق نجد أن هذا الشرط يتحقق عند الوضعيات الإستهلاكية الآتية :-

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 3 \Rightarrow \begin{cases} A \mapsto x = 4 \; ; \; y = 4 \\ B \mapsto x = 6 \; ; \; y = 4 \\ C \mapsto x = 7 \; ; \; y = 4 \end{cases}$$

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 2{,}5 \Rightarrow D \mapsto x = 8 \; ; \; y = 5$$

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 2 \Rightarrow E \mapsto x = 9 \; ; \; y = 6$$

ثانيا_ التحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل : يعتمد هذا الشرط على فرضية أن المستهلك يختار التوليفة المثلى عندما ينفق كامل الدخل المخصص للإستهلاك ، وبالتالي لا يلجأ للإستدانة بالنسبة للتوليفة التي تتطلب أكثر من الدخل المخصص ، ولا يلجأ كذلك إلى الإدخار (تأجيل منفعة النقود) بالنسبة للتوليفة التي تحتاج إلى دخل أقل ، ومن ثم فإن هذا الشرط يعبر عنه بالعلاقة التالية:-

$$R = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i . P_{x_i} \right)$$

وبما أن هذا المستهلك يعتمد على إستهلاك سلعتين x و y فقط ، فإن معادلة الإنفاق تكتب كما يلي :

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto 60 = 4x + 4y$$

ومنه فإن المفاضلة بين التوليفات يكون كمايلي :

$$A \mapsto (x=4\ ;\ y=4) \Rightarrow R_A = 4(4)+4(4) \Leftrightarrow R_A = 32 < R^*$$
$$B \mapsto (x=6\ ;\ y=4) \Rightarrow R_B = 4(6)+4(4) \Leftrightarrow R_B = 40 < R^*$$
$$C \mapsto (x=7\ ;\ y=4) \Rightarrow R_C = 4(7)+4(4) \Leftrightarrow R_C = 44 < R^*$$
$$D \mapsto (x=8\ ;\ y=5) \Rightarrow R_D = 4(8)+4(5) \Leftrightarrow R_D = 52 < R^*$$
$$E \mapsto (x=9\ ;\ y=6) \Rightarrow R_E = 4(9)+4(6) \Leftrightarrow R_E = 60 = R^*$$

أي أن التوليفة التي تمكن المستهلك من تحقيق أقصى مستوى إشباع ممكن في ظل القيود المحددة تتمثل في إستهلاك 9 وحدات من السلعة X و 6 وحدات من السلعة y .

- **مستوى الإشباع :** تمكن التوليفة المثلى المستهلك من تحقيق مستوى إشباع يقدر بـــ :-

$$UT_{(x=9\ ;\ y=6)} = 170 + 140 \Rightarrow UT_{(x;\ y)} = 310$$

4- تحديد الوضعية التوازنية الجديدة : عند إرتفاع سعر السلعة X بوحدتين نقديتين مع ثبات باقي العوامل الأخرى فإن التوليفة المثلى الجديدة تقدير بـــ :

$$P'_x = P_x + 2 = 6\ ;\ P_y = 4\ ;\ R = 60$$

بما أن التغير يؤثر على الشرطين فإنه يتوجب إعادة التحقق منهما وفق المعطى الجديد لسعر السلعة X وذلك كما يلي :

أولا_ شرط تعادل المنافع المكتسبة : يلخص الجدول الموالي إحتساب نسبة المنافع الحدية لكل سلعة إلى سعرها وفق التغير في التوليفات الإستهلاكية من كل سلعة وذلك كما يلي :-

$Q_{(x;y)}$	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{UM_Y}{P_Y}$	-	3	2,5	2	1,5	1	0	-0,5
$\frac{UM_x}{P_{x2}}$	-	**2**	**1,83**	**2**	**2**	**1,67**	**1,33**	**1,5**

نلاحظ أن التوليفات التي يتحقق عندها التعادل بين المنافع المكتسبة للسلعتين تتمثل في الأتي :

$$\frac{UM_x}{P_{x2}} = \frac{UM_y}{P_y} = 2 \Rightarrow \begin{cases} A \mapsto x=4\ ;\ y=6 \\ B \mapsto x=6\ ;\ y=6 \\ C \mapsto x=7\ ;\ y=6 \end{cases}$$

$$\frac{UM_x}{P_{x2}} = \frac{UM_y}{P_y} = 1{,}5 \Rightarrow D \mapsto x=7\ ;\ y=10$$

ثانيا_ شرط الإنفاق الكامل للدخل : بإعادة صياغة معادلة الإنفاق حسب التغير في سعر السلعة X نحصل على :-

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto 60 = 6x + 4y$$

عملية المفاضلة بين التوليفات تتم كالآتي :-

$$A \mapsto (x=4\ ;\ y=6) \Rightarrow R_A = 6(4)+4(6) \Leftrightarrow R_A = 48 < R^*$$
$$B \mapsto (x=6\ ;\ y=6) \Rightarrow R_B = 6(6)+4(6) \Leftrightarrow R_B = 60 = R^*$$
$$C \mapsto (x=7\ ;\ y=6) \Rightarrow R_C = 6(7)+4(6) \Leftrightarrow R_C = 66 > R^*$$
$$D \mapsto (x=7\ ;\ y=10) \Rightarrow R_D = 6(7)+4(10) \Leftrightarrow R_D = 82 > R^*$$

ومنه فإن التوليفة التي تمكن المستهلك من تحقيق أقصى مستوى إشباع ممكن في ظل القيود المحددة هي التوليفة D وذلك عند إستهلاك 6 وحدات السلعة X ، و 6 وحدات من السلعة y ، مع تحقيق مستوى إشباع يقدر بـــ :-

$$UT_{(x=6\,;\,y=6)} = 140 + 140 \Rightarrow UT_{(x;y)} = 280$$

5- تحديد التوليفة المثلى عند التغير في الدخل : إذا قرر هذا المستهلك تخفيض دخله المخصص للإستهلاك إلى 52 وحدة نقدية في ظل بقاء الأسعار على حالها فإن التوليفة المثلي تتمثل في :

- **بالنسبة لتحقق الشرط الأول :** يعتبر محقق لأن التغير في الدخل لا يؤثر عليه ، وبالتالي فإن التوليفات المحـــددة في الوضعية السابقة لا تتغير .
- **بالنسبة لتحقق الشرط الثاني :** نستنتج من الوضعية السابقة أن التوليفة التي توائم الدخل الجديدة هي التوليفة D ، بمعنى إستهلاك 8 وحدات من السلعة x و 5 وحدات من السلعة y ، وذلك بتحقيق مستوى إشباع يقدر بـــ :-

$$UT_{(x=8\,;\,y=5)} = 162 + 132 \Rightarrow UT_{(x;y)} = 294$$

التمرين الثالث : لتكن لدينا المعطيات التالية :-

$$Q_x = 15\,;\, Q_y = 8\;;\, P_x = 4\;;\; R = 100$$

1- حساب سعر السلعة Y : بالإعتماد على شرط إنفاق كامل الدخل نحصل على :-

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto 100 = 4(15) + 8P_y \Rightarrow P_y = 5$$

2- تقدير المنفعة الحدية للسلعة Y: إذا كانت المنفعة الحدية للسلعة X تقدر بـــ 40 وحدة منفعة، مع بقاء أسعار السلعتين على حالها فإن :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \mapsto \frac{40}{4} = \frac{UM_y}{5} \Rightarrow UM_y = 50$$

3- التحقق من وضعية التوازن للمستهلك : نعلم أن توازن المستهلك يتحقق عند تساوي نسبة المنافع الحدية لكل سلعة إلى سعرها ، وذلك كشرط ضروري ، حيث إذا كانت لدينا المنفعة الحدية للسلعة x بـــ 44(و.م) و المنفعة الحدية للسلعة y بـــ 50 (و.م) ، مع بقاء الدخل و الأسعار ثابتة فإن :-

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \mapsto \begin{cases} \dfrac{UM_x}{P_x} = \dfrac{44}{4} = 11 \\ \dfrac{UM_y}{P_y} = \dfrac{50}{5} = 10 \end{cases}$$

بما أن قيمة نسبة المنفعة الحدية للسلعة x و المقدرة بـــ 11 و.م ، لا تعادل قيمة نسبة المنفعة الحدية للسلعة y و المقدرة بـــ 10 و.م ، فإن المستهلك في وضعية غير متوازنة .

و حتى يمكن لهذا المستهلك أن يحقق التوازن وفقا لظروف مماثلة ، يتوجب عليه المفاضلة بين البديلين المواليين :-

- زيادة إستهلاكيه لوحدة إضافية واحدة من السلعة X وذلك من أجل إنخفاض المنفعة الحدية لها إلى 40و.م ، على أســـاس أن العلاقة بين الوحدات الإستهلاكية والمنفعة الحدية عكسية، وبالتالي تصبح نسبة المنفعة الحدية للسلعة X إلى سعرها تعادل نسبة المنفعة الحدية للسلعة y إلى سعرها.

- تخفيض إستهلاكيه لوحدة إضافية واحدة من السلعة y وذلك من أجل إرتفاع المنفعة الحدية لها إلى 55و.م ، ومن ثم تتعـــادل نسبة المنفعة الحدية للسلعة X إلى سعرها مع نسبة المنفعة الحدية للسلعة y إلى سعرها.

وعلى إعتبار أن المستهلك يفضل الزيادة في الإستهلاك بدل من تخفيضه ، فإن البديل الأول يعتبر الإجراء الأحسن لتحقيق التوازن.

التمرين الرابع : لدينا دالة المنفعة الكلية المحققة عند إستهلاك السلعتين X و Y كالآتي :-

$$UT_{x;y} = (x+2).(y+1)$$

مع العلم أن الدخل المخصص للإستهلاك يقدر بـــ 51 (ون) و أن أسعار السلعتين على التوالي 2 و 5 .

1- حساب مقدار المنفعة الكلية : إذا إعتبرنا أن هذا المستهلك سيستهلك 13وحدة من السلعة X و 5 وحدات من السلعة Y فإن مقدار المنفعة المحققة هو :

$$UT_{(x=13\ ;\ y=5)} = (13+2).(5+1) \Rightarrow UT_{(x=13\ ;\ y=5)} = 90$$

2- تحديد التوليفة المثلي التي تحقق أقصى إشباع ممكن : يتم تقدير التوليفة السلعية التي تمكن المستهلك من تحقيق أقصى مستوى إشباع ممكن بتحقق الشرطين وذلك كالآتي :

أولا_ شرط تعادل المنافع المكتسبة : يتحقق ذلك بتقدير المنفعة الحدية لكل سلعة ، ثم نسبتها إلى سعرها .

$$UM_x = \frac{\partial UT_{x,y}}{\partial Q_x} \mapsto UM_x = Y + 1$$

$$UM_y = \frac{\partial UT_{x,y}}{\partial Q_y} \mapsto UM_y = X + 2$$

بتعويض النتائج في علاقة تحقق الشرط نجد :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \mapsto \frac{(Y+1)}{2} = \frac{(X+2)}{5} \Rightarrow Y+1 = \frac{2(X+2)}{5} \Leftrightarrow Y = \frac{2x-1}{5} \quad .....(I)$$

ثانيا_ شرط الإنفاق : بتعويض المعادلة رقم (I) في معادلة الإنفاق نحصل على :-

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto 51 = 2x + 5\left(\frac{2x-1}{5}\right) \Rightarrow x = 13$$

وبتعويض قيمة X في المعادلة رقم (I) نحصل على عدد الوحدات الضرورية من السلعة y وذلك كما يلي:

$$Y = \frac{2(13)-1}{5} \Rightarrow Y = 5$$

ومنه فإن التوليفة المثلى لهذا المستهلك هي إستهلاك 13وحدة من السلعة x و 5 وحدات من السلعة Y .

3- التحقق من التوليفة المثلي بإستعمال طريقة مضاعف Lagrange : تقوم فكرة Lagrange على إيجاد الحل الأمثل لدالة أصلية مشروطة بقيد أو دالة أخرى ، حيث يتوقف إستعمالها على خطوتين الأولى في صياغة دالة Lagrange و الثانية في إيجاد المشتقات الجزئية الأولى مساوية للصفر .

أولا_ صياغة دالة Lagrange : تتمثل الدالة الأصلية في الدالة المعبرة عن المنفعة الكلية ، أما الدالة المقيدة فتتمثل في شرط الإنفاق، و بالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كمايلي :-

$$\Im = UT_{x;y} + \lambda(R - xP_x - yP_y) \mapsto \Im = (x+2).(y+1) + \lambda(51 - 2x - 5y)$$

ثانيا_ حساب المشتقات الجزئية الأولى :

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_x} = 0 \Rightarrow (y+1) - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{(Y+1)}{2} \ldots\ldots (I)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_y} = 0 \Rightarrow (x+2) - 5\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{(x+2)}{5} \ldots\ldots (II)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 51 - 2x - 5y = 0 \ldots\ldots (III)$$

و عند القيام بالمساواة بين العلاقتين (I) و (II) نحصل على :

$$\frac{(Y+1)}{2} = \frac{(X+2)}{5} \Rightarrow Y+1 = \frac{2(X+2)}{5} \Leftrightarrow Y = \frac{2x-1}{5} \quad \ldots\ldots (IV)$$

بتعويض النتيجة السابقة في المعادلة رقم (III)

$$51 - 2x - 5\left(\frac{2x-1}{5}\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{52}{4} = 13_{Unité}$$

أما بالنسبة لعدد وحدات السلعة y فتقدر بـــ : $Y = \frac{2(13)-1}{5} \Rightarrow Y = 5$

ومنه فإن التوليفة السلعية التي تحقق للمستهلك أقصى مستوى إشباع ممكن إستهلاك 13وحدة من السلعة x و5 وحدات من السلعة Y .

4- التحقق من أن التوليفة المثلى تعظم المنفعة الكلية : للتأكد من أن إستهلاك 13 وحدة من السلعة x و 5 وحدات من السلعة Y يعظم المنفعة الكلية ، يجب أن تكون قيمة المحدد الهيسي موجبة .

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{x.x}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{x.y}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{x.\lambda}} \\ \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{y.x}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{y.y}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{y.\lambda}} \\ \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{\lambda.x}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{\lambda.y}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{\lambda.\lambda}} \end{vmatrix} \mapsto H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H = [(0.0.0) + (1.-5.-2) + (-2.1.-5)] - [(1.1.0) + (0.-5.-5) + (-2.0.-2)] \Rightarrow H = 20 > 0$$

بما أن قيمة المحدد الهيسي موجبة فهذا يعني أن التوليفة تعظم المنفعة الكلية .

5- حساب المنفعة الحدية بالنسبة لكل سلعة عند التوازن : بالإعتماد على تحديد العلاقة ، وبتعويض التوليفة الإستهلاكية عند التوازن بالنسبة لكل سلعة نحصل على :-

$$UM_x = Y + 1 \Rightarrow UM_x = (5) + 1 = 6$$

$$UM_y = X + 2 \Rightarrow UM_y = (13) + 2 = 15$$

ومنه فإن إضافة إستهلاك الوحدة 13من السلعة X ساهم في المنفعة الكلية بـــ 6 وحدات منفعة ، بينما إضافة الوحدة 5 من السلعة Y ساهم في المنفعة الكلية بمقدار 15 وحدة منفعة ، وبالتالي إذا قرر المستهلك أن يرفع من مستوى إشباعه من خلال إستهلاكه لوحدة إضافية واحدة من إحدى السلعتين فسوف يختار السلعة Y لأنه لم يصل إلى مستوى الإشباع منها مقارنة مع السلعة X.

التمرين الخامس : لدينا دالة المنفعة الكلية معبر عنها بالصيغة الآتية :-

$$UT = x^{0,5}.y^{0,25}$$

كما أن الدخل المخصص للعملية الإستهلاكية يقدر بـــ10 وحدات نقدية (R=10) بينما الأسعار السائدة في السوق بالنسبة للسلعتين $P_X=1$ و $P_y=2$.

1- إيجاد الكمية التي تجعل المستهلك يعظم المنفعة الكلية : بالإعتماد على طريقة شرطي التوازن يتم تحديد التوليفة الإستهلاكية وذلك على النحو الأتي :-

أولا_ الشرط الضروري : التحقق من تعادل المنافع المساهم بها في المنفعة الكلية لكلا السلعتين .

$$UM_x = \frac{\partial UT_{x,y}}{\partial Q_x} \mapsto UM_x = 0,5.\left(\frac{y^{0,25}}{x^{0,5}}\right)$$

$$UM_y = \frac{\partial UT_{x,y}}{\partial Q_y} \mapsto UM_y = 0,25.\left(\frac{x^{0,5}}{y^{0,75}}\right)$$

بتعويض النتائج في علاقة تحقق الشرط الأول :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \mapsto \left(\frac{y^{0,25}}{2x^{0,5}}\right) = \left(\frac{x^{0,5}}{8y^{0,75}}\right) \Rightarrow 2x = 8y \Leftrightarrow x = 4y \ldots\ldots (I)$$

ثانيا_ شرط الإنفاق : بتعويض المعادلة رقم (I) في معادلة الإنفاق نحصل على :-

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto 10 = 4y + 2y \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

وبتعويض قيمة Y في المعادلة رقم (I) نحصل على عدد الوحدات الضرورية من السلعة X .

$$x = 4\left(\frac{5}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

ومنه فإن التوليفة المثلى لهذا المستهلك تتمثل في إستهلاك $\left(\frac{20}{3}\right)$ وحدة من السلعة X و $\left(\frac{5}{3}\right)$ وحدات من السلعة Y ، من أجل تحقيق مستوى إشباع يقدر بـــ :

$$UT_{x,y} = \left(\frac{20}{3}\right)^{0,5}.\left(\frac{5}{3}\right)^{0,25} \Rightarrow UT_{x,y} = 2,934$$

2- مقدار المنفعة الحدية لكل وحدة نقدية منفقة : يتم تحديد مقدار المنفعة المضحى بها عند إنفاق وحدة نقدية واحدة بتقدير نسبة المنفعة الحدية إلى سعر السلعة وذلك بالنسبة لإحدى السلعتين في حالة تحقق التوازن .

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \lambda \mapsto \begin{cases} \lambda = \left(\frac{y^{0,25}}{2x^{0,5}}\right) \\ \lambda = \left(\frac{x^{0,5}}{8y^{0,75}}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \lambda = 0,22$$

ومنه فإن المستهلك كلما يقوم بإنفاق وحدة نقدية واحدة على أيا من السلعتين فإنه يضحى بـــ0,22 وحدة منفعة من المنفعة الكلية .

3- كتابة دالتي الطلب على كل من السلعتين X وy بدلالة الدخل و الأسعار : لتحديد دالة الطلب على السلعة نقوم بتقدير تعادل المنافع الحدية المكتسبة وذلك كمايلي :-

$$\frac{UM_x}{P_x}=\frac{UM_y}{P_y}\mapsto\left(0,5\frac{y^{0,25}}{P_x.x^{0,5}}\right)=\left(0,25\frac{x^{0,5}}{P_y.y^{0,75}}\right)\Rightarrow P_x.x=2P_y.y\Leftrightarrow x=\frac{2P_y.y}{P_x}.....(I)$$

وبتعويض المعادلة (I) في معادلة الإنفاق نحصل على النتيجة التالية :

$$R=x.P_x+y.P_y\mapsto R=\left(\frac{2P_y.y}{P_x}\right)P_x+y.P_y\Rightarrow R=3y.P_y\Leftrightarrow y=\frac{R}{3P_y}$$

وعليه فإن دالة الطلب على السلعة y تأخذ الصيغة : $y=\frac{R}{3P_y}$

أما بالنسبة لكتابة دالة الطلب على السلعة X فيتم الحصول عليها بتعويض دالة الطلب للسلعة Y بالمعادلة (I) .

$$x=\frac{2P_y.\left(\frac{R}{3P_y}\right)}{P_x}\Rightarrow x=\frac{2R}{3P_x}$$

- دراسة إستقلالية السلعتين : نلاحظ أن دالة الطلب للسلعة X مكتوبة بدلالة الدخل و سعرها مما يعني أن الطلب عليها لا يتأثر بتغير سعر السلعة y ، كما أن دالة السلعة Y لا تتأثر بتغير سعر السلعة x ،وبالتالي السلعتين X و Y مستقلتين عن بعضهما البعض .

4- مقدار الدخل الذي يحافظ على نفس مستوى الإشباع المحقق : بالإعتماد على طريقة مضاعف Lagrange من أجل تحديد مقدار الدخل الضروري عند إرتفاع سعر السلعة X بوحدة واحدة وذلك للبقاء عند نفس مستوى الإشباع ، حيث أن الدالة الأصلية عند هذه الحالة تتمثل في معادلة الإنفاق ، بينما الدالة الشرطية فهي دالة المنفعة .

$$MIN\ R=2x+2y$$
$$S/C\ \begin{cases}2,934=x^{0,5}.y^{0,25}\end{cases}$$

- ومنه فإن دالة لاغرانج تأخذ الصورة التالية :

$$\Im=2x+2y+\lambda\left(2,934-x^{0,5}.y^{0,25}\right)$$

- حساب المشتقات الجزئية الأولى :

$$\frac{\partial\Im}{\partial Q_x}=0\Rightarrow 2-0,5\lambda.x^{-0,5}.y^{0,25}=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{4x^{0,5}}{y^{0,25}}.....(I)$$

$$\frac{\partial\Im}{\partial Q_y}=0\Rightarrow 2-0,25\lambda.y^{-0,75}.x^{0,5}=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{8y^{0,75}}{x^{0,5}}.....(II)$$

$$\frac{\partial\Im}{\partial\lambda}=0\Rightarrow 2,934-x^{0,5}.y^{0,25}=0.....(III)$$

و بالمساواة بين العلاقتين (I) و (II) نحصل على :

$$\frac{4x^{0,5}}{y^{0,25}} = \frac{8y^{0,75}}{x^{0,5}} \Rightarrow x = 2y \quad .....(IV)$$

بتعويض النتيجة السابقة في المعادلة رقم (III)

$$2,934 - x^{0,5}.y^{0,25} = 0 \Rightarrow 2,934 = (2y)^{0,5}.y^{0,25} \Leftrightarrow 2,934 = \sqrt{2}.y^{0,75} \Leftrightarrow y = \sqrt[0,75]{\frac{2,934}{\sqrt{2}}}$$

ومنه فإن الكمية الواجب إستهلاكها من السلعة Y تقدر بـــ : 2,646 وحدة .

أما الكمية الواجب إستهلاكها من السلعة X فتتمثل في : $x = 2(2,646) \Leftrightarrow x = 5,292$

ومن ثم فإن مقدار الدخل الذي يحفاظ على نفس مستوى الإشباع يقدر بـــ:

$$R = 2(2,646) + 2(5,292) \Rightarrow R = 15,876$$

التحقق من مقدار الإشباع المحقق :

$$UT_{x,y} = (2,646)^{0,5}.(5,292)^{0,25} \Rightarrow UT_{x,y} = 2,934$$

التمرين السادس : إذا كانت لدينا دالة المنفعة الكلية الممثلة لإستهلاك ثلاثة سلعة وذلك وفق المعادلة الإنفاق المعبر عنهما بالشكل التالي :-

$$\begin{cases} UT_{xyz} = x^2.y.z \\ 64 = 2x + 4y + z \end{cases}$$

1- **تحديد الكميات الضرورية لتحقق أقصى إشباع :** بالإعتماد على منهجية مضاعف Lagrange للحصول على التوليفة السلعية قصد تعظيم المنفعة الكلية وفق شرط الإنفاق ، فإن دالة لاغرانج تكتب كمايلي :-

$$\Im = x^2.y.z + \lambda(64 - 2x - 4y - z)$$

ثانيا_ حساب المشتقات الجزئية الأولى :

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_x} = 0 \Rightarrow 2x.y.z - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = x.y.z \quad .....(I)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_y} = 0 \Rightarrow x^2.z - 4\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{x^2.z}{4} \quad .....(II)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_z} = 0 \Rightarrow x^2.y - \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = x^2.y \quad .....(III)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 64 - 2x - 4y - z = 0 .....(IV)$$

بالمساواة بين العلاقتين (I) و (II) نجد : $x.y.z = \frac{x^2 z}{4} \Rightarrow 4y = x \quad .....(V)$

بنفس الطريقة مع العلاقتين (I) و (III) نجد : $x.y.z = x^2 y \Rightarrow z = x \quad .....(VI)$

ومنه نستنتج العبارة التالية : $x = 4y = z$

أما بتعويض هذه الأخير في العلاقة رقم (IV) نحصل على :

$$64-2x-4\left(\frac{x}{4}\right)-x=0\Rightarrow x=\frac{64}{4}=16_{Unité}$$

$$y=\frac{16}{4}=4_{Unité}$$

$$z=x=16_{Unité}$$

ومنه التوليفة السلعية المثلى تتمثل في 16 وحدة لكل من السلعتين x وZ بالإضافة إلى 4وحدات من السلعة y .

2- **مستوى الإشباع المحقق** : إذا أقدم المستهلك على إستهلاك التوليفة السلعية المثلى فإنه يتوقع أن يحقق مستوى إشباع يقدر بـــ :

$$UT_{xyz}=x^2.y.z\mapsto UT_{xyz}=(16)^2(4)(16)\Rightarrow UT_{xyz}=16384$$

ومنه فالمنفعة الكلية المحققة هي 16384 وحدة منفعة .

III – نظرية المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء) :

تستند هذه النظرية على قدرة المستهلك في ترتيب تفضيلاته حسب أهمية المنفعة المتوقعة لسلعتين أو أكثر ، حيث تعتمد على منحنيات السواء كوسيلة لتحليل سلوك المستهلك .

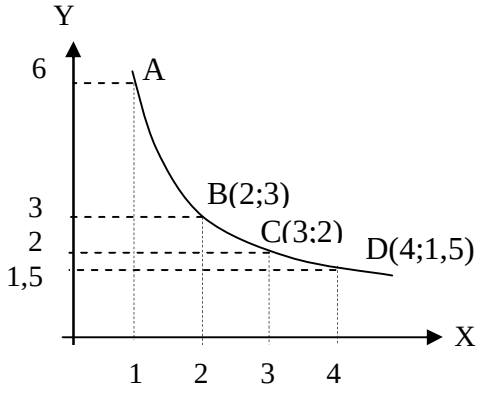
III-1- منحنيات السواء : نفرض أن مستهلك ما يرغب في الحصول على مستوى معين من الإشباع عن طريق السلعتين x وy الأمر الذي سيضطره إلى المفاضلة بين مجموعة من الثنائيات (X_i , Y_i) كونها تعطي نفس مستوى الإشباع (المنفعة الكلية) ، والجدول الموالي يحصر هذه التوليفات كمايلي :

الثنائيات	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	6	3	2	1,5

يوضح الجدول (جدول السواء) أن هناك 4 توليفات للسلعتين x وy ، كل توليفة منها تعطي نفس مستوى الإشباع و بالتالي فهي تشكل في مجموعها منحنى هندسي يسمى منحنى السواء .

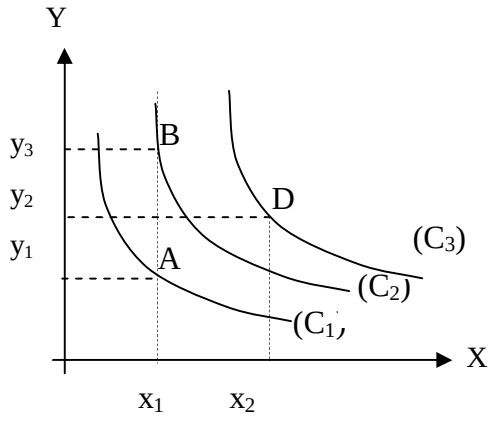
III-1-1. تعريف منحنى السواء : هو المحل الهندسي لمجموعة مختلفة من التوليفات السلعية التي تمكن المستهلك من الحصول على نفس الإشباع ، لهذا تسمى أيضا منحنى الإشباع المتماثل ، و بتمثيل الجدول أعلاه نحصل على منحنى السواء كالآتي :-

الشكل رقم ( ) : منحنى السواء



III-1-2. خريطة السواء : تمثل مجموعة منحنيات السواء الممثلة على نفس المعلم ، حيث يعبر كل منحنى منها على مستوى إشباع يختلف عن المنحنى الأخر ، و يتزايد كلما إبتعد المنحنى على نقطة الأصل (مركز الإحداثيات (0،0)) ، ويتناقص في حالة العكس بصرف النظر عن الفرق الكمي لكميات السلع المستهلكة عند المستوى الواحد ، ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل التالي :-

الشكل رقم ( ) : خرائط السواء

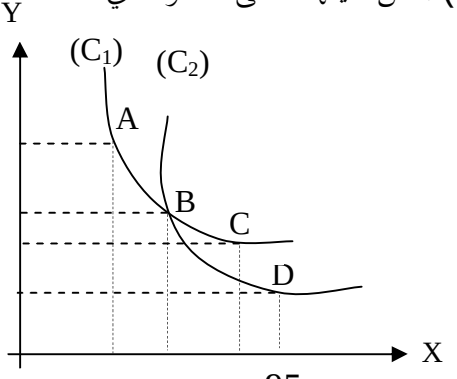


نلاحظ أن مستوى الإشباع بالنسبة لمنحنى السواء (C1) اقل من المنحنيين (C2) و(C3) ، كما أن التوليفة B أكبر إشباع مقارنة مع التوليفة A رغم أن الكمية المستهلكة من السلعة x لم يتغير ، بينما تعد النقطة D أعظم مستوى إشباع من النقطة B و كذلك من النقطة A ، وبناءا عليه يمكن إستنتاج فكرتين أساسيتين لخرائط السواء هما :

- كلما إنتقل المستهلك من منحنى سواء إلى منحنى أخر مبتعدا على نقطة الأصل كلما سيحصل على مستوى إشباع أعلى من سابقتها ؛
- إذا إنتقل من توليفة إستهلاكية إلى أخرى على نفس منحنى السواء فإن مستوى الإشباع سيبقى ثابت $(\Delta UT = 0)$.

III-1-3. خصائص منحنيات السواء : لمنحنيات السواء مجموعة من الخصائص التي يجب الإعتماد عليها عند دراسة سلوك المستهلك وفق نظرية المنفعة الترتيبية أهمها :-

أ- منحنيات السواء لا تتقاطع : بما أن كل منحنى سواء يعبر عن مستوى إشباع يختلف عن مستوى الإشباع لمنحنى أخر فإنها لا يمكن أن تتقاطع مهما كانت الأسباب المؤثرة على سلوكه الإستهلاكي، و لإثبات هذه الخاصية سنعتمد على البرهان النقيض الذي يعتمد على إثبات الفرض العكسي من أجل إقرار النتيجة الحالية ، و بالتالي سنفرض أن المنحنيين (C_1) و(C_2) يمكن تمثيلهما على النحو الأتي:-



بما أن الإحداتيات السلعية A,B,C تنتمي إلى منحنى السواء (C_1) ، فهي تمكن المستهلك من الحصول على نفس المنفعة الكلية أي أن :

$$UT_A = UT_B = UT_C \quad \cdots \quad (I)$$

كما أن الإحدثيات السلعية B و D تنتمي إلى نفس المنحنى (C_2) فهي أيضا تعطي نفس المنفعة الكلية أي :

$$UT_B = UT_D \quad \cdots \quad (II)$$

وبالإعتماد على علاقة التعدي بين المعادلتين (I) و (II) نحصل على :

$$\left.\begin{array}{l} UT_A = UT_B = UT_C \\ UT_B = UT_D \end{array}\right\} \Rightarrow UT_A = UT_B = UT_C = UT_D \Rightarrow (C_1) = (C_2)$$

وهذا غير ممكن ، مما يعني أن منحنيات السواء لا يمكنها أن تتقاطع .

بـــ- ميل منحنى السواء سالب : بما أن كل نقطة على نفس منحنى السواء تمثل توليفة من السلع (X_i , Y_i) والتي يمكنها أن تزود المستهلك بنفس المنفعة ، فإن إنتقال المستهلك من توليفة إلى توليفة أخرى على نفس المنحنى لا يغير من المنفعة الكلية ذلك أن التغير السالب في إحدى السلعتين يعوضه التغير الموجب من السلعة الأخرى ، وهذا السبب ينتج عنه ميل سالب لمنحنى السواء ، ويمكن إثبات ذلك على النحو الأتي :-

لدينا من علاقة حساب المنفعة الحدية أن :

$$UM_X = \frac{\Delta UT_X}{\Delta Q_X} \Leftrightarrow \Delta UT_X = UM_X . \Delta Q_X$$

وكذلك التغير في المنفعة الكلية على نفس منحنى السواء يكون معدوم $\Delta UT_{XY} = 0 \quad \cdots \quad (I)$

وبتحليل المعطيين السابقين نحصل على النتيجة التالية :

$$\left.\begin{array}{l} UT_{XY} = UT_X + UT_Y \\ \Delta UT_{XY} = \Delta UT_X + \Delta UT_Y \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta UT_{XY} = UM_X . \Delta Q_X + UM_Y . \Delta Q_Y \cdots (II)$$

وبالمساواة بين المعادلة (I) و المعادلة (II) نجد :

$$UM_X . \Delta Q_X + UM_Y . \Delta Q_Y = 0 \Leftrightarrow UM_X . \Delta Q_X = -UM_Y . \Delta Q_Y$$

$$\frac{UM_X}{UM_Y} = -\frac{\Delta Q_Y}{\Delta Q_X}$$

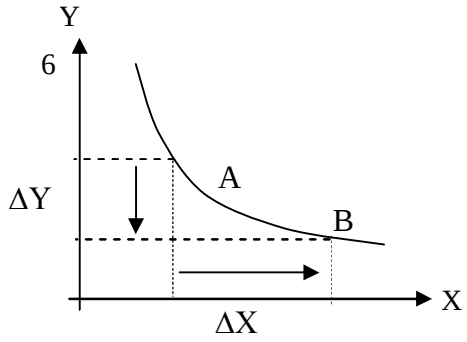
وبالتالي نلاحظ أن ميل منحنى السواء سالب $\left(-\frac{\Delta Q_Y}{\Delta Q_X} < 0\right)$.

جـــ- منحنى السواء محدب نحو مركز الإحداثيات (مقعر من الأعلى): للبرهنة على هذه الخاصية نعتمد على معدل إستبدال كمية معينة من سلعة بكمية معينة لسلعة أخرى بشرط البقاء على نفس مستوى الإشباع $(\Delta UT = 0)$ ، وهذا ما يسمى بالمعدل الحدي للإحلال TMS .

- $TMS_{(x,y)}$: يعرف المعدل الحدي لإحلال السلعة x بالنسبة للسلعة y بأنه عبارة عن عدد الوحدات من السلعة y التي يتوجب التخلي أو التنازل عنها مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة x لكي يحافظ المستهلك على نفس مستوى الإشباع أي البقاء على نفس منحنى السواء ، ونرمز له جبريا بـــ TMS_{XY} أي المعدل الحدي لإستبدال السلعة x محل السلعة y ، كما يمكن قياس هذا المعدل بإحدى العلاقات الرياضية التالية حسب البيانات المتوفرة حول عملية الإحلال .

$$TMS_{XY} = \frac{UM_X}{UM_Y}; TMS_{XY} = -\frac{\Delta Q_Y}{\Delta Q_X}; TMS_{XY} = -\frac{\partial Q_Y}{\partial Q_X}; TMS_{XY} = \frac{P_X}{P_Y}$$

ومن الناحية الهندسية فإن $\left(-\frac{\Delta Q_Y}{\Delta Q_X}\right)$ عند كل نقطة من منحنى السواء يعبر عن ميل هذا الأخير ، وبالتالي يمكن تمثيله وفق الشكل الإفتراضي رقم ( ) .



الشكل رقم ( )

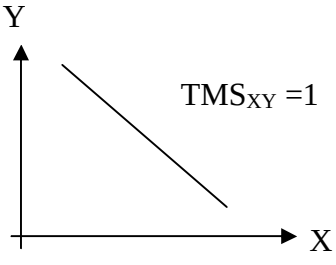
وبما أن ميل منحنى السواء سالب كما سبق إثباته فإن معدل تغيره يجب أن يكون موجب ، وبالتالي فشرط تحدب المنحنى نحو مركز الإحداثيات هو أن تكون المشتقة الثانية لمعدل الحدي للإحلال موجبة و التي تأخذ الصورة الآتية : $0 < \frac{\partial 2Q_Y}{\partial Q_X^2}$

كما يتم إثبات هذه الصيغة كالآتي :

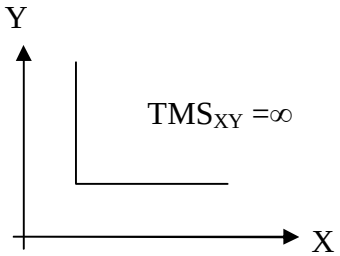
$$\frac{\partial TMS_{XY}}{\partial Q_X} = -\frac{\partial 2Q_Y}{\partial Q_X^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial 2Q_Y}{\partial Q_X^2} > 0$$

ومنه يمكن تعميم هذا الإستنتاج بأن منحنيات السواء محدبة نحو مركز الإحداثيات (مقعرة من الأعلى) .

- أشكال خاصة لمنحنيات السواء : يأخذ منحنى السواء شكلين معياريين بالنسبة للسلع المكملة و كذلك الأمر بالنسبة للسلع البديلة و المتنافسة كالآتي :



السلعتين x و y سلعتين بديلتين



السلعتين x و y سلعتين مكملتين

مثال رقم () : بالإعتماد على البيانات الواردة في جدول السواء أعلاه ، أحسب المعدل الحدي لإحلال السلعة x محل السلعة y ، ثم إستبدال السلعة x بالسلعة y ؟

بما أن البيانات المقدمة على شكل إحداثيات فإن العلاقة التي يتم تطبيقها هي التي تعتمد على تقدير التغير بين السلعتين وذلك على النحو الأتي :

- المعدل الحدي لإحلال السلعة x محل السلعة y : $TMS_{XY} = -\frac{\Delta Q_Y}{\Delta Q_X}$
- المعدل الحدي لإحلال السلعة y محل السلعة x : $TMS_{YX} = -\frac{\Delta Q_X}{\Delta Q_Y}$

و الجدول التالي يلخص نتيجة تطبيق العلاقتين السابقتين :

TMS_{YX}	TMS_{XY}	التوليفة		الحالات
		y	x	
-	-	6	1	A
0.33	3	3	2	B
1	1	2	3	C
2	0.5	1,5	4	D

III-2- قيد الميزانية (خط الميزانية) وتوازن المستهلك : بعد التعرف على المفهوم الإقتصادي لمنحنى السواء و الخصائص الهندسية يجب كخطوة ثانية التعرف على طريقة تمثيل ميزانية المستهلك من أجل دراسة توازنه ، ذلك أن المستهلك يمكنه أن يعدد منحيات سواء مختلفة لتحقق له مستويات متفاوتة من الإشباع لكن تحديد المستوى الأمثل منها يكون مقيد بالدخل المخصص لذلك ومستويات الأسعار السائدة في السوق ، حيث أن هذين القيدين يمكن أن نعبر عنهم هندسيا بخط الميزانية .

III-2-1. خط الميزانية : يشير خط الميزانية إلى المحل الهندسي لمختلف التوليفات السلعية التي يمكن للمستهلك الحصول عليها بناءا على إنفاق دخله المخصص للإستهلاك (R) و عند مستويات مختلفة من الأسعار $(P_{X1}, P_{X2}, \ldots, P_{Xn})$ ، وبالتالي يمكن صياغة قيد الميزانية رياضيا وفق المعادلة التالية :

$$R = \sum_{i=1}^{n} (X_i \times P_{Xi}) \Leftrightarrow R = x_1.P_{x_1} + x_2.P_{x_2} + \ldots\ldots + x_n.P_{x_n}$$

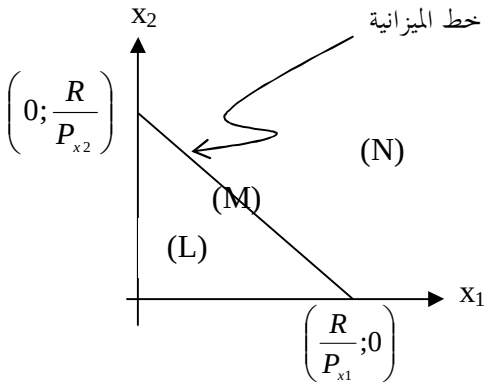
حيث أن n تمثل عدد السلع أو/و الخدمات التي يرغب المستهلك الحصول عليها عند إنفاق كامل دخله المخصص لذلك .

لتمثيل خط الميزانية نقوم بفرض أن المستهلك يستهلك سلعة واحدة فقط ، وبالتالي سيأخذ في كل إحداثية القيمة $x_i = \frac{R}{P_{xi}}$ ، ولتوضيح هذه الفكرة نفرض أن مستهلك ما ينفق كامل دخله لإقتناء السلعتين X_1 و X_2 فقط ، وعليه فإن خط الميزانية يأخذ الشكل الأتي :

$$\left.\begin{array}{l} R = \sum_{i=1}^{2}(X_i \times P_{Xi}) \\ R = x_1.P_{x_1} + x_2.P_{x_2} \end{array}\right\} \quad \text{قيد الميزانية}$$

تحديد نقطة تقاطع خط الميزانية مع محوري الفواصل و التراتيب وفق الصيغة التالية : $x_i = \frac{R}{P_{xi}}$

- إحداثية محور الفواصل : $\left(x_1 = \frac{R}{P_{x1}}; x_2 = 0\right)$
- إحداثية محور التراتيب : $\left(x_1 = 0; x_2 = \frac{R}{P_{x2}}\right)$



يتميز خط الميزانية بمجموعة من الخصائص أهمها :

1. خط الميزانية ينحدر من اليسار إلى اليمين أي أنه ذو ميل سالب ، حيث أن معادلة قيد الميزانية تكتب على الشكل الأتي :

$$R = x_1.P_{x_1} + x_2.P_{x_2} \Leftrightarrow x_2 = \frac{R}{P_{x_2}} - \left(\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}}\right).x_1$$

ومنه فإن معادلة قيد الميزانية تختصر بالشكل التالي : $x_2 = \frac{R}{P_{x_2}} - \alpha.x_1$

كما أن (α) تمثل ميل خط الميزانية ، والذي يتميز بالثبات على عكس ميل منحنى السواء $\left(\frac{\Delta Q_Y}{\Delta Q_X}\right)$ الذي يتغير من توليفة إلى أخرى ؛

2. كل إحداثية تقع على خط الميزانية تعبر عن التوليفة التي يمكن للمستهلك الحصول عليها عندما يقوم بإنفاق مماثل للميزانية المخصصة للإستهلاك(R^*)، أي عندما ينفق كامل دخله كما هو الحال بالنسبة للتوليفة (M)

$$M(x_1; x_2) \Rightarrow R^* = x_1.P_{x_1} + x_2.P_{x_2}$$

3. كل إحداثية تقع على يسار خط الميزانية فإنها تعبر عن التوليفة التي يمكن للمستهلك الحصول عليها عندما يقوم بإنفاق أقل من الميزانية المخصصة للإستهلاك كما هو الحال بالنسبة للتوليفة (L)

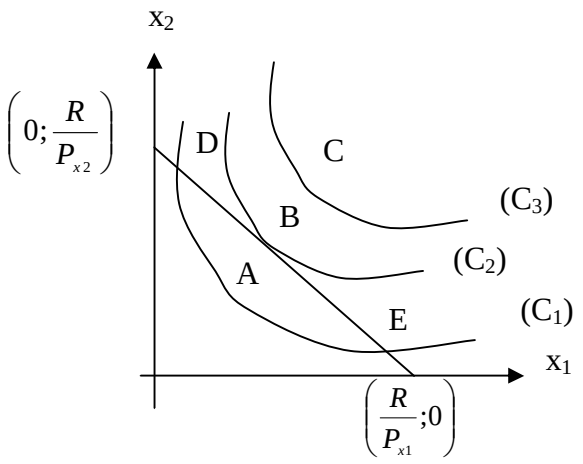
$$L(x_1';x_2') \Rightarrow R > x_1'.P_{x_1} + x_2'.P_{x_2}$$

4. كل إحداثية تقع على يمين خط الميزانية فإنها تعبر عن التوليفة التي يمكن للمستهلك الحصول عليها عندما ينفق أكثر من الميزانية المخصصة للإستهلاك ، أي عندما ينفق دخل يفوق ما خصصه للحصول على التوليفة (N)

$$N(x_1'';x_2'') \Rightarrow R < x_1''.P_{x_1} + x_2''.P_{x_2}$$

III-2-2. توازن المستهلك : إن هدف المستهلك الرشيد هو تعظيم منفعته في حدود ميزانيته و الأسعار السائدة في السوق ، وذلك من خلال تحقيق العلاقة التالية : $R = \sum_{i=1}^{n}(X_i \times P_{Xi})$

هذه العلاقة التي تعتبر الشرط الأساسي لتحديد المستهلك تفضيلاته لمختلف التوليفات الإستهلاكية لهذا نجد التوليفة المثلى والتي تحقق التوازن عندما يمس منحنى السواء خط الميزانية ، ولتوضيح ذلك ندرس الشكل التالي :



نلاحظ من الشكل أنه يقع تماس بين خط الميزانية و منحنيات السواء في ثلاثة نقاط هي A,D,E حيث أن المستهلك عند كل نقطة منها ينفق كل دخله مما يعني أن الشرط الأول محقق ، لكن الشرط الثاني ليس ممكن بالنسبة لكل النقاط و الذي مفاده كلما إبتعد منحنى السواء عن نقطة الأصل كلما كان مستوى الإشباع أكبر .

وبما أن النقطتين D و E تنتمي إلى منحنى السواء (C_1) و أن النقطة B تنتمي إلى منحنى السواء (C_2) فإن مستوى الإشباع في (C_2) أكبر من (C_1) ، مما يعني أن النقطة B تمثل توليفة التوازن للمستهلك .

مثال تطبيقي : يخصص المستهلك أحمد ما قيمته 100 (و.ن) لشراء السلعتين xوy ، حيث أن سعرهما على التوالي 5 و4 ، والمطلوب :

1. أكتب معادلة خط الميزانية لهذا المستهلك ، ثم مثله بيانيا ؟

2. أحسب ميل معادلة خط الميزانية ؟

3. إذا قام أحمد بشراء 8 وحدات من السلعة x ، كم عدد الوحدات المشترات من السلعة y ؟

4. إذا رفع من إستهلاكه للسلعة x إلى 10 وحدات ، أحسب المعدل الحدى لإحلال السلعة x محل السلعة y ؟ ماذا تستنتج ؟

الحل النموذجي :

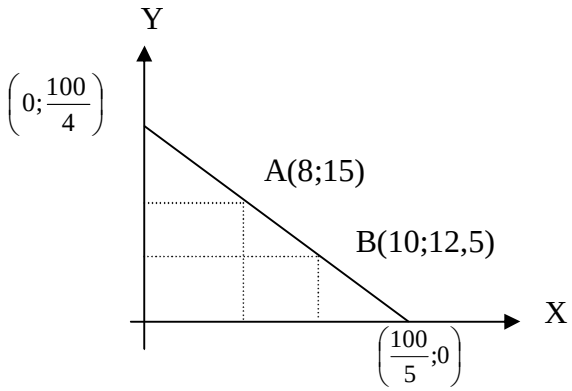
1. معادلة خط الميزانية :

$$R = x_1.P_{x_1} + x_2.P_{x_2} \Rightarrow 100 = 5x + 4y$$

ومنه الإحداثيات المساعدة لتمثيل خط الميزانية :

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} = \frac{100}{4} \Leftrightarrow y = 25$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{R}{P_x} = \frac{100}{5} \Leftrightarrow y = 20$$



2. حساب ميل خط الميزانية : $\alpha = \left(\frac{-P_x}{P_y}\right) \Leftrightarrow \alpha = \left(\frac{-5}{4}\right) \Rightarrow \alpha = 1{,}25$

3. تحديد الكمية المستهلكة من السلعة y عند إستهلاك 8 وحدات من السلعة x :

بتعويض الكمية المستهلكة من السلعة x في معادلة خط الميزانية نحصل على :

$$100 = 5x + 4y \Rightarrow 100 = 5(8) + 4y \Rightarrow y = \frac{60}{4} = 12{,}5$$

ومنه فعند إستهلاك أحمد 8 وحدات من السلعة x ، فإنه سيستهلك 12,5 وحدة من السلعة y وذلك عند إنفاق كامل دخله .

4. حساب المعدل الحدي لإحلال السلعة x محل السلعة y :

$$TMS_{(x,y)} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \Leftrightarrow TMS_{(x,y)} = \left(\frac{12,5-15}{10-8}\right) \Rightarrow TMS_{(x,y)} = 1,25$$

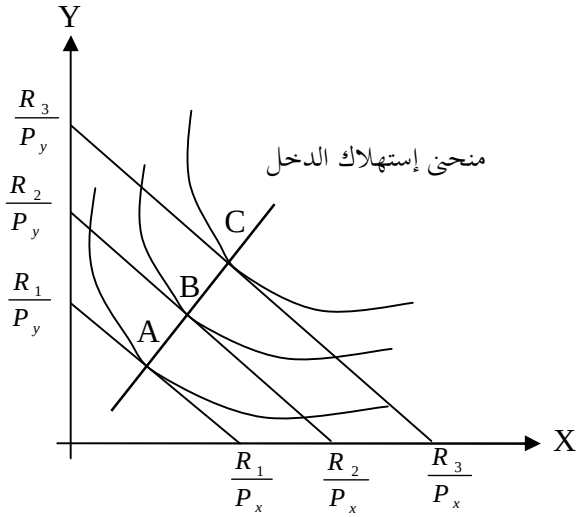
نستنتج أن المستهلك في حالة توازن ، لأن ميل منحنى السواء $(TMS_{(x,y)})$ يعادل ميل خط الميزانية (α).

الخلاصة : يمكن التعبير عن توازن المستهلك وفق نظرية منحنيات السواء بالأساليب التالية :-

1. **إقتصاديا:** يتحقق توازن المستهلك عند يقوم بإنفاق كامل دخله مع حصوله على أقصى مستوى إشباع ممكن
2. **رياضيا:** يتحقق توازن المستهلك عند تعادل ميل خط الميزانية (α) مع ميل منحنى السواء $(\frac{\Delta Y}{\Delta X})$ أي أن $-\frac{P_x}{P_x} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$ هذه العلاقة تمكن من إستنتاج الكميات المطلوبة لكل سلعة ؛
3. **هندسيا:** يتحقق توازن المستهلك عند نقطة المماس بين أعلى منحنى السواء و خط الميزانية و بالتالي تسمح هذه النقطة بتحديد الكميات المطلوبة لكل سلعة .

III–3. دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية : في الواقع لا يكفى دراسة وتحليل لسلوك المستهلك من خلال تحديد التوليفة المثلي التي يتوجب عليه إقتنائها للحصول على أقصى إشباع ممكن في ظل الدخل المخصص للإستهلاك و الأسعار السائدة في السوق ، بل الأهم إعتماد الدراسة على المتغيرات المؤثرة على قرار الإستهلاكي التي تفرضها تغيرات الأسعار أو الدخل أو هما معا .

III–3-1. أثر الدخل: إن تغيير مستوى الدخل المخصص للإستهلاك سيؤدي إلى تغيير التوليفة الإستهلاكية ، ففي حالة زيادة الدخل مثلا مع ثبات باقي المحددات الأخرى يتغير المستهلك من مستوى إشباع إلى مستوى إشباعأعلى الذي يترجمه زيادة إستهلاك السلع أو الخدمات و العكس في حالة الإنخفاض ، و الشكل رقم (20) يوضح أثر الزيادة في الدخل المخصص للإستهلاك مع فرض ثبات العوامل المؤثرة الأخرى .

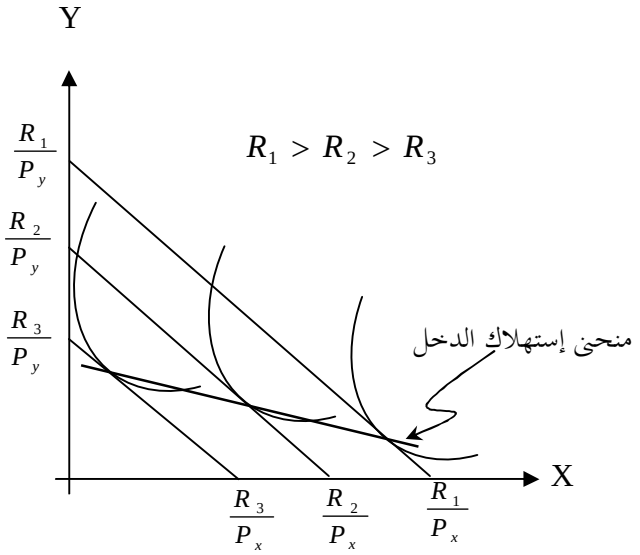


الشكل رقم (20)

نلاحظ أن المستهلك ينتقل من وضعية توازنية إلى وضعية أعلى كلما زاد مستوى الدخل المخصص مما يعنى سحب خط الميزانية نحو اليمين بسبب الزيادة في الدخل مع ثبات الأسعار ، وبالتالي نستنتج أن العلاقة طردية بين تغير مستوى الدخل و التغيرات الناتجة عنه في مستويات الإستهلاك ، كما أن الربط بين مختلف نقاط التوازن المحصلة تسمح بتحديد منحنى يدعى **منحنى إستهلاك الدخل** الذي يمثل المحل الهندسي لمجموعة نقاط التوازن الناتجة عن تغير الدخل مع ثبات الأسعار .

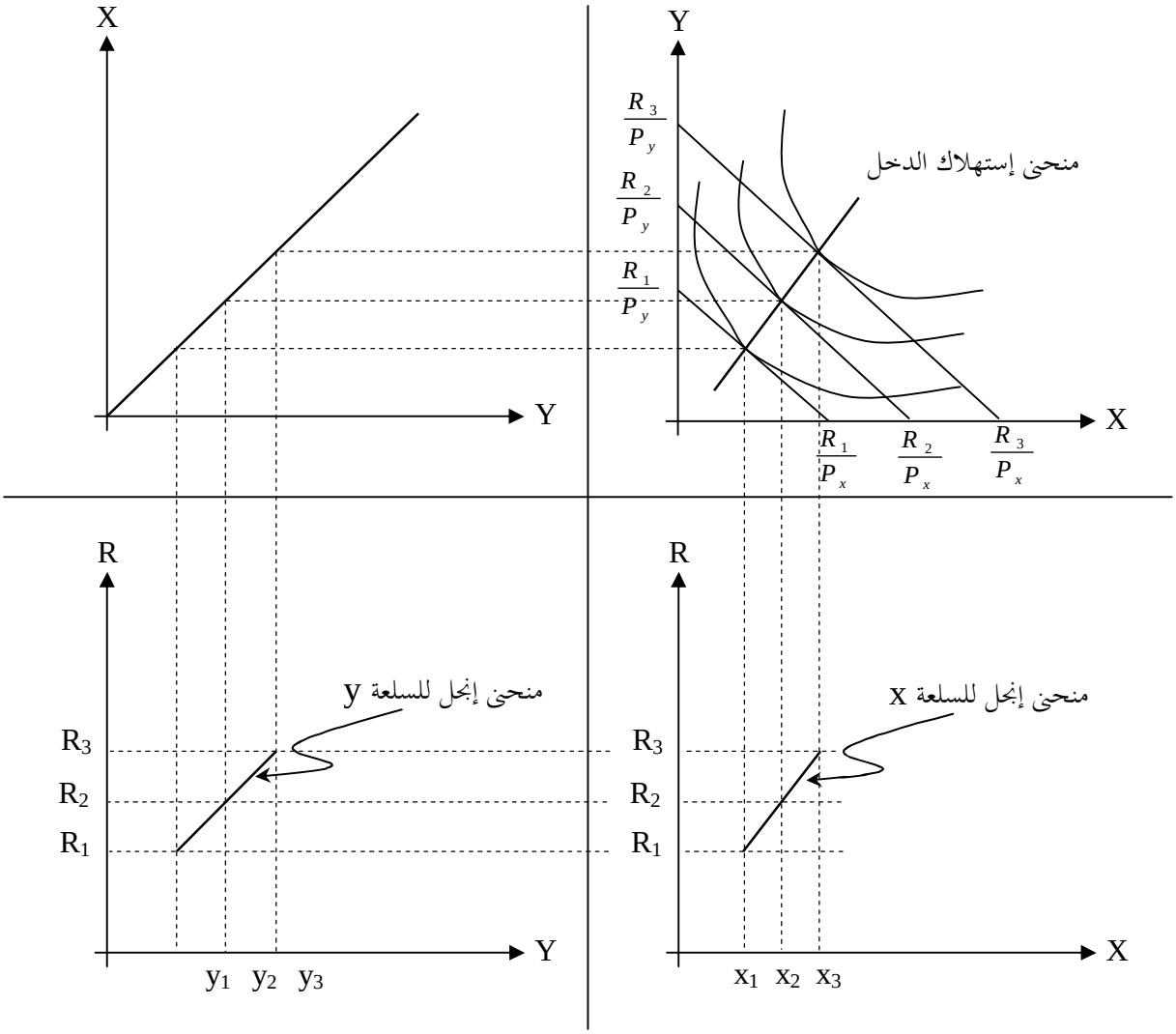
كما يسمح منحنى إستهلاك الدخل بإشتقاق منحنى يمكن من الربط بين الكميات المستهلكة من أحدى السلع و التغير الذي يحدث على مستوى الدخل و الذي يدعى بمنحنى إنجل "Engel"و الشكل رقم ( ) يوضح ذلك .

ملاحظة : يمكن أن تكون العلاقة بين الدخل و السلع أو الخدمات الإستهلاك علاقة عكسية إذا كانت إحدى السلع أقل أهمية أي سلع دنيا أو رديئة مما يعنى أن المستهلك في حالة إنخفاض الدخل سوف يزيد من إستهلاك السلعة الدنية على حساب السلع الأخرى أي تحل السلع الدنيا محل السلعة الجيدة في حالة إنكماش الدخل المخصص للإستهلاك و الشكل المقابل يوضح هذه الحالة على إفتراض أن السلعة x تمثل سلعة دنيا و y سلعة عادية .



الشكل رقم (21)

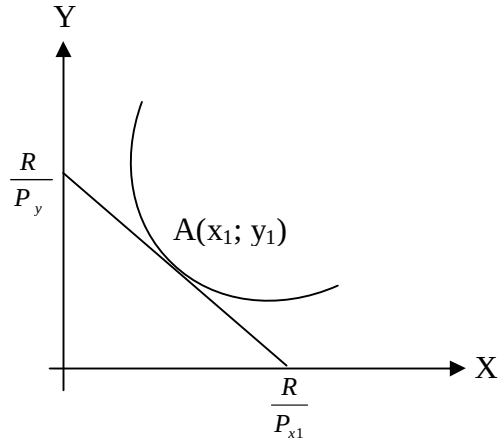
إشتقاق منحنى إنجل للسلعتين x وy



العلاقة التي يأخذها منحنى إنجل هي تلك التي يأخذها منحنى إستهلاك الدخل ، بمعنى يعكس العلاقة الطردية بين التغير في الدخل و التغير في الإستهلاك ، وقد تكون العلاقة عكسية في حالة ما إذا كانت السلعة رديئة أو دنيا ، إذ أن الزيادة في دخل المستهلك ستدفعه إلى تقليص إستهلاكه من السلعة الرديئة و التوجه إلى السلعة العادية مما يفرض علاقة عكسية بين السلعة الدنيا و الدخل .

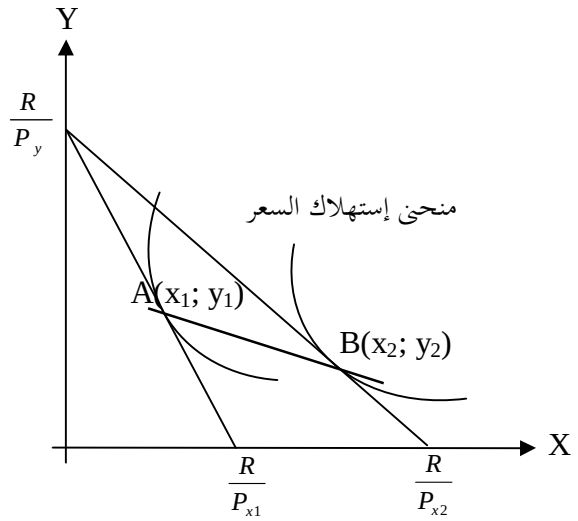
III–2-3. أثر السعر: يتأثر إستهلاك سلعة ما بتغير سعرها رغم ثبات العوامل الأخرى الأمر الذي سيؤثر مباشرة على القدرة الشرائية للمستهلك ، بمعنى سيجعله يغير إستهلاكه بالطريقة التي تمكنه من البحث عن أقصى إشباع ممكن وفق هذا التغير الجديد ، وبالتالي يمكننا تحليل سلوك المستهلك من خلال تحديد الطلب على السلع الإستهلاكية ، ولتوضيح ذلك سنقوم بتحليل الحالة التالية :

إنطلاقا من وضعية توازنية معينة ($R_1 \Rightarrow [x_1; y_1]$) وذلك كما يوضحها الشكل رقم (23) .



الشكل رقم (23)

فإذا إفترضنا مثلا أن سعر إحدى السلعتين وليكن P_X قد تغير نحو الإنخفاض ($P_{x1} > P_{x2}$) فإن ذلك سيؤثر على الدخل الحقيقي للمستهلك وبالتالي على كميات السلع المستهلكة ، أي أن المستهلك سينتقل إلى مستوى إشباع أخر أعلى من المستوى الذي كان عليه الذي يفسر هندسيا إنتقال منحنى السواء نحو اليمين وعلى خط ميزانية جديد ($\frac{R}{P_{x2}}$) مما يعني أنه يتيح للمستهلك فرصة الحصول على توليفة إستهلاكية أكبر مما كان عليها سابقا قبل إنخفاض سعر السلعة X مع ثبات أسعار السلع الأخرى و الدخل المخصص للإستهلاك ، و الشكل رقم (24) يوضح ذلك.

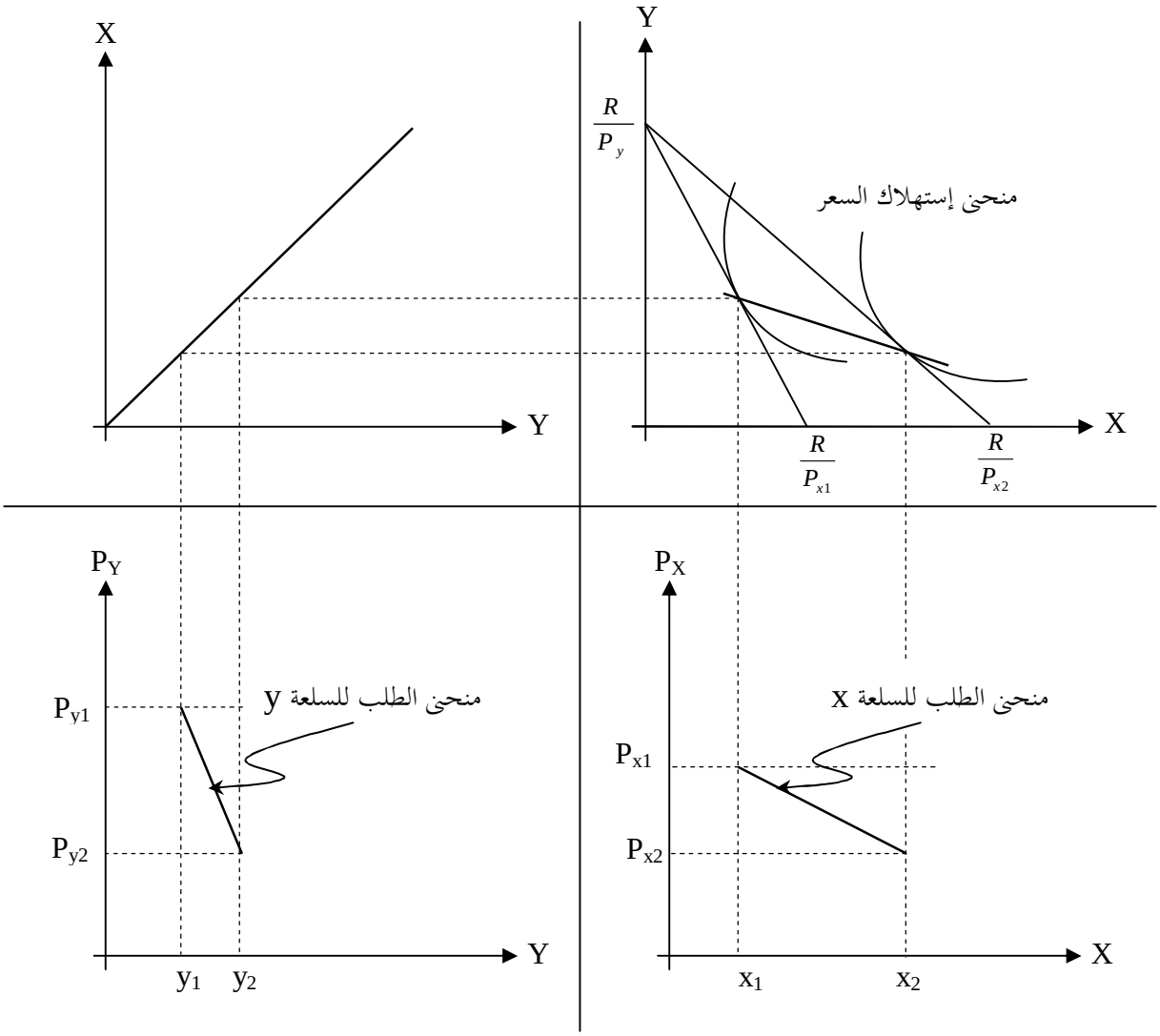


الشكل رقم (24)

نلاحظ من الشكل أعلاه أنه عند الوصل بين النقاط التوازنية (A ; B) التي تم الحصول عليها عند التغير في سعر السلعة P_X مع ثبات سعر السلعة الأخرى و الدخل النقدي تسمح بالحصول على منحنى يطلق عليه منحنى إستهلاك السعر ، حيث يمثل الكميات من السلع و الخدمات التي يستهلكها المستهلك عند التغير في سعر إحدى السلع مع ثبات العوامل الأخرى .

كما يسمح منحنى إستهلاك السعر بإشتقاق منحنى الطلب الذي يمثل العلاقة بين سعر سلعة ما و الكمية المطلوبة منها وذلك كالآتي :

إشتقاق منحنى الطلب للسلعتين x وy



ملاحظات :

- ميل منحنى إستهلاك السعر يكون سالب في حالة إنخفاض سعر السلع مع ثبات باقي العوامل ، كما يمكن أن يكون موجب في حالة زيادة سعر السلعة ؛
- بالنسبة لمنحنى طلب السلعة يكون بميل سالب ذلك أن العلاقة بين الكمية المطلوبة و أسعارها تكون علاقة عكسية ، وهذا ما يطلق عليه **قانون الطلب** الذي مفاده كل تغير في سعر السلعة معينة سيؤدي إلى التغير في الإتجاه المعاكس في الكمية المطلوبة منها لكن لهذا القانون إستثناءات تجعله ذو علاقة طردية مثل : السلع الضرورية التي لا يمكن الإستغناء عنها ولا توجد سلع بديلة لها وخاصة لأصحاب الدخول الضعيفة ، حيث كلما زاد سعر هذه السلع كلما إنخفض الدخل الحقيقي للمستهلك المعبر عنه بقدرته الشرائية ، الأمر الذي سينعكس على تقليص إستهلاكه من السلع الكمالية وتحويله إلى زيادة إستهلاك السلع الضرورية رغم

إرتفاع سعرها ، وهذا النوع من السلع يسمى بسلع جيفن كون التغير في الطلب عليها طرديا مع تغير السعر .

- يستثنى القانون توقع المستهلكين نقصا في عرض سلعة معينة لفترة مقبلة فإنهم سيقبلون على الطلب عليها مع زيادة سعرها (أزمة البطاطة سنة 2010 ، أزمة السكر سنة 2012) ، وعلى نقيض ذلك في حالة توقع المستهلكين إنخفاضا مستمر في سعر إحدى السلع فسيحجبون عن إستهلاكهم الحالي في إنتظار التخفيضات المتوقعة (كسوق الأسهم) .

III-3-3. أثر الإحلال: عندما يتغير سعر أحدى السلع مما يعنى أن الدخل الحقيقي[1] للمستهلك سيتغير في الإتجاه المعاكس الأمر الذي سيدفع بالمستهلك إلى البحث عن التوليفة التي تجعله يحافظ على نفس المستوى من الإشباع ($\Delta UT = 0$) أي أنه سيعتمد على فكرة الإحلال (الإستبدال) بين السلعتين حيث غالبا ما يستبدل السلعة التي إرتفع سعرها بتلك التي ظلت أسعارها منخفضة نسبيا وهذا ما يطلق عليه الإقتصاديين أثر الإحلال .

ونظرا لوجود تداخل بين أثر الإحلال الذي يشير إلى التغير في الكميات المستهلكة مع إفتراض ثبات الدخل الحقيقي للمستهلك ، وبين أثر الدخل الذي يشير إلى التغير في الكميات المستهلكة الناتجة عن التغير في الدخل الحقيقي ، سوف نعتمد على طريقة "Slutsky" من المنظور الرياضي ، هذا وتفيد المعادلة في ترتيب السلع حسب طبيعتها الإقتصادية ، حيث أن صيغتها تكتب كمايلي :

$$EP = ER + ED$$

أثر السعر =أثر الدخل +أثر الإحلال

- أثر الدخل (ER) : إذا فرضنا ثبات أسعار السلع ($\Delta P_x = \Delta P_y = 0$) فإنه يمكننا إستنتاج معدل تغير إحدى السلعتين بالنسبة للتغير في الدخل وذلك بالإعتماد على الصيغة الأتية :

$$ER_x = \frac{\partial X}{\partial R}\left(- X^*\right)$$

حيث أن_ X^* : تمثل كمية التوازن قبل التغير في الدخل ؛

$\frac{\partial X}{\partial R}$: تمثل مشتقة دالة الطلب على السلعة X بالنسبة للدخل ؛

ER_x : أثر تغير الدخل بالنسبة للسلعة X .

[1] **الدخل الحقيقي** يعنى الفائض النقدي المخصص للإستهلاك ، بحيث يزيد كلما إنخفضت أسعار السلع و الخدمات أو بزيادة الدخل النقدي وينخفض عند إرتفاع أسعار السلع والخدمات أو بإنخفاض الدخل النقدي المخصص للإستهلاك (الدخل الحقيقي =الدخل النقدي +Δ الأسعار).

- أثر السعر (EP) : إذا فرضنا ثبات الدخل مع أسعار السلع الأخرى $(\Delta R = \Delta P_y = 0)$ فإنه يمكننا إستنتاج معدل تغير كمية السلعة x بالنسبة لتغير سعرها ، وذلك بالإعتماد على الصيغة الأتية :

$$EP_x = \frac{\partial X}{\partial P_x}$$

حيث أن_ $\frac{\partial X}{\partial P_x}$: تمثل مشتقة دالة الطلب على السلعة x بالنسبة لسعرها ؛

EP_x : أثر التغير في سعر السلعة x .

- أثر الإحلال (ED) : إذا فرضنا أنه إقترن تغير في السعر بتغير في الدخل بمقدار يعوض أثر التغير في السعر بحيث يظل المستهلك محافظا على نفس مستوى الإشباع $(\Delta UT = 0)$:-

أثر الإحلال = أثر السعر - أثر الدخل

$$ED = EP - ER \Leftrightarrow ED = \frac{\partial X}{\partial P_x} - \left[\frac{\partial X}{\partial R}\left(- X^{*}\right)\right]$$

مثال تطبيقي : لتكن لدينا دالة المنفعة التي تعبر عن مقدار الإشباع الذي يمكن تحقيقه عند إستهلاك السلعتين x وy وذلك وفق للصيغة الدالية التالية : $UT = x.y$

بينما سعر السلعين السائد في السوق تقدر بـــ 2 و5 على التوالي ، أما الدخل النقدي المخصص لإقتناء هذين السلعتين فقدر بـــ100 و.ن ، والمطلوب الإجابة على الأسئلة التالية :

1. إيجاد معادلة إستهلاك الدخل ؟
2. إيجاد دالة الطلب على السلعتين x وy ؟
3. بفرض أن سعر السلعة x هو الذي تغير ، فما هو معدل هذا التغير ؟
4. بفرض أن الدخل تغير مع ثبات الأسعار ، فما هو معدل تغير السلعة x بالنسبة للدخل ؟
5. إذا تغير الدخل الحقيقي وسعر السلعة x معا، فما هو أثر إحلال السلعتين حتى يحافظ المستهلك على نفس مستوى الإشباع ؟
6. ما هي طبيعة السلعة x ؟

الحل النموذجي :

1. إيجاد معادلة إستهلاك الدخل : يتم كتابة معادلة استهلاك الدخل إنطلاقا من شرط التوازن وذلك كالآتي

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_Y}{P_y}$$

للحصول على المنفعة الحدية نقوم بإشتقاق دالة المنفعة بالنسبة للسلعة المعنية بالتقدير ، وعليه نحصل على الأتي :

$$UM_x = \frac{\partial UT}{\partial x} \Rightarrow UM_x = y \quad ; \quad UM_y = \frac{\partial UT}{\partial y} \Rightarrow UM_y = x$$

يتحقق توازن المستهلك بتعادل نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_Y}{P_y} \Rightarrow \frac{y}{P_x} = \frac{x}{P_y} \Rightarrow y.P_y = x.P_x \Rightarrow y = \frac{x.P_x}{P_y}$$

ومنه فإن معادلة إستهلاك الدخل تتمثل في : $y = \frac{x.P_x}{P_y}$ أو $x = \frac{y.P_y}{P_x}$

2. إيجاد دالة الطلب على السلعتين x وy :

- دالة الطلب للسلعة x : بتعويض دالة الإستهلاك الدخل للسلعة y في قيد الميزانية نجد :-

$$\begin{cases} R = x.P_x + y.P_y \\ y = \dfrac{x.P_x}{P_y} \end{cases}$$

$$R = x.P_x + \left(\frac{x.P_x}{P_y}\right).P_y \Rightarrow x = \frac{R}{2P_x}$$

- دالة الطلب للسلعة y : هنا طريقين إما تعويض دالة الطلب للسلعة x في معادلة إستهلاك الدخل ، أو من خلال تعويض معادلة إستهلاك الدخل بدلالة السلعة x في قيد الميزانية وذلك كالآتي :-

$$R = \left(\frac{y.P_y}{P_x}\right).P_x + y.P_y \Rightarrow y = \frac{R}{2P_y}$$

3. تقدير معدل تغير السلعة x بالنسبة لتغير سعرها : عن طريق حساب أثر السعر نحصل على مقدار التغير وذلك بتطبيق العلاقة .

$$EP_x = \frac{\partial X}{\partial P_x} \Rightarrow EP_x = \left(\frac{R}{2P_x}\right)' \Rightarrow EP_x = \frac{-R}{4(P_x)^2}$$

وبتعريض سعر السلعة x و الدخل المخصص نحصل على :

$$EP_x = \frac{(-100)}{4(2)^2} \Rightarrow EP_x = (-6{,}25)$$

ومنه فإنه عند إرتفاع سعر السلعة X بوحدة واحدة فإن الكمية من هذه السلعة ستنخفض بمقدار 6,25 وحدة ، وذلك في ظل ثبات العوامل الأخرى .

4. تقدير معدل تغير السلعة X بالنسبة لتغير الدخل : نقوم بتطبيق علاقة تقدير أثر الدخل فنحصل على :

$$ER_x = \frac{\partial X}{\partial R}\left(-X^*\right) \Rightarrow ER_x = \left(\frac{R}{2P_x}\right)'(-25) \Rightarrow ER_x = \frac{-25}{2P_x}$$

وبتعريض سعر السلعة X في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$EP_x = \frac{(-25)}{2(2)} \Rightarrow EP_x = (-6{,}25)$$

وعليه فإنه عند إرتفاع الدخل بوحدة واحدة فإن الكمية من هذه السلعة ستنخفض بمقدار 6,25 وحدة ، وذلك في ظل ثبات أسعار السلع .

5. عند تغير السعر و الدخل في أن واحد : بما أن مقدار التغير في كمية السلعة X عند التغير في سعرها بوحدة نقدية واحدة ، هو نفس مقدار التغير إذا تغير الدخل في ظل ثبات الأسعار ، فإن أثر الإحلال سيكون معدوم ، وللتأكد من ذلك نطبق علاقة تقدير أثر الإحلال كما يلي :

$$ED_x = EP_x - ER_x \Rightarrow ED_x = (-6{,}25) - (-6{,}25) \Rightarrow ED_x = 0$$

تفسر هذه القيمة بأن الإرتفاع في سعر السلعة X أدى إلى إنخفاض الدخل الحقيقي للمستهلك ، ومن ثم فإنه عند زيادة الدخل النقدي بنفس المقدار سيؤدى إلى تعويض هذا الفارق لذلك لم يتغير مستوى الإشباع .

6. تحديد طبيعة السلعة X : يتم تحديد طبيعة السلعة من خلال مقارنة النتائج مع الجدول المبين أدناه

	$\frac{\partial X}{\partial R} < 0$	$\frac{\partial X}{\partial R} > 0$
$\frac{\partial X}{\partial P_x} < 0$	طبيعة السلعة X دنيا	طبيعة السلعة X عادية
$\frac{\partial X}{\partial P_x} > 0$	السلعة X ذات خصوصية السلعة جيفن	السلعة X من السلع الرفاهية

بمقارنة النتائج و المتمثلة في $\left[\frac{\partial X}{\partial P_x} = \frac{-R}{(2P_x)^2}\right]$ و $\left[\frac{\partial X}{\partial R} = \frac{1}{2P_x}\right]$ مع الجدول المعياري ، فأن طبيعة السلعة X هي سلعة عادية .

IV- تمارين محلولة لنظرية المنفعة الترتيبية

IV-1. صيغة التمارين

التمرين الأول : تشكل المعطيات التالية توليفات مختلفة لإستهلاك السلعتين Q_x، Q_y كما يلي :

الحالة الأولى		الحالة الثانية		الحالة الثالثة		الحالة الرابعة	
Q_x	Q_y	Q_x	Q_y	Q_x	Q_y	Q_x	Q_y
3	12	1	13	7	12	5	12
4	8	3	6	8	9	5,5	9
5	6,3	4	4,5	9	7	6	8,25
6	5	5	3,5	10	6,3	7	7,5
7	4,4	6	3	11	5,7	8	6
8	4	7	2,7	12	5,3	9	5,4

1- ما المقصود بمنحنيات السواء ، و ما هي خصائص التي تتميز بها ؟

2- مثل الحالات المبينة في الجدول على نفس المعلم ؟ رتب هذه الحالات حسب مستوى الإشباع ؟

3- أحسب معدل الحدي لإحلال السلعة Q_y محل السلعة Q_x $(TMS_{x\,y})$ ؟

التمرين الثاني : يعتمد أحد المستهلك على إشباع حاجة معينة من خلال إستهلكه للسلعتين x ، y حيث يقدر سعر السلعة X بـــ 18 وحدة نقدية بينما سعر السلعة Y بـــ 12 .

1- إذا علمت أن معادلة مستوى الإشباع الذي يرغب في الحصول عليه (منحنى السواء) تكتـــب $y = 6/x$ بالشكل التالي ، فحدد التوليفة الإستهلاكية التي تحقق له ذلك ؟

2- أحسب الدخل الذي يجب تخصيصه للإستهلاك ؟

3- تحقق من نقطة توازن المستهلك بيانيا ؟

التمرين الثالث : إنطلاقا من بيانات جدول التمرين الأول ، وبفرض أن الدخل المخصص لإستهلاك السلعتين x ، y يقدر بـــ 64 (ون) كما أن سعر السلعتين السائد في السوق على التوالي 8 ، 4 .

8- أكتب معادلة خط الميزانية ثم مثلها ؟

9- أحسب ميل خط الميزانية ؟

10- حدد التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك رياضيا ؟ ماذا تلاحظ ؟

11- فرض التغير في الدخل المخصص للإستهلاك إلى 81(ون)

- أوجد توليفة توازن المستهلك ؟
- أرسم منحنى إستهلاك الدخل ؟ ثم قم بإشتقاق منحنى إنجل لسلعتين x وy ؟

12- بفرض أن سعر السلعة x إنخفض إلى النصف ، فما هي التوليفة المثلى في هذه الحالة ؟

- أرسم منحنى إستهلاك السعر ؟
- إشتق منحنى الطلب على السلعة x ؟

التمرين الرابع : يمكن تقدير دالة المنفعة الكلية ومعادلة قيد الميزانية بالصيغة الرياضية التالية :

$$\begin{cases} UT_{(xy)} = x(y+2) \\ 32 = 2x + 4y \end{cases}$$

10- أوجد الكميتين x و y اللتين تحقق أقصى إشباع ممكن ؟

11- أحسب المعدل الحدي للإحلال السلعة x محل السلعة y ($TMS_{x\ y}$) عند هذا الإشباع ؟ قدم التفسير الإقتصادي لهذه النتيجة ؟

12- لنفرض أن سعري السلعتين تغير و أصبحا Py=8 ; Px=4، أحسب مقدر الدخل الذي يجب أن ينفقه المستهلك للحصول على نفس مستوى الإشباع السابق ؟

13- تقدير دوال الطلب للسلعتين ؟

14- بفرض تبات السعرين لكن الدخل يأخد على التوالي القيم التالية 12 ، 20 و32 و المطلوب :

- تمثيل منحنى إستهلاك الدخل ؟
- إشتقاق منحنى إنجل للسلعة X ؟

15- بفرض تبات الدخل R=32 وسعر السلعة Py=4 ، لكن سعر السلعة x يتغير ويأخذ القيم التالية على التوالي 2 ،4 و8 .

- تمثيل منحنى إستهلاك السعر ؟
- إشتقاق منحنى الطلب على السلعة x ؟

التمرين الخامس : لدينا دالة الإشباع من الشكل :

$$S = 2x + xy + y + 2$$

- بينما معادلة قيد الميزانية هي : $y = \frac{51}{5} - \frac{2}{5}x$

1- أوجد دوال الطلب على السلعتين ؟ ماهي طبيعة العلاقة بينهما ؟

2- بفرض إرتفاع الدخل و سعر السلعتين بنفس النسبة و التي تقدر بـــ 50% ،هل تتغير الكميات المطلوبة من السلعيتن ؟ بين ذلك؟

3- نفرض أن سعر السلعة x إرتفع إلى 5 مع ثبات العوامل الأخرى :

- ما هو أثر ذلك على الكميات المطلوبة ؟
- ماهي طبيعة السلعة x ؟

IV-2. الحلول النموذجية للتمارين

التمرين الأول :

1- الإجابة على السؤال المفاهيمي :

أولا_ المقصود بمنحنى السواء : ويدعى أيضا منحنى الإشباع المتماثل ، حيث يمثل المحل الهندسي لمجموعة مختلفة من التوليفات السلعية التي تمكن المستهلك من الحصول على نفس الإشباع .

ثانيا_الخصائص التي يتميز بها منحنى السواء : لمحنيات السواء مجموعة من الخصائص أهمها :-

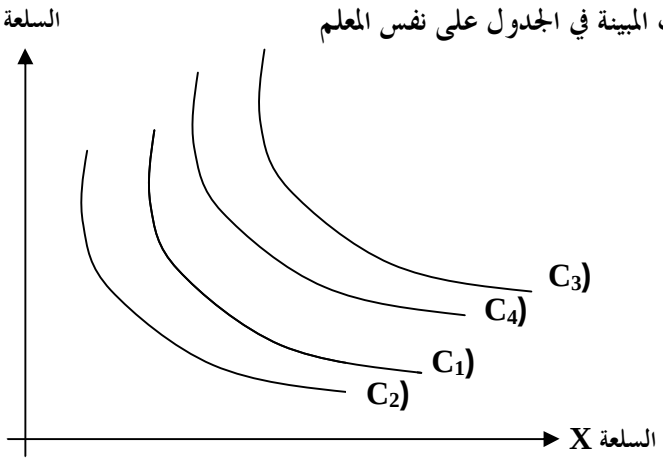
- منحنيات السواء لا تتقاطع ؛

- ميل منحنى السواء سالب $\left(\alpha = -\frac{P_x}{P_y}\right)$ ؛

- منحنى السواء محدب نحو مركز الإحداثيات وبالتالي فهو مقعر من الأعلى ؛

- كلما إبتعدنا عن نقطة الأصل كلما زاد مستوى الإشباع .

2- التمثيل البياني للحالات المبينة في الجدول على نفس المعلم



- **ترتيب مستوى الإشباع الأربعة تصاعديا :** بما أن خرائط السواء تتميز بأنها كلما إبتعدت عن مركز الإحداثيات كلما عبر منحنى السواء عن مستوى إشباع أعلى، وبالتالي فبالنظر إلى خرائط السواء رباعية المستوى نستنتج الترتيب التصاعدي كالآتي:

$$(C_3) > (C_4) > (C_1) > (C_2)$$

3- حساب المعدل الحدي لإحلال السلعة Q_X محل السلعة Q_y $(TMS_{x\,y})$: يمثل المعدل الحدي لإحلال السلعة X محل السلعة Y عن عدد الوحدات من السلعة y التي يتوجب التخلي أو التنازل عنها مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة x لكي يحافظ المستهلك على نفس مستوى الإشباع ، بمعنى البقاء على نفس منحنى السواء ، وفيما يلي نقوم بحساب هذا المعدل بالنسبة لكل توليفة .

- **التوليفة الأولى** من كل حالة تبقى مجهولة على إعتبار أن التوليفة التي تسبقها غير محددة ؛

- التوليفة الثانية من الحالة الأولى : بتطبيق علاقة حساب المعدل الحدي لإحلال السلعة Q_X محل السلعة Q_Y نحصل على الأتي :-

$$TMS_{(x,y)} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \mapsto TMS_{(x,y)} = \frac{(Y_B - Y_A)}{(X_B - X_A)} \Rightarrow TMS_{(x,y)} = \left(\frac{8-12}{4-3}\right) \Leftrightarrow TMS_{(x,y)} = -4$$

وهذا يفسر على أنه لإستبدال وحدة واحدة من السلعة X يتطلب التخلي على أربع وحدات من السلعة Y.

وبتطبيق العلاقة مع باقي التوليفات و بالنسبة للحالات الأربع نحصل على النتائج المبينة في الجدول الموالي :

رقم التوليفة	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة
1	-	-	-	-
2	4 -	3,5 -	3 -	6 -
3	1,7 -	1,5 -	**2 -**	1,5 -
4	1,3 -	1 -	0,7 -	0,75 -
5	0,6 -	0,5 -	0,6 -	1,5 -
6	0,4 -	0,3 -	0,4 -	0,6 -

ونشير إلى أن : $TMS_{(x,y)} \neq TMS_{(y,x)}$

التمرين الثاني : يعتمد أحد المستهلك على إشباع حاجة معينة من خلال إستهلكه للسلعتين x ، y ، حيث أن سعر السلعة X هو 18 (و.ن) بينما سعر السلعة Y يقدر بـــ 12 و.ن .

1- تحديد التوليفة الإستهلاكية التي تحقق التوازن : لدينا دالة منحنى السواء الذي تنتمي إليه التوليفة التي تحقق التوازن و التي تأخذ الصورة التالية : $y = 6/x$

يتحقق توازن المستهلك عند الإعتماد على نظرية المنفعة الترتيبية بتعادل ميل منحنى السواء مع ميل خط (قيد) الميزانية .

- **ميل خط الميزانية :**

$$\alpha = \left(\frac{-P_x}{P_y}\right) \mapsto \alpha = \left(\frac{-18}{12}\right) \Rightarrow \alpha = \left(\frac{-3}{2}\right)$$

- **ميل منحنى السواء :**

$$TMS_{(x,y)} = \frac{\partial Y}{\partial X} \mapsto TMS_{(x,y)} = \left(\frac{-6}{x^2}\right)$$

وعليه يتحقق التوازن عند تساوي الميلين كمايلي :

$$\left(\frac{-P_x}{P_y}\right) = \left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right) \mapsto \left(\frac{-3}{2}\right) = \left(\frac{-6}{x^2}\right) \Rightarrow x^2 = \frac{6(-2)}{-3} \Leftrightarrow x^2 = 2$$

وبتعويض عدد وحدات السلعة X في دالة منحنى السواء نحصل على عدد الوحدات الواجب إستهلاكها من السلعة Y .

$$y = 6/2 \Leftrightarrow y = 3$$

ومنه فالتوليفة التي تحقق توازن المستهلك تتمثل في وحدتين من السلعة X وثلاثة وحدات من السلعة Y .

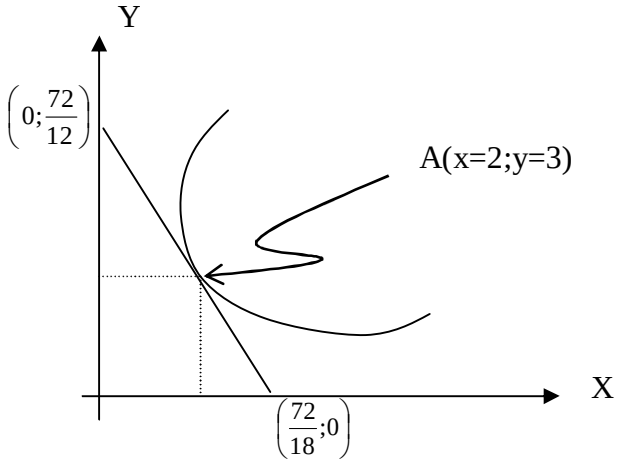
2- مقدار الدخل الواجب تخصيصه لتوليفة التوازن : بتعويض الأسعار السائدة في السوق بالنسبة للسلعتين وتوليفة التوازن في معادلة قيد الميزانية نحصل على :

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto R = 2(18) + 3(12) \Rightarrow R = 72$$

ومنه فالدخل الذي يجب على هذا المستهلك تخصيصه حتى يحقق التوازن يقدر بـــ 72 وحدة نقدية .

3- التحقق من توازن المستهلك بيانيا : يتحقق التوازن عند نقطة تماس منحنى السواء بخط الميزانية ، لذلك سيتم تمثيل كل من خط الميزانية و منحنى السواء على معلم متعامد ومتجانس .

إحداثيات مساعدة لرسم خط الميزانية	إحداثيات مساعدة لرسم منحنى السواء
$x = 0 \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} = \frac{72}{12} \Leftrightarrow y = 6$ $y = 0 \Rightarrow x = \frac{R}{P_x} = \frac{72}{18} \Leftrightarrow x = 4$	$x = 1 \Rightarrow y = \frac{6}{1} = 6$; $x = 2 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3$ $x = 3 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$; $x = 4 \Rightarrow y = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$



نلاحظ الشكل البياني أن التوليفة التي يتحقق عندها تماس خط الميزانية مع منحنى السواء عند وحدتين من السلعة X وثلاث وحدات من السلعة Y .

التمرين الثالث : إنطلاقا من بيانات جدول التمرين الأول ، وبفرض أن الدخل المخصص لإستهلاك السلعتين x ، y يقدر بـــ 64 (ون) كما أن سعر السلعتين السائد في السوق على التوالي 8 ، 4 .

1- كتابة معادلة خط الميزانية : تمثل معادلة قيد الميزانية التعبير الدالي لأحد السلعتين بدلالة مساهمة السلعة الأخرى عند التغير بوحدة واحدة مع الأخذ بمقدار الدخل إلى سعرها ، وبالتالي يعبر عنها بالصورة التالية :-

$$Y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}.X \mapsto Y = \frac{64}{4} - \frac{8}{4}.X$$

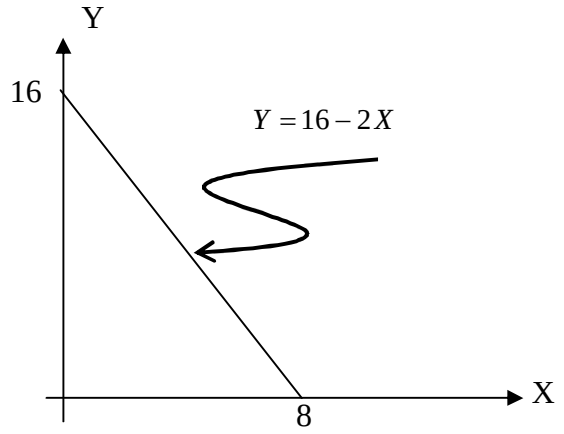
ومنه فإن معادلة قيد الميزانية تكتب كالآتي :

$$Y = 16 - 2X$$

- **تمثيل خط الميزانية :** لتمثيل خط الميزانية سنفترض أن المستهلك ينفق كامل دخله على سلعة واحدة فقط ، وذلك بالنسبة لكل حالة وبعدد السلعة المكونة للتوليفة الإستهلاكية .

$$x=0 \Rightarrow y=\frac{R}{P_y}=\frac{64}{4} \Leftrightarrow y=16$$

$$y=0 \Rightarrow x=\frac{R}{P_x}=\frac{64}{8} \Leftrightarrow x=8$$



- **ميل خط الميزانية :** يتم تقدير الميل بتعويض سعر السلعتين بالعلاقة الأتية :-

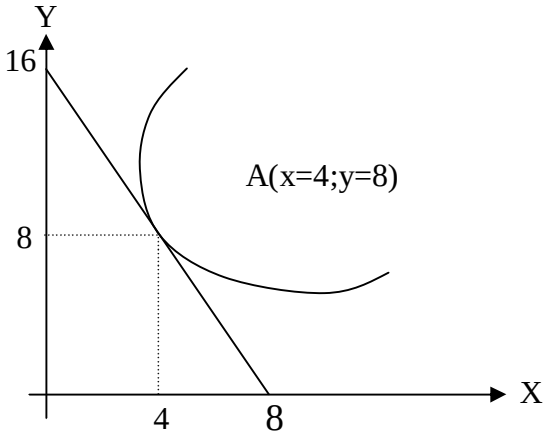
$$\alpha=\left(\frac{-P_x}{P_y}\right)\mapsto \alpha=\left(\frac{-8}{4}\right)\Rightarrow \alpha=-2$$

2- تحديد التوليفة المثلى التي تحقق توازن المستهلك رياضيا : التوليفة المثلى هي التي يتحقق عندها التعادل بين ميلي خط الميزانية مع منحنى السواء .

$$\alpha=TMS_{x;y}\mapsto(-2)=TMS_{x;y}$$

بالرجوع إلى الجدول الذي يظهر معدلات إحلال السلعة X محل السلعة Y ، نلاحظ أن التوليفة التي يتحقق عندها شرط التوازن يتمثل في التوليفة الثالثة من الحالة الثالثة ، أي عند إستهلاك 9 وحدات من السلعة X و 7 وحدات من السلعة Y .

- **ملاحظة :** عند تحقق الشرط الرياضي $(\alpha=TMS_{x;y})$ ، فإنه ليس بالضرورة أن نقول عن المستهلك بأنه في وضعية توازنية والسبب أنه من خصائص ميل منحنى السواء إنخفاضه كلما كانت التوليفة تتواجد في الجانب السفلي و العكس ند الإنتقال بالتوليفة نحو الأعلى ، ومن ثم فإن التوليفة التي تحقق التوازن لهذا المستهلك تقع على المنحنى رقم () وذلك عند التوليفة السلعية ك 4 وحدات من السلعة X و 8 وحدات من السلعة Y ، والشكل الموالي يوضح ذلك .



3- عند التغير في الدخل المخصص للإستهلاك إلى 81 : وفقا لهذا التغير في الدخل مع إفتراض ثبات أسعار السلع و العوامـــل الأخرى المؤثرة على توازن المستهلك فإن قيد الميزانية تكتب كالآتي :

$$Y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}.X \mapsto Y = \frac{81}{4} - \frac{8}{4}.X$$

أي أن معادلة قيد الميزانية تكون كالآتي : $y = \frac{81}{4} - 2.x$

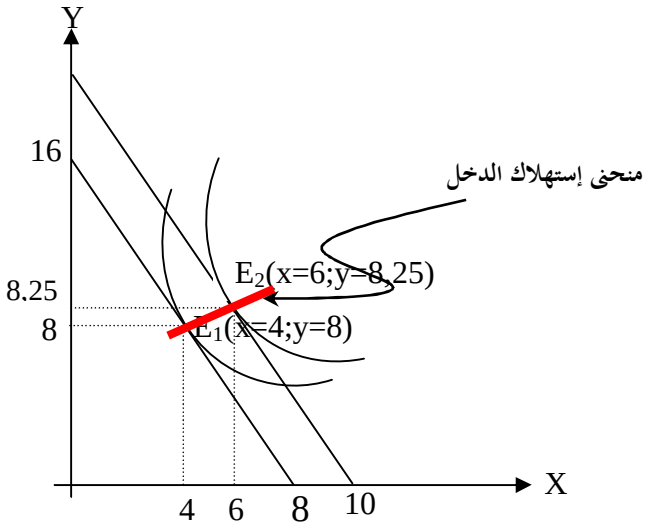
3-1- تحديد توليفة توازن المستهلك وفق الوضعية الجديدة: بتمثيل خط الميزانية الجديدة ، وذلك بتحديد نقطتي تقاطعه مع محور الفواصل و كذلك مع محور التراتيب وذلك كما يلي :

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} = \frac{81}{4} \Leftrightarrow y = 20,25$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{R}{P_x} = \frac{81}{8} \Leftrightarrow x = 10,125$$

بالرجوع إلى التمثيلات البيانية للوضعيات الإستهلاكية الأربع لهذا المستهلك ، نلاحظ أن خط الميزانية الجديد يمس منحنى سواء الوضعية الرابعة (C_4) في التوليفة (E_2) ، ومن ثم فإن المستهلك يحقق التوازن عند 6 وحدات من السلعة X و 8,25 وحـــدات من السلعة Y .

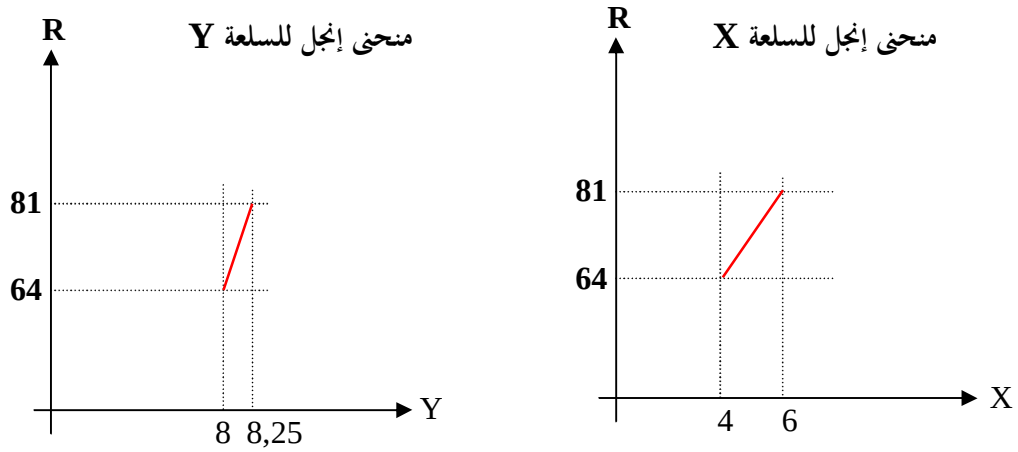
3-2- رسم منحنى إستهلاك الدخل : يتمثل منحنى إستهلاك الدخل التمثيل البياني لمجموعة توليفات التوازن الناتجة عن التغير الدخل المخصص للإستهلاك زيادة أو نقصان مع إفتراض ثبات الأسعار السائدة في السوق للسلع المستهلكة ، ومنه فإن منحنى إستهلاك الدخل للوضعية المدروسة يأخذ الشكل التالي :



3-3- إشتقاق منحنى إنجل لسلعتين x وy : يسمح منحنى إستهلاك الدخل بإشتقاق منحنى يمكن من الربط بين الكميات المستهلكة من أحدى السلع و التغير الذي يحدث على مستوى الدخل و الذي يسمى بمنحنى إنجل "Engel" والشكل أدناه يوضح ذلك .

مقدار الدخل المخصص للإستهلاك(R_i)	التوليفة التوازنية	
	X_i	Y_i
64	4	8
81	6	8,25

بتمثيل المنحنى الذي يبين العلاقة بين الدخل المخصص للإستهلاك وكمية المستهلاكة من السلعة X سنحصل على منحنى إنجل للسلعة X ، أما بالنسبة منحنى إنجل للسلعة Y فيتم الحصول عليه من خلال تمثيل العلاقة بين الدخل وكمية المستهلاكة من السلعة Y ، وفيما يلي التمثيل البياني للمنحنيين .



4- عند إنخفض سعر السلعة X إلى 4 : وفقا لهذا التغير في سعر السلعة X مع إفتراض ثبات سعر السلع Y والدخل المخصص للإستهلاك إلى جانب ثبات العوامل المؤثرة الأخرى فإن قيد الميزانية يكتب كالآتي :

$$Y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}.X \mapsto Y = \frac{64}{4} - \frac{4}{4}.X$$

أي أن معادلة قيد الميزانية تكون كالآتي :

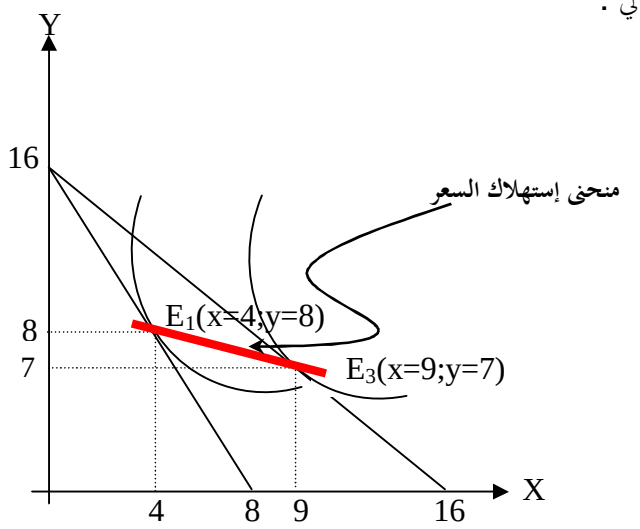
$$y = 16 - x$$

بتمثيل خط الميزانية الجديدة ، وذلك بتحديد نقطتي تقاطعه مع محور الفواصل و كذلك مع محور التراتيب وذلك كما يلي :

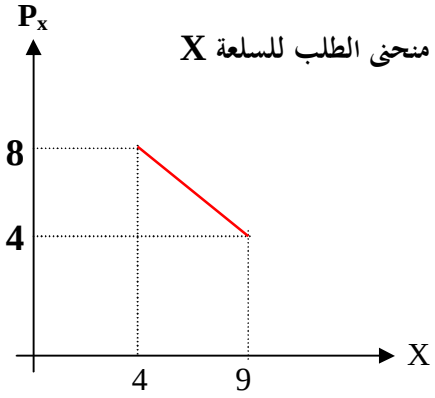
$$x = 0 \Rightarrow y = 16$$
$$y = 0 \Rightarrow x = 16$$

بالرجوع إلى التمثيلات البيانية للوضعيات الإستهلاكية الأربع لهذا المستهلك ، نلاحظ أن خط الميزانية الجديد يمس منحنى سواء الوضعية الثالثة (C_3) في التوليفة (E_3) ، ومن ثم فإن المستهلك يحقق التوازن عند 9 وحدات من السلعة X و 7 وحدات من السلعة Y .

4-1- رسم منحنى إستهلاك السعر : يتمثل منحنى إستهلاك السعر التمثيل البياني لمجموعة توليفات التوازن الناتجة عن التغير في سعر السلعة زيادة أو نقصان مع إفتراض ثبات أسعار السلعة الأخرى و الدخل النقدي ، حيث يمثل الكميات من السلع و/أو الخدمات التي يستهلكها المستهلك عند التغير في سعر إحدى السلع مع ثبات العوامل الأخرى ، ومن ثم فإن منحنى إستهلاك السعر يرسم وفق الشكل التالي :



4-2- إشتقاق منحنى الطلب على السلعة X : يسمح منحنى إستهلاك السعر بإشتقاق منحنى الطلب للسلعة X و الذي يمثل العلاقة بين سعر السلعة X و الكمية المطلوبة منها وذلك كالآتي :-



الوضعية	سعر السلعة X	كمية السلعة X
قبل التغير	8	4
بعد التغير	4	9

التمرين الرابع : يمكن تقدير دالة المنفعة الكلية ومعادلة قيد الميزانية بالصيغة الرياضية التالية :

$$\begin{cases} UT_{(A;B)} = A(B+2) \\ 32 = 2A + 4B \end{cases}$$

1- إيجاد توليفة التوازن : بالتحقق من شرطي تعادل المنافع المكتسبة و إنفاق كامل الدخل ، يتم تحديد التوليفة السلعية التي تمكن المستهلك من تحقيق أقصى مستوى إشباع ممكن .

أولا_ شرط تعادل المنافع المكتسبة : يتم التحقق من هذا بالشرط من خلال العلاقة التالية :

$$\frac{UM_A}{P_A} = \frac{UM_B}{P_B} \mapsto \frac{(B+2)}{2} = \frac{A}{4} \Rightarrow A = 2B + 4 \quad .....(I)$$

ثانيا_ شرط الإنفاق : بتعويض المعادلة رقم (I) في معادلة الإنفاق نحصل على :-

$$32 = 2(2B+4)+4B \Rightarrow B = 3$$

وبالتالي فإن الكمية المستهلكة من السلعة A تتمثل في : $A = 2(3)+4 \Rightarrow A = 10$

ومنه فإن التوليفة المثلى لهذا المستهلك تتمثل في إستهلاك 10 وحدة من السلعة A و 3 وحدات من السلعة B .

2- حساب المعدل الحدي للإحلال ($TMS_{A\ B}$): بتطبيق علاقة المعدل الحدي للإحلال بإستخدام المنفعة الحدية لكل من السلعتين A وB ، نحصل على الشكل الآتي :-

$$TMS_{(A;B)} = \frac{UM_A}{UM_B} \mapsto TMS_{(A;B)} = \frac{(B+2)}{A} \Rightarrow TMS_{(A;B)} = \frac{(3+2)}{10}$$

$$TMS_{(A;B)} = 0{,}5$$

يتضح من قيمة المعدل الحدي لإحلال السلعة A محل السلعة B أنه من أجل الحصول على وحدة واحدة من السلعة A يتوجب التخلي عن نصف وحدة من السلعة B وذلك من أجل بقاء المستهلك عند نفس مستوى الإشباع .

3- تقدير قيمة الدخل النقدي : عند تغير سعر السلعتين A وB إلى 4 و8 وحدة نقدية على التوالي .

3-1- في حالة عدم تغير التوليفة التوازنية : عند عدم إستجابة التوليفة التوازنية للتغير الذس حصل في سعر السلعتين ،فإن قيمة الدخل الضرورية لإقتناء السلعتين يحسب كالآتي:-

$$\left.\begin{array}{l} R = A.P_A + B.P_B \\ A = 10\ ;\ B = 3 \end{array}\right\} R = 4(10)+8(3) \Rightarrow R = 64$$

3-2- في حالة تغير التوليفة التوازنية : بالإعتماد على طريقة مضاعف Lagrange في تحديد الدخل النقدي الذي يمكن المستهلك من المحافظة على نفس مستوى الإشباع في ظل الأسعار الجديدة للسلعتين ، لذلك سنتبع الخطوتين التاليتين :-

أولا_ صياغة دالة Lagrange : بما أن قيد الميزانية مشروط بدالة المنفعة الكلية ، فإن دالة مضاعف لاغرانج تكتب كمايلي :-

$$Min\ \ R = 4A + 8B$$
$$Subject\ \ to: 50 = A(B+2)$$

ومنه فإن دالة مصاعف لاغرانج تكتب كما يلي :

$$\Im = R + \lambda\left(V(UT_{A;B}) - f(UT_{A;B})\right) \mapsto \Im = 4A + 8B + \lambda(50 - A(B+2))$$

ثانيا_ حساب المشتقات الجزئية الأولى :

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_A} = 0 \Rightarrow 4 - (B+2)\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{4}{(B+2)} .....(I)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial Q_B} = 0 \Rightarrow 8 - A\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{8}{A} .....(II)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 50 - A(B+2) = 0.....(III)$$

بالمساواة بين العلاقتين (I) و (II) نحصل على :

$$\frac{4}{(B+2)} = \frac{8}{A} \Rightarrow A = 2B + 4 \quad .....(IV)$$

بتعويض المعادلة (IV) بالعلاقة رقم (III) نجد :

$$50 - (2B+4)(B+2) = 0 \Rightarrow 42 - 2B^2 + 8B = 0$$

بما أن المعادلة المحصل عليها معدومة ومن الدرجة الثانية ، فإنه يستخدم المميز لحلها وذلك كما يلي :

$$\Delta = B^2 - 4(A)(C) \mapsto \Delta = 64 - 4(2)(-42) \Rightarrow \Delta = 400$$

المميز موجب ، للمعادلة حلين هما :

$$B' = \frac{-8+20}{2(2)} \Rightarrow B' = 3$$

$$B'' = \frac{-8-20}{2(2)} \Rightarrow B'' = (-7)$$

بما أن قيمة البديل الثانية للسلعة B سالبة فهذا يعني أنها مرفوضة ، وبالتالي فإن الكمية المستهلكة من السلعة B هي 3 وحدات ، أما بالنسبة لعدد الوحدات من السلعة A فهي تتمثل في إستهلاك :-

$$A = 2(3) + 4 \Rightarrow A = 10_{Unité}$$

ومنه فإن قيمة الدخل الضرورية لإقتناء هذه التوليفة تتمثل في :-

$$R = 4(10) + 8(3) \Rightarrow R = 64$$

ثالثا_ التحقق من أن التوليفة تدني الإنفاق (R) : يتم التأكد من أن التوليفة المحصل عليها ستدني الإنفاق من خلال حساب قيمة المحدد الهيسي ، حيث من أن المفترض أن تكون هذه القيمة سالبة حتى يمكن القول على أن التوليفة تدني الإنفاق .

لدينا المشتقات الجزئية الأولى كالآتي :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Im}{\partial Q_A} = 0 \mapsto 4 - (B+2)\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial \Im}{\partial Q_B} = 0 \mapsto 8 - A\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial \Im}{\partial Q_\lambda} = 0 \mapsto 50 - A(B+2) = 0 \end{cases}$$

وبتقدير المشتقات الجزئية الثانية نحصل على المحدد الهيسي الموالي :-

$$H=\begin{vmatrix} \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{A.A}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{A.B}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{A.\lambda}} \\ \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{B.A}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{B.B}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{B.\lambda}} \\ \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{\lambda.A}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{\lambda.B}} & \frac{\partial 2\Im}{\partial Q_{\lambda.\lambda}} \end{vmatrix} \mapsto H=\begin{vmatrix} 0 & (-\lambda) & -(B+2) \\ (-\lambda) & 0 & (-A) \\ -(B+2) & (-A) & 0 \end{vmatrix} \Leftrightarrow H=\begin{vmatrix} 0 & (-0{,}8) & (-5) \\ (-0{,}8) & 0 & (-10) \\ (-5) & (-10) & 0 \end{vmatrix}$$

$$H=[(0.0.0)+((-0{,}8).(-10).(-5))+((-5).(-10).(-0{,}8))]-[((-0{,}8).(-0{,}8).0)+(0.-10.-10)+(-5.0.-5)]$$

$$\Rightarrow H=(-80)<0$$

بما أن قيمة المحدد الهيسي سالبة ، فهذا يعني أن التوليفة المحصل عليها ستدني الإنفاق الكلي مع محافظة المستهلك على نفس مستوى الإشباع والمقدربـــ 50 وحدة منفعة .

4- كتابة دوال الطلب للسلعتين A و B : يتم تقدير دالة الطلب بالإعتماد على التحقق من شرطي التوازن .

$$\frac{UM_A}{P_A}=\frac{UM_B}{P_B}\mapsto\frac{(B+2)}{P_A}=\frac{A}{P_B}\Rightarrow A.P_A=(B+2).P_B\Leftrightarrow A=\frac{(B+2).P_B}{P_A}\quad .....(I)$$

بتعويض المعادلة (I) في شرط الإنفاق الكامل للدخل نحصل على :

$$R=A.P_A+B.P_B\mapsto R=\left(\frac{(B+2).P_B}{P_A}\right).P_A+B.P_B\Rightarrow R=B.P_B+2P_B+B.P_B$$

ومنه فإن دالة الطلب على السلعة B تكتب كما يلي : $B=\frac{R-2P_B}{2P_B}$

أما بالنسبة لدالة الطلب على السلعة A فتأخذ الشكل التالي :

$$R=A.P_A+B.P_B\mapsto R=A.P_A+\left(\frac{R-2P_B}{2P_B}\right).P_B\Rightarrow A.P_A=\frac{R}{2}+P_B$$

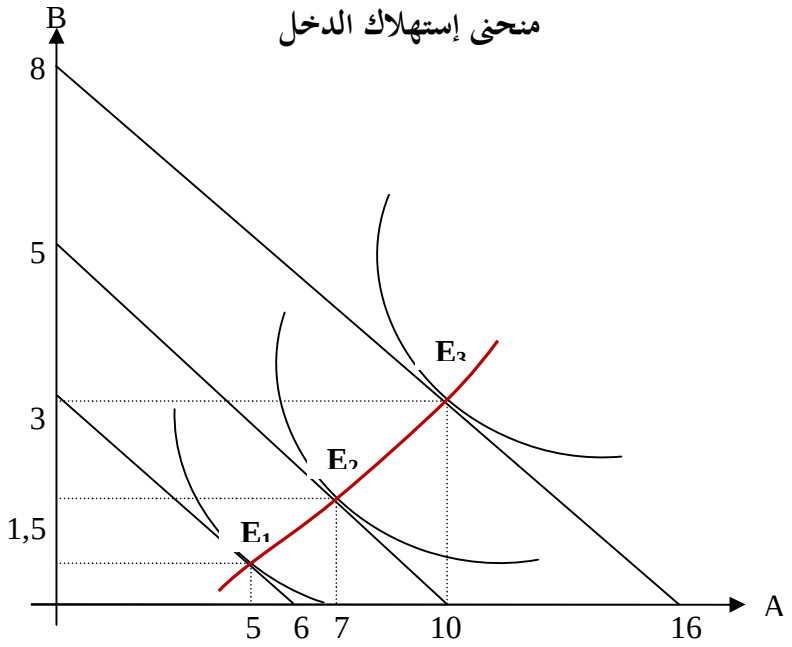
ومنه فإن دالة الطلب على السلعة A تكتب كما يلي : $A=\frac{R+2P_B}{2P_A}$

5- دراسة الوضعية التوازنية عند التغير في الدخل : التوليفات السلعية التي تقابل التغير الذي حصل على الدخل النقدي في ظل ثبات أسعار السلع ($P_A=2\ ;\ P_B=4$) تكون على النحو الآتي .

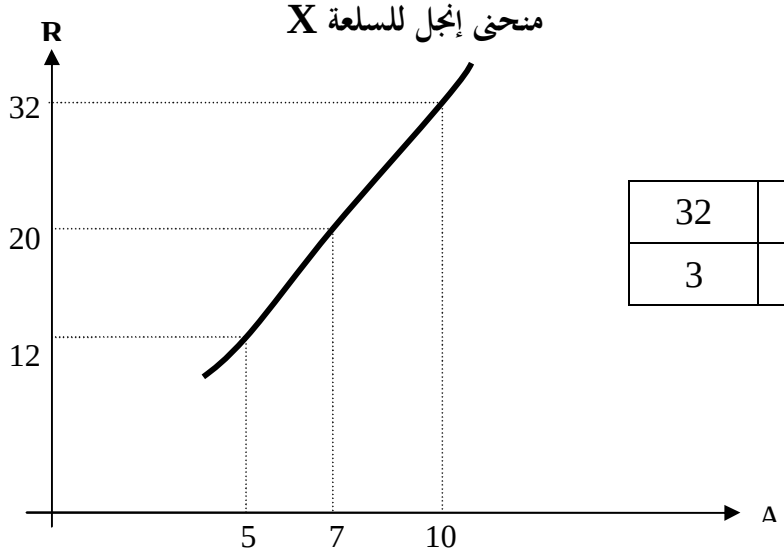
$$R=12\mapsto\begin{cases}A=\frac{R+2P_B}{2P_A}\\ B=\frac{R-2P_B}{2P_B}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=5\\ B=\frac{1}{2}\end{cases}\quad ;\quad R'=20\Rightarrow\begin{cases}A'=7\\ B'=\frac{3}{2}\end{cases}\quad ;\quad R''=32\Rightarrow\begin{cases}A''=10\\ B''=3\end{cases}$$

5-1- تمثيل منحنى إستهلاك الدخل : يعتمد رسم منحنى إستهلاك الدخل على نقاط تماس خط الميزانية مع منحنيات السواء ، وبالتالي فإن الإحداثيات المساعدة على تمثيل خط الميزانية نلخصها في الجدول أدناه كالتالي :-

التغيرات في الدخل	عند الدخل R=12	عند الدخل R'=20	عند الدخل R"=32
نقطة التقاطع مع محور الفواصل	$B=0 \Rightarrow A=\frac{R}{P_A} \mapsto A=\frac{12}{2}=6$	$B=0 \Rightarrow A=\frac{20}{2}=10$	$B=0 \Rightarrow A=\frac{32}{2}=16$
نقطة التقاطع مع محور التراتيب	$A=0 \Rightarrow B=\frac{R}{P_B} \mapsto B=\frac{12}{4}=3$	$A=0 \Rightarrow B=\frac{20}{4}=5$	$A=0 \Rightarrow B=\frac{32}{4}=8$



5-2- إشتقاق منحنى إنجل للسلعة A : يتم إشتقاق منحنى إنجل من خلال إحداثيات السلعة A الموافقة للتغير في الدخل ، لذلك فإن العلاقة بين التغير في الكمية المستهلكة من السلعة A الناتجة عن التغير في الدخل يوضحها الشكل التالي :



32	20	12	R_i
3	1,5	0,5	A_i

نلاحظ من منحنى إنجل أنه كلما زاد الدخل أدى إلى الزيادة في الكمية المطلوبة من السلعة A ،بمعنى أن العلاقة بين الدخل والسلعة Aعلاقة طردية ومن ثم فإن طبيعة هذه السلعة هي سلعة عادية .

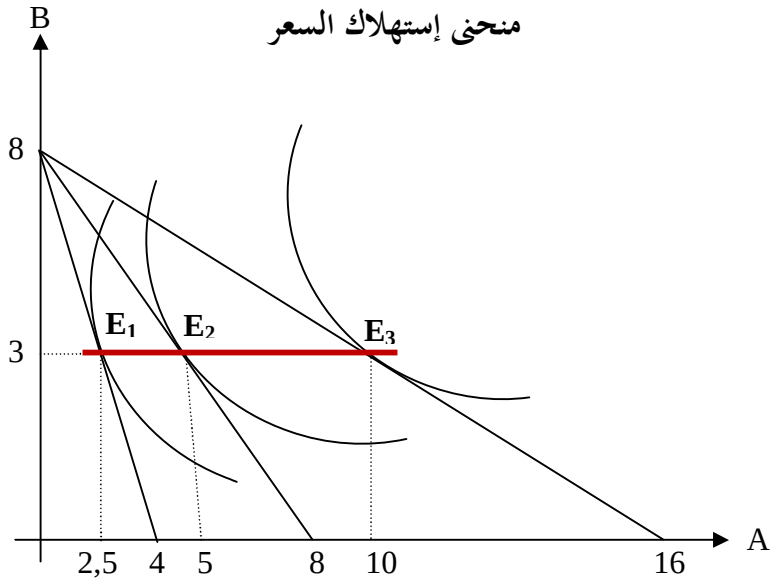
6- دراسة الوضعية التوازنية عند التغير في سعر السلعة A : التوليفات السلعية التي تقابل التغير الذي حصل على سعر السلعة A مع بقاء سعر السلعة B و الدخل النقدي ثابتين $(R = 32\ ;\ P_B = 4)$ تكون على النحو الآتي .

$$P_A = 2 \mapsto \begin{cases} A = \dfrac{R + 2P_B}{2P_A} \\ B = \dfrac{R - 2P_B}{2P_B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 10 \\ B = 3 \end{cases} \quad ; \quad P'_A = 4 \Rightarrow \begin{cases} A = 5 \\ B = 3 \end{cases} \quad ; \quad P''_A = 8 \Rightarrow \begin{cases} A = 2{,}5 \\ B = 3 \end{cases}$$

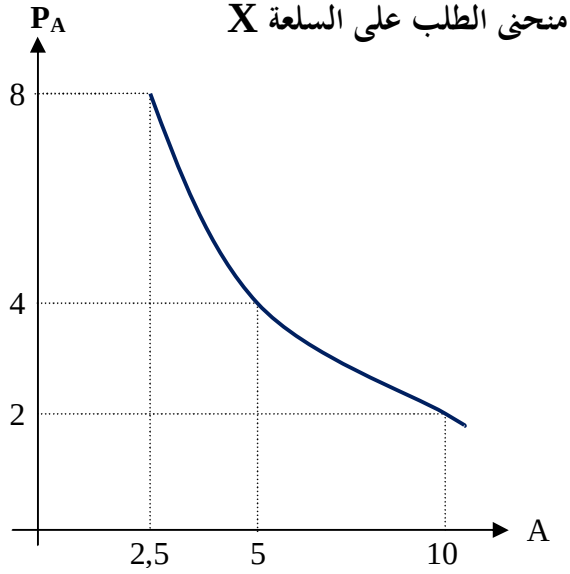
6-1- تمثيل منحنى إستهلاك السعر : يعتمد رسم منحنى إستهلاك الدخل على نقاط تماس خط الميزانية مع منحنيات السواء ، وبالتالي فإن الإحداثيات المساعدة على تمثيل خط الميزانية نلخصها في الجدول أدناه كالتالي :-

التغير في السعر	$P_A=2$	$P'_A=4$	$P''_A=8$
نقطة التقاطع مع محور الفواصل	$B=0 \Rightarrow A=\dfrac{R}{P_A} \mapsto A=\dfrac{32}{2}=16$	$B=0 \Rightarrow A=\dfrac{32}{4}=8$	$B=0 \Rightarrow A=\dfrac{32}{8}=4$
نقطة التقاطع مع محور التراتيب	$A=0 \Rightarrow B=\dfrac{R}{P_B} \mapsto B=\dfrac{32}{4}=8$	$A=0 \Rightarrow B=\dfrac{32}{4}=8$	$A=0 \Rightarrow B=\dfrac{32}{4}=8$

عند رسم قيود الميزانية الثلاث نحصل على منحنى إستهلاك السعر وفق الشكل التالي :



2-6- إشتقاق منحنى الطلب على السلعة A : يتم إشتقاق منحنى إنجل من خلال إحداثيات السلعة A الموافقة للتغير في الدخل ، لذلك فإن العلاقة بين التغير في الكمية المستهلكة من السلعة A الناتجة عن التغير في الدخل يوضحها الشكل التالي :



8	4	2	P_A
2,5	5	10	A_i

نلاحظ من منحنى إنجل أنه كلما زاد الدخل أدى إلى الزيادة في الكمية المطلوبة من السلعة A ،بمعنى أن العلاقة بين الدخل والسلعة Aعلاقة طردية ومن ثم فإن طبيعة هذه السلعة هي سلعة عادية .

التمرين الخامس : يعبر عن مستوى الإشباع الناتج عن إستهلاك السلعتين X و Y لأحد المستهلكين بالدالة التالية :-

$$S = 2x + xy + y + 2$$

أما بالنسبة لمعادلة قيد الميزانية فتأخذ الصورة الأتية : $y = \frac{51}{5} - \frac{2}{5}x$

1- إستنتاج سعر السلعتين x و y و الدخل النقدي المخصص لهما : لدينا من معادلة قيد الميزانية الشكل الأتي :-

$$y = \frac{51}{5} - \frac{2}{5}x \mapsto y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x$$

ومنه فإن سعر السلعتين x و y يتمثل في 2 و 5 على التوالي ، أما الدخل النقدي فيقدر بـــ 51 وحدة نقدية .

2- تحديد دوال الطلب على السلعتين : لتحديد دالة الطلب على السلعة X و دالة الطلب على السلعة y نقوم بالتالي :-

- تحقيق شرط تعادل المنافع المكتسبة للسلعتين ، وذلك بـــ :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \mapsto \frac{(y+2)}{P_x} = \frac{(x+1)}{P_y} \Rightarrow y+2 = \frac{(x+1).P_x}{P_y} \Leftrightarrow y = \left[\frac{(x+1).P_x}{P_y} - 2\right] \quad .....(I)$$

- التحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل ، ويتم ذلك بتعويض المعادلة المحصل عليها من شرط تساوي المنافع المكتسبة في معادلة الإنفاق لنحصل على دالة الطلب للسلعة X .

$$R = x.P_x + \left[\frac{(x+1).P_x}{P_y} - 2\right].P_y \Rightarrow R = x.P_x + (x+1).P_x - 2P_y$$

$$\Leftrightarrow x = \left(\frac{R + 2P_y - P_x}{2P_x}\right)$$

ومنه فإن دالة الطلب على السلعة X مكتوبة بدلالة سعرها و سعر السلعة Y بالإضافة إلى الدخل النقدي ، كما أن القيام بتعويض هذه الدالة في معادلة الإنفاق سنحصل على دالة الطلب للسلعة y وذلك كمايلي:

$$R = \left(\frac{R + 2P_y - P_x}{2P_x}\right).P_x + y.P_y \Rightarrow R = \frac{(R + 2P_y - P_x)}{2} + y.P_y$$

$$\Leftrightarrow y = \left(\frac{R + P_x}{2P_y} - 1\right)$$

نلاحظ أن دالة الطلب على السلعة y مكتوبة بدلالة سعرها و سعر السلعة Y بالإضافة إلى الدخل النقدي ، وهي نفس الملاحظة في دالة الطلب على السلعة x ، لذلك فإن السلعتين X و y بديلتين لبعضهما البعض (متنافستين) ، حيث إذا تغير سعر إحداهما فإن الطلب على السلعتين سوف تتغير لتعوض إحداهما الأخر وذلك رغم ثبات الدخل الحقيقي .

2- تحديد الكميات المطلوبة من السلعتين : بتعويض سعر السلعتين و الدخل في دالة الطلب بالنسبة لكل سلعة نحصل على :-

❖ **الكمية المطلوبة من السعلة X :** $x = \left(\frac{R + 2P_y - P_x}{2P_x}\right) \Rightarrow x = \left[\frac{51 + 2(5) - 2}{2(2)}\right] \Leftrightarrow x = 14{,}75$

❖ **الكمية المطلوبة من السعلة Y :** $y = \left(\frac{R + P_x}{2P_y} - 1\right) \Rightarrow x = \left[\frac{51 + 2}{2(5)} - 1\right] \Leftrightarrow y = 4{,}3$

3- دراسة التغير في الطلب عند حدوث تغير الدخل النقدي بنفس نسبة التغير في سعر السلعتين : إذا حدث وأن إرتفع الدخل بـ 50% ، إلى جانب إرتفاع سعر السلعتين بنفس المقدار ، أي أن القيم الجديدة تصبح :-

$$R = 51 \mapsto R' = (1 + 0{,}5)R \Rightarrow R' = 76{,}5$$
$$P_x = 2 \mapsto P'_x = (1 + 0{,}5)P_x \Rightarrow P'_x = 3$$
$$P_y = 5 \mapsto P'_y = (1 + 0{,}5)P_x \Rightarrow P'_x = 7{,}5$$

في حين الكميات المطلوبة من السلعتين المقابلة للتغيير في الدخل و الأسعار يكون كالآتي :-

❖ **الكمية المطلوبة من السعلة 'X :** $x' = \left[\frac{76{,}5 + 2(7{,}5) - 3}{2(3)}\right] \Leftrightarrow x' = 14{,}75$

❖ **الكمية المطلوبة من السعلة 'Y :** $y' = \left[\frac{76{,}5 + 3}{2(7{,}5)} - 1\right] \Leftrightarrow y' = 4{,}3$

بالمقارنة بين الوضعيتين نلاحظ أنه إذا حدث و تغيرت أسعار السلع بنفس نسبة التغير في الدخل المخصص لإقتنائها ، فإن الكميات المطلوبة منها لا تتغير ، و السبب أن الدخل الحقيقي لم يتغير و إنما تغير الدخل الإسمي فقط .

الفصل الرابع : تحليل سلوك المنتج

I- تعريف الإنتاج

II- دالة الإنتاج

III- تحليل دالة الإنتاج في المدى القصير

IV- تحليل دالة الإنتاج في المدى الطويل

V- تمارين محلولة

الفصل الرابع

تحليل سلوك المنتج

يعد الإنتاج النشاط الأساسي للاقتصاد لأنه يسبق الأنشطة الثانية ومن جهة أخرى يمثل المحدد الرئيسي للعرض أي وضع السلع والخدمات في متناول المستهلكين أو من يقوم باستخدامها مرة ثانية لكن هذه العملية تقوم على مجموعة من العوامل التي تساهم في الإنتاج المواد الأولية، السلع الوسطة، العمل.... الخ وبتفاعل هذه العوامل فيما بينها يتم الحصول على منتج أو مجموعة من المنتجات يمكن فرضها في السوق.

I- تعريف الإنتاج : يقصد بالإنتاج عملية إعداد وموائمة الموارد المتاحة لإشباع الرغبات البشرية وذلك بتغيير نوعيتها المادية والكيميائية أو الحيوية لتحويلها إلى الصورة التي تحقق الإشباع كما يشمل الإنتاج أيضا التغيير المكاني كالنقل أو الزماني كالتخزين لتلك الموارد.

كما أن الإنتاج هو عملية خلق منفعة أو إضافتها لمنفعة سابقة من خلال تفاعل عوامل الإنتاج (العمل ، رأس المال ، التنظيم ، الأرض) .

II- دالة الإنتاج : تشير إلى العلاقة الكمية بين حجم الإنتاج والكميات المختلفة من عوامل الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية ، حيث يمكن صياغتها وفق الشكل التالي :-

$$Q = f(K; L; P; T; ....)$$

حيث أن:

Q : تمثل حجم الإنتاج

$K; L; P; T; ....$: عوامل الإنتاج المستخدمة

تسمح دالة الإنتاج باشتقاق مجموعة من المؤثرات التي توضح طبيعة العلاقة بين حجم الإنتاج والكميات المستخدمة من عوامل الإنتاج، ونظرا لتعدد هذه العوامل ، وبهدف تبسيط الدراسة سنفترض أن حجم الإنتاج متوقف على عاملين هما عنصر العمل (L) ورأس المال (K)، وبالتالي تصبح دالة الإنتاج من الشكل:

$$Q = f(K; L)$$

II-1- الناتج الكلي (PT): هي عبارة عن الكميات الكلية المنتجة من السلعة نتيجة استخدام كميات مختلفة من عوامل الإنتاج ، ويتم تقديرها بالعلاقة الأتية :-

$$PT = Q = f(K; L)$$

II-2- الناتج المتوسط (PM): يمثل الإنتاجية المتوسطة لأحد عوامل الإنتاج ، والذي يشير إلى معدل الناتج الكلي إلى عدد الوحدات المستعمل من أحد عوامل الإنتاج ويكتب كما يلي:

- الناتج المتوسط بالنسبة لعنصر العمل: $PM_L = \frac{Q}{L} = \frac{PT}{L}$
- الناتج المتوسط بالنسبة لعنصر رأس المال: $PM_K = \frac{Q}{K} = \frac{PT}{K}$

II-3- الناتج الحدي (Pm): هو إنتاجية الوحدة الأخيرة من العنصر الإنتاجي المستعمل في العملية الإنتاج ، أما بتعبير رياضي فيشير إلى مقدار التغير في حجم الإنتاج الناتج عن التغير في عنصر الإنتاج المستخدم فيه ، وبالتالي فإن العلاقة التي يتم تقدير هذا المؤشر بها تأخذ الصورة الأتية :-

- الناتج الحدي بالنسبة لعنصر العمل:

$$Pm_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

أما في حالة البيانات التي تتميز بالإستمرارية (علاقة دالية بين حجم الإنتاج و عنصر العمل) فإن مقدار الناتج الحدي لهذا العنصر يحسب وفق العلاقة التالية :

$$Pm_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \Leftrightarrow \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

- الناتج الحدي بالنسبة لعنصر رأس المال: $Pm_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$, $Pm_K = \frac{\partial PT}{\partial K} = \frac{\partial Q}{\partial K}$

كما نذكر بأن عامل الإنتاج يحقق أعظم إنتاجية ممكنة عند إنعدام الناتج الحدي ، وبالتالي فإن الصيغة الرياضية تكتب بالشكل الأتي : [$Pm_{\mathrm{H}} = 0$]

حيث أن H يمثل عنصر الإنتاج المعني بتقدير إنتاجيته العظمى .

مثال توضيحي: لتكن لدينا دالة إنتاج السلعة X التي تعتمد على العنصرين L وK معبر عنها كالآتي

$$Q_X = 100LK - \left(10K^2 + 2L^2\right)$$

بفرض أن رأس المال المخصص لإنتاج السلعة X ثابت و يقدر بـــ 1 وحدة نقدية ، والمطلوب :

- أوجد الناتج الكلي ، الناتج المتوسط والناتج الحدي ؟
- أحسب حجم العمل الذي يحقق أعظم إنتاج ممكن من السلعة X ؟
- ماهو حجم الإنتاج عند الإنتاجية العظمى لمستوى العمل ؟

الحل النموذجي :

أولا- تقدير مؤشرات الإنتاج للسلعة X : بالإعتماد على دالة الإنتاج يتم تحديد النواتج التالية :

- **الناتج الكلي :** $PT_L = 100L(1) - \left[10(1)^2 + 2L^2\right] \Leftrightarrow PT_L = 100L - 10 - 2L^2$
- **الناتج المتوسط لعنصر العمل :**

$$PM_L = \frac{PT_L}{L} \mapsto PM_L = \frac{100L - 10 - 2L^2}{L} \Rightarrow PM_L = 100 - 2L - \frac{10}{L}$$

- **الناتج الحدي لعنصر العمل :** $Pm_L = \frac{\partial PT}{\partial L} \mapsto Pm_L = 100 - 4L$

ثانيا- مستوى العمالة الذي يعظم الإنتاج : تتحقق الإنتاجية العظمى لعنصر العمل عند إنعدام الناتج الحدي الموافق لها .

$$Maximum\ PT_L \Rightarrow Pm_L = 0 \mapsto 100 - 4L = 0 \Rightarrow L = \frac{100}{4} \Leftrightarrow L = 25$$

ثالثا- حجم الإنتاج الأمثل للسلعة X : عند متسوى عمالة يقدر بـــ 25 عامل ، فإن الإنتاج الكلي من السلعة X سيبلغ حجم .

$$Q_X = PT_{K,L} = 100(25) - 10 - 2(25)^2 \Rightarrow Q_X = 1240$$

III- تحليل دالة الإنتاج في المدى القصير : تتميز هذه الفترة بعدم قدرة المنتج من إحداث تغيرات على جميـــع عوامل الإنتاج مما يعني أن الأساس منها يبقى ثابت خلالها كما هو الحال بالنسبة لعنصر الإنتاج رأس المـــال (K) الذي يفترض ثباته خلاله هذه الفترة بينما يمكن تغير عنصر العمل (L) الذي يفترض أن له علاقة طرديـــة مـــع الكميات المنتجة بحيث كلما زادت عدد الوحدات من عنصر العمل سيؤدي إلى زيادة حجم الإنتاج من الســـلعة Q ، لكن هذه الزيادة ليست مطلقة مع استمرار الزيادة في استخدام عوامل الإنتاج كما أنها لا تســـتمر بـــنفس المعدل خلال فترة الزيادة مما يجعلها تتزايد لفترة معينة ثم تأخذ في التناقص ، وهذا ما يصطلح عليه بقانون تناقص الغلة.

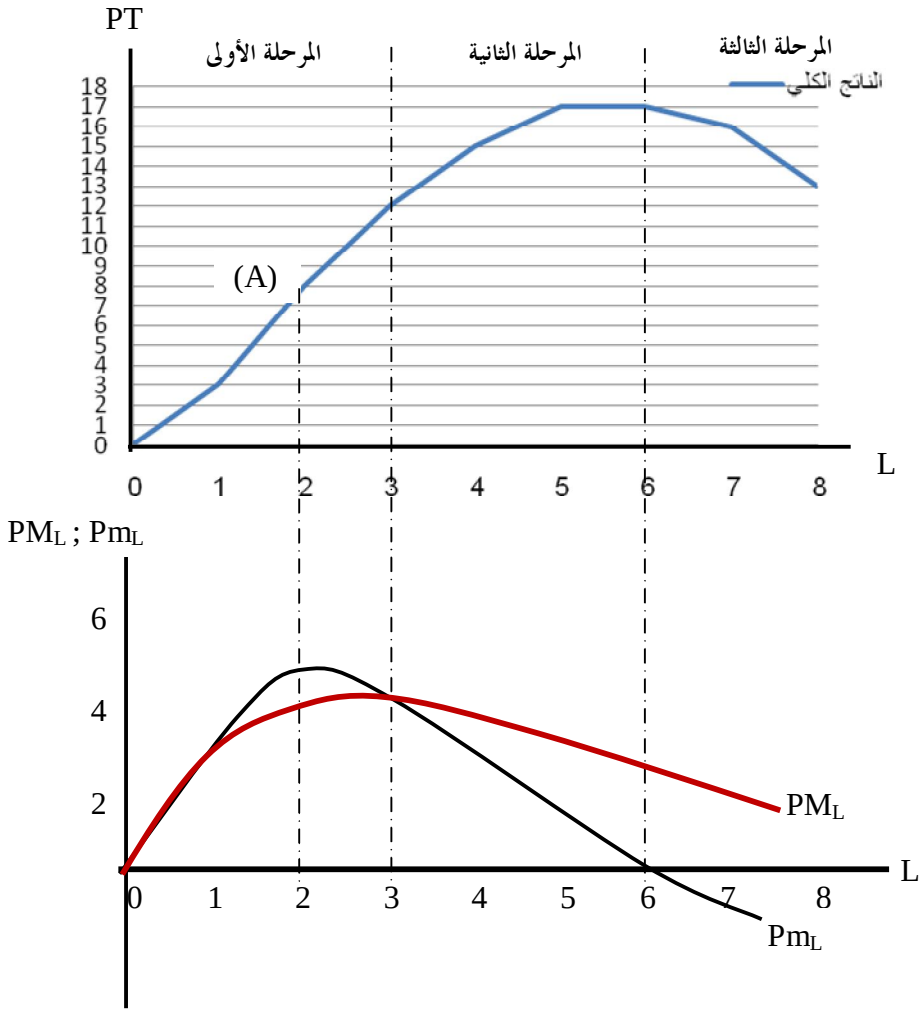
☚ **قانون تناقص الغلة :** يعني هذا القانون أنه عند تزايد أحد عوامل الإنتاج بوحدات متساوية مع افتراض ثبات العوامل الأخرى فإن الناتج الكلي سيزيد بمعدل متزايد في البداية حتى مستوى معين الـــذي يـــزداد بمعـــدل متناقص عنده ، ومن ثم أي زيادة سوف تترجم بتناقص الناتج الكلي ولتوضيح ذلك نأخذ المثال التالي :

إذا كان الإنتاج الزراعي لمنتج القمح بإستخدام مستويات مختلفة من العمالة (L) عند نفس الوحـــدة زمنيـــة و بمساحة محددة من الأرض الزراعية (K) المخصصة لهذا المنتج والمقدرة بهكتارين ، يمكن تلخيصها في الجدول الموالي:

K	L	PT	PM_L	Pm_L
2	0	0	0	0
2	1	3	3	3
2	2	8	4	5

2	3	12	4	4
2	4	15	3.75	3
2	5	17	3.4	2
2	6	17	2.83	0
2	7	16	2.28	-1
2	8	13	1.62	-3

وبتمثيل مختلف مؤشرات إنتاج مادة قمح المبينة في الجدول أعلاه في شكل منحنى بياني نحصل على :-



من خلال الشكلين أعلاه لمنحنيات النواتج ، نلاحظ تغير الغلة بزيادة عامل إنتاج واحد وتثبت باقي العوامل الإنتاجية الأخرى وبالتالي يمكن التمييز بين ثلاثة مراحل و المتمثلة في :-

- **المرحلة الأولى :** يلاحظ زيادة الناتج الكلي بمعدل متزايد يصاحبه كذلك الزيادة في كل من الناتج المتوسط والحدي إلى غاية بلوغ هذا الأخير النهاية العظمة ليتم بعد في التناقص بقيم موجبة أما منحنى الناتج الكلي يواصل الزيادة ولكن معدل متناقص.

- **المرحلة الثانية :** تبدأ هذه المرحلة من نقطة تقاطع منحنى الناتج المتوسط والناتج الحدي حيث نلاحظ عند هذه النقطة يكون الناتج المتوسط قد بلغ الحد الأقصى له ومن ثم يبدأ بالانخفاض بقيم موجبة ونفس الشيء بالنسبة لمنحنى الناتج الحدي الذي يواصل انخفاضه رغم زيادة عدد الوحدات من عامل الإنتاج أما بالنسبة لمنحنى الناتج الكلي فهو الآخر يستمر في الزيادة بمعدل متناقص إلى غاية وصوله النهاية العظمة.

- **المرحلة الثالثة :** تبدأ من نقطة أعظمية الناتج الكلي التي تقابلها انعدام الناتج الحدي ليتم بعدها كل منحنى من المنحنيات الثلاثة في مواصل الانخفاض لكن منحنى الناتج الحدي بقيم سالبة للدلالة على انخفاض من إنتاجية كل عامل من عوامل الإنتاج.

IV- تحليل دالة الإنتاج في المدى الطويل: يمكن للمنتج في هذه الفترة أن يقوم بإجراء تغيرات على جميع عوامل الإنتاج بعد أن كان ذلك غير ممكن في الفترة القصيرة وبالتالي السماح بتوسيع وتطوير الطاقات الإنتاجية التي تنعكس على تغير الإنتاج وهذا ما يسمى بمبدأ غلة الحجم أو اقتصاديات النطاق ، العائد على الإنتاج.

IV-1- قانون غلة الحجم : يقصد به الزيادة المماثلة في حجم الإنتاج الناتجة عن زيادة في كل عامل من العوامل المستخدمة في العملية لكن يمكن أن تؤدي هذه الزيادة إلى انخفاض الناتج المحقق من العملية لكن يمكن أن تؤدي هذه الزيادة إلى انخفاض الناتج المحقق من العملية الإنتاجية لذلك تميز بين ثلاثة حالات كالآتي :-

- **حالة تزايد غلة الحجم :** تكون نسبة الزيادة في مستوى الإنتاج أكبر من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية ، حيث يتم التعبير عنها بـــ: $[\Delta Q \rangle \Delta P_L \ , \ \Delta P_K]$

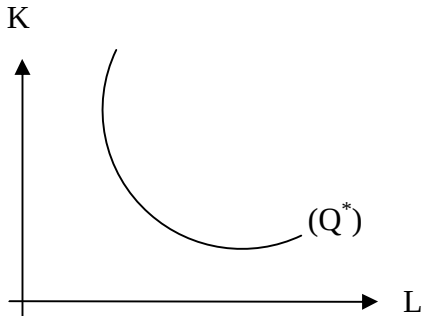
- **حالة ثبات غلة الحجم :** عندما يزيد المنتج من استخدام عوامل الإنتاج سيصل إلى الحد الأقصى الذي يستقر عنده مستوى الإنتاج وبالتالي تتناسب نسبة الزيادة في الناتج إلى نسبة الزيادة في استخدام عوامل الإنتاج ، حيث يتم التعبير عنها بـــ: $[\Delta Q = \Delta P_L \ , \ \Delta P_K]$

- **حالة تناقص غلة الحجم :** تحدث هذه الحالة عندما يستمر المنتج في التوسيع بإستخدام عوامل الإنتاج فإن غلة الحجم تبدأ التناقص عند تجاوز الحد الأقصى لذلك ، حيث يتم الإشارة إلى هذه الحالة بـــ :

$[\Delta Q < \Delta P_L \ , \ \Delta P_K]$

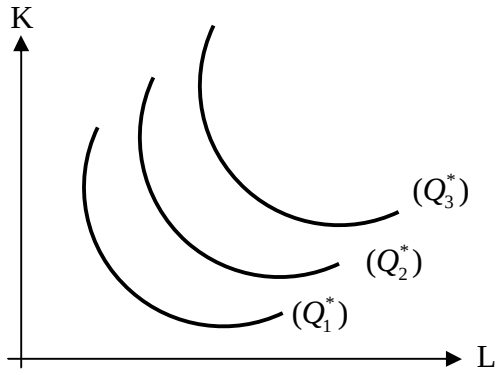
IV -2- توازن المنتج : يستخدم المنتج عناصر مختلفة للقيام بالعملية الإنتاج وبنسب مختلفة لهذا يكون بصدد المفاضلة بين توليفات متعددة من عناصر الإنتاج المتاحة بهدف إنتاج سلعة معينة أو تقديم خدمة وذلك في إطار تحقيق أقصى ربح ممكن من هذه السلعة ، وعليه سيتم الاعتماد على فكرة منحنيات الناتج المتساوي لتحديد التوليفة المثلى لعناصر الإنتاج .

IV -1-2- منحنى الناتج المتساوي : يمثل المحل الهندسي لمجموعة مختلفة من الإحداثيات لعنصر العمل ورأس المال $(K_i;L_i)$ التي تسمح للمنتج بالحصول على نفس المستوى من الإنتاج، كما أن الناتج المتساوي له نفس خصائص منحنيات السواء في نظرية المستهلك.



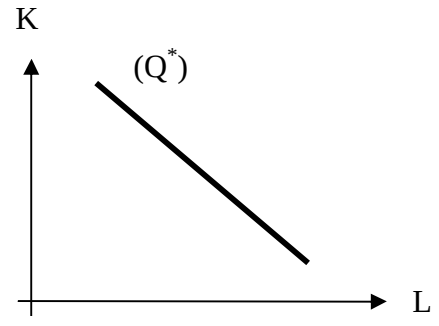
منحنى الناتج المتساوي

IV-2-2- خرائط الناتج المتساوي : تمثل مستويات مختلفة من الإنتاج عند الزيادة في حجم استخدام عوامل الإنتاج حيث كلما ابتعد منحنى الناتج المتساوي عن المبدأ(نقطة الأصل) كلما كان يعبر عن مستوى إنتاجي أكبر.

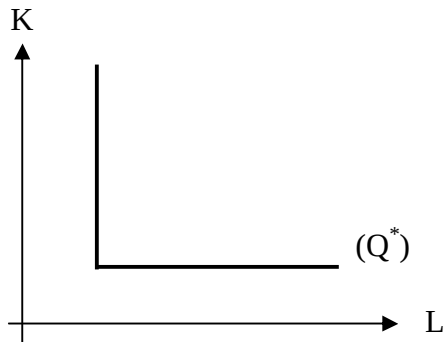


خرائط الناتج المتساوي

كما أن هنا أشكالا أخرى يمكن أن يكون عليها منحنى الناتج المتساوي وذلك وفق الحالتين الأتيتين :-



منحنى الناتج المتساوي عندما يكون L و K بديلتين بشكل تام



منحنى الناتج المتساوي عندما يكون L و K مكملتين لبعضهما البعض

IV-2-3- المعدل الحدي للإحلال الفني ($TMST_{K,L}$) : يمثل عدد الوحدات من أحد عناصر الإنتاج الواجب التخلي عنها لتحل محلها وحدة واحدة من العنصر الأخر و ذلك من أجل المحافظة على نفس مستوى الإنتاج ، الذي يشير إلى البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي ، حيث يتم تقدير المعدل الحدي للإحلال الفني لعنصر العمل محل رأس المال وفق العلاقة التالي : $TMST_{L,K} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$

- كما يمكن تقدير المعدل بإستخدام الناتج الحدي لكل عنصر وذلك كالآتي : $TMST_{L,K} = \left(\frac{-P_{mL}}{P_{mK}}\right)$

- أيضا من خلال أسعار عوامل الإنتاج وذلك بالعلاقة التالية : $TMST_{L,K} = \left(\frac{-P_L}{P_K} \right)$

مثال توضيحي : لتكن لديك التوليفات المختلفة لعناصر الإنتاج البينة في الجدول التالي:-

الحالة	العمل (L)	رأس المال (K)	$TMST_{LK}$	$TMST_{KL}$
A	3	12	-	-
B	4	8	4-	0,25-
C	5	6,3	1,7-	0,588-

- تقدير معدل إحلال عنصر العمل محل عنصر رأس المال، ويتم ذلك بتطبيق العلاقة التالية: $TMST_{LK} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$

الحالة A_ غير ممكنة التقدير لعدم معرفة التوليفة المراد إحلالها ؛

الحالة B_ بتقدير نسبة التغير في عنصر رأس المال إلى التغير في عنصر العمل نحصل على :

$$TMST_{LK} = \frac{\Delta K}{\Delta L} \mapsto TMST_{LK} = \frac{(K_B - K_A)}{(L_B - L_A)} \Rightarrow TMST_{LK} = \frac{(8-12)}{(4-3)} \Leftrightarrow TMST_{LK} = (-4)$$

الحالة C: بنفس الطريقة نحصل على معدل هذه الحالة :

$$TMST_{LK} = \frac{(K_C - K_B)}{(L_C - L_B)} \Rightarrow TMST_{LK} = \frac{(6,3-8)}{(5-4)} \Leftrightarrow TMST_{LK} = (-1,7)$$

- تقدير معدل إحلال عنصر رأس المال محل عنصر العمل ، ويتم ذلك بتطبيق العلاقة التالية : $TMST_{KL} = \frac{\Delta L}{\Delta K}$

بنفس الطريقة للحالة العكسية السابقة ، كما نلاحظ أن $TMST_{KL} \neq TMST_{LK}$ ، ومن تم فإن :

$$TMST_{KL} = \frac{1}{TMST_{LK}} \; ; \; TMST_{LK} = \frac{1}{TMST_{KL}}$$

IV-2-4- خط التكاليف المتساوية: يمكن خط التكاليف المتساوية من مقارنة الموارد المالية المتاحة المتمثلة في الميزانية المخصصة للإنتاج والأسعار السائدة في السوق لعوامل الإنتاج ، التي يتم التعبير عنها وفق العلاقة التالية :-

$$B = L.P_L + K.P_K + ... + TP_T$$

حيث أن :

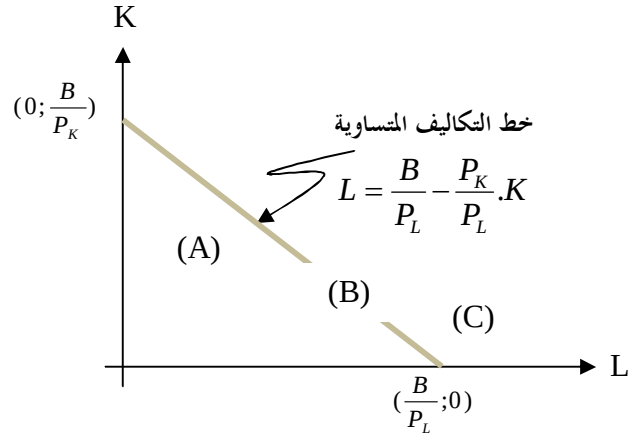
B تمثل الميزانية المخصصة للإنتاج (الإنفاق الإجمالي للمنتج) ؛

K , L,…, T تمثل عناصر الإنتاج ، و المتمثلة في عنصر رأس المال ، العمل ،.... التكنولوجية على التوالي؛

P_K , P_L,…,P_T تمثل أسعار عناصر الإنتاج .

وعليه فإنه يمكن أن نميز بين ثلاثة وضعيات من الإنفاق الإجمالي للمنتج لأجل الحصول على الكمية اللازمة لإنتاج سلعة معينة ، والتي تتمثل في الأتي :-

- $B\rangle L.P_L + K.P_K$ ⇐ الإنفاق أدنى من الميزانية المخصصة حيث تمثل المنطقة (A) في الشكل ؛
- $B = L.P_L + K.P_K$ ⇐ الإنفاق يعادل الميزانية المخصصة حيث تمثل المنطقة (B) في الشكل ؛
- $B\langle L.P_L + K.P_K$ ⇐ الإنفاق أكبر من الميزانية المخصصة حيث تمثل المنطقة (C) في الشكل .



☚ **يعرف خط التكاليف المتساوية** : على أنه يمثل التوليفات المختلفة من عوامل الإنتاج التي يمكن إقتناءها بنفس التكاليف الإجمالية ، إذ أن معادلة خط التكاليف المتساوية تأخذ الصورة التالية :

$$L=\frac{B}{P_L}-\frac{P_K}{P_L}.K$$

بما أن المنتج يسعى إلى الوصول إلى التوليفة المثلى من عناصر الإنتاج K وL التي تسمح له بتحقيق أقصى مستوى إنتاج وبأقل تكلفة ممكنة ، حيث يمكن تحقيق ذلك من خلال :

- **التوازن اقتصاديا** ⇐ يتحقق عندما ينفق كامل الميزانية المخصصة للإنتاج مع حصوله على أقصى مستوى إنتاج ممكن ؛
- **التوازن بيانيا** ⇐ عند حدوث تماس بين منحنى الناتج المتساوي وخط التكاليف المتساوية ؛
- **التوازن رياضيا** ⇐ هناك أسلوبين للحصول على التوازن الرياضي للمنتج هما :-

الأسلوب الأول: تعادل ميل خط التكاليف المتساوية مع ميل منحنى الناتج المتساوي ، والذي يتحقق بـــ:-

$$TMST_{L\,K}=\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} TMST_{L\,K}=\dfrac{-Pm_L}{Pm_K} \\ \alpha=\dfrac{-P_L}{P_K} \end{cases}$$

ومنه فإن نتيجة التعادل تتمثل في تحقق العلاقة التالية :

$$\frac{Pm_L}{Pm_K}=\frac{P_L}{P_K}$$

مثال توضيحي: بالرجوع إلى توليفات عوامل الإنتاج المثال السابق والمتمثلة في الإحداثيات A(3;12) ، B(4;8) و C(5:6,3) ، كما أن الميزانية المخصصة لإنتاج السلعة x تقدر بـ 80وحدة نقدية ، بينما أسعار عاملي الإنتاج العمل و رأس المال على التوالي 10 و5 $(P_L = 10; P_K = 5)$ ، والمطلوب :-

- رسم منحنى الناتج المتساوي لتوليفات عوامل إنتاج السلعة x ؟
- كتابة معادلة خط الميزانية ، مع تمثيلها بيانيا على نفس معلم تمثيل منحنى الناتج المتساوي ؟
- تحديد توليفة عوامل الإنتاج التي تحقق أعظم مستوى إنتاج من السلعة x ؟

الحل :

أولا_ رسم منحنى الناتج المتساوي للسلعة x : بتمثيل إحداثيات عوامل إنتاج السلعة x و المبينة في الجدول الموالي نحصل على الشكل أدناه .

الحالة	L	K
A	3	12
B	4	8
C	5	6,3

ثانيا_ كتابة معادلة خط الميزانية : بتعويض مقدار الميزانية المخصصة و أسعار عوامل الإنتاج في عبارة خط الميزانية نحصل على المعادلة التالية :-

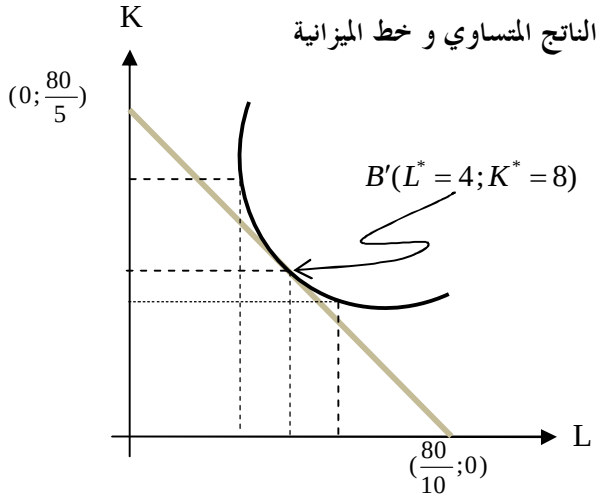
$$L = \frac{B}{P_L} - \frac{P_K}{P_L}.K \mapsto L = \frac{80}{5} - \frac{10}{5}.K \Rightarrow L = 16 - 2K$$

- تمثيل معادلة خط الميزانية : بتمثيل معادلة خط الميزانية على نفس المعلم مع منحنى الناتج المتساوي و المبين في الشكل المقابل ، وذلك بالإستعانة بالعلاقات التالية :-

$$K = 0 \Rightarrow L = \frac{B}{P_L} = \frac{80}{10} = 8$$

$$L = 0 \Rightarrow K = \frac{B}{P_K} = \frac{80}{5} = 16$$

شكل التمثيل لمنحنى الناتج المتساوي و خط الميزانية



ثالثا_ تحديد توليفة عوامل الإنتاج التي تحقق أعظم مستوى إنتاج من السلعة x : نلاحظ من الشكل أعلاه أن منحنى الناتج المتساوي يمس خط الميزانية في النقطة B ، أي عند الإحداثية 4 وحدات عمل و8 وحدات من رأس المال (وحدة نقدية) .

الأسلوب الثاني : يُعتمد على هذا الأسلوب في حالة إمكانية التعبير عن مستوى الإنتاج لسلعة ما بدالة رياضية ، والذي يمكن أن تأخذ الصورة التالية إذا فرضنا أن هذه السلعة تعتمد على عنصري العمل و رأس المال.

$$Q = f(L,K)$$

وذلك في حدود الميزانية المخصصة للإنتاج (B) وفي ظل أسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق(P_L;P_K)

إن هدف المنتج هو تعظيم مستوى إنتاجه من السلعة ، حيث يمكن تحديد هذا المستوى وفق إحدى الطـــريقين الأتيتين :

- **طريقة شرطي التوازن** : تتطلب هذه الطريقة تحقق شرطين أساسيين ، تساوي نسبة الإنتاجيـــة الحديـــة بالنسبة لكل عامل من عوامل الإنتاج إلى سعرها ، والذي يعبر عنها وفق العلاقة التالية :-

$$\frac{Pm_L}{P_L} = \frac{Pm_K}{P_K} = ... = \frac{Pm_T}{P_T}$$

أما الشرط الثاني لهذه الطريقة فيتمثل في إنفاق كامل الميزانية المخصصة لإنتاج السلعة المعنية ، والذي يتحقق من خلال المعادلة الأتية : $B = P_L.L + P_K.K + ... + P_T.T$

- **طريقة مضاعف Lagrange** : كما سبق شرح هذه الطريقة في نظرية المنفعة القياسية ، فإنها تعتمـــد على إيجاد الحلول للدالة الأصلية بالإعتماد على دالة أو قيد مشروطة بها ، ومن ثم فإن دالة الإنتاج بإعتبارها دالة أصلية مشروطة بمعادلة ميزانية الإنفاق ، وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب وفق الشكل التالي :-

$$\Im = Q + \lambda(B - L.P_L - K.P_K)$$

وعليه فإن إيجاد الحلول يعتمد على حساب المشتقات الجزئية الأولى بالنسبة لكل متغير في دالة لاغـــرانج وذلـــك كالآتي:

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0 \Rightarrow P_{mL} - \lambda P_L = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial K} = 0 \Rightarrow P_{mK} - \lambda P_K = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow B - LP_L - KP_K = 0$$

مثال توضيحي : بإفترض أن إنتاج السلعة X يعتمد على عامل رأس المال و مستوى معين من اليد العاملة ، إذ يمكن التعبير عن هذه العلاقة بالدالة الرياضية التالية :

$$Q_x = (L).(K)$$

تقدر الميزانية المخصصة للإنتاج هذه السلعة بـــ 200 وحدة نقدية ، أما أسعار عوامل الإنتاج فهي 4 و2 على التوالي بالنسبة لليد العاملة و رأس المال .

- ماهي التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج التي تمكن من تعظيم مستوى الإنتاج للسلعة X ؟
- تقدير مستوى الإنتاج الموافق لهذه التوليفة ؟

الحل النموذجي : لتطبيق طريقة شرطي التوازن نتبع الخطوات الأتية :-

- **التحقق** من شرط تساوي نسبة الإنتاجية الحدية بالنسبة لعامل رأس المال و اليد العاملة إلى سعرها ؛

- الناتج الحدي لعنصر رأس المال : $Pm_K = \frac{\partial Q_x}{\partial K} \mapsto Pm_K = L$
- الناتج الحدي لعنصر اليد العاملة : $Pm_L = \frac{\partial Q_x}{\partial L} \mapsto Pm_L = K$

وبتعويض هذه النواتج وأسعار عوامل الإنتاج في الشرط الضروري للتوازن نحصل على المعادلة الأتية :

$$\frac{Pm_L}{P_L} = \frac{Pm_K}{P_K} \mapsto \frac{K}{4} = \frac{L}{2} \Rightarrow K = 2L \cdots (I)$$

- التحقق من إنفاق كامل الميزانية المخصصة لإنتاج السلعة X، وبالتالي فإن معادلة الإنفاق تأخذ الصورة التالية:

$$B = L.P_L + K.P_K \Leftrightarrow 200 = 4L + 2K$$

بتعويض المعادلة (I) في معادلة الإنفاق نحصل على :-

$$200 = 4L + 2(2L) \Rightarrow L = \frac{200}{8} \Rightarrow L = 25$$
$$K = 2L \Rightarrow K = 2(25) \Rightarrow K = 50$$

ومنه فإن كميات عوامل الإنتاج التي تحقق أعظم إنتاج ممكن في حدود الميزانية المخصصة لهذا و في ظل أسعار عوامل الإنتاج تتمثل في 25 عامل ، وبرأس مال يقدر بـــ 50 وحدة نقدية .

أما مستوى الإنتاج الأمثلي المقابل لهذه التوليفة فيقدر بـــ :

$$Q_X = K.L \Rightarrow Q_X = 25 \times 50$$
$$Q_X = 1250_{Unité}$$

IV-3- مرونة الإنتاج : تتطلب دراسة سلوك المنتج ضرورة الأخذ مدى حساسية أو إستجابة التغير في الانتاج الكلي عند التغير في أحد عناصر الانتاج ، حيث يمكن قياس هذه الإستجابة عن طريق مرونة الإنتاج ، وبالتالي فهي تعبر عن مدى التغير النسبي في كمية الانتاج الكلي الناتجة عن التغير في عامل الانتاج المتغير بمقدار معين.

وعليه يتم حساب مرونة الإنتاج بتقدير حاصل قسمة التغير النسبي في الإنتاج الكلي إلى التغير النسبي لعامل الإنتاج المتغير في ظل تباث العوامل الأخرى المؤثرة على الإنتاج ، وهذا ما يعبر عنه بالعلاقة التالية :

$$E_H = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta H}$$

وبتحليل هذه العلاقة نحصل على الصيغة الأتية :-

$$E_H = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta H}{H}} \Rightarrow E_H = \left(\frac{\Delta Q_x}{Q_x}\right).\left(\frac{H}{\Delta H}\right) \Leftrightarrow E_H = \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta H}\right).\left(\frac{H}{Q_x}\right)$$

حيث أن :

E_H : تمثل مرونة الإنتاج عند التغير في العنصر H ؛

Q_x : الإنتاج الكلي بالنسبة للسلعة X ؛

H : عنصر الإنتاج المتغير ؛

في الحالة التي يكون التعامل مع البيانات المستمرة المعبر عنها بدالة الإنتاج ، فإنه يتم إستعمال المشتق كتقريب لنسبة التغير في الإنتاج الكلي إلى نسبة التغير فيعنصر الإنتاجي المتغير ، و بالتالي فإن علاقة قياس مرونة الإنتاج ستأخذ الصورة التالية :

$$E_H = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial H}\right).\left(\frac{H}{Q_x}\right)$$

مثال توضيحي : بالرجوع إلى المثال السابق ، أوجد مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصري الإنتاج المعتمدين وذلك عند وضعية التوازن ؟

الحل : لدينا من نتائج المثال السابق المعطيات التالية :-

- دالة الإنتاج : $Q_x = (L).(K)$
- كمية عوامل الإنتاج عند وضعية التوازن : $L = 25 \; ; \; K = 50$
- مستوى الإنتاج المحقق : $Q_x = 1250$

1- حساب مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل (L) : بتطبيق علاقة حساب مرونة الإنتاج نحصل على :

$$E_L = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial L}\right).\left(\frac{L}{Q_x}\right) \mapsto E_L = K.\left(\frac{L}{Q_x}\right) \Leftrightarrow E_L = 50.\left(\frac{25}{1250}\right) \Rightarrow E_L = 1$$

تشير هذه القيمة إلى أنه عند التغير في عنصر العمل بـــ1% فإن ذلك سوف يؤدي إلى التغير في الإنتاج الكلي بنفس المقدار .

2- حساب مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر راس المال (K) : تتمثل قيمة مرونة الإنتاج في :

$$E_K = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial K}\right).\left(\frac{K}{Q_x}\right) \mapsto E_K = L.\left(\frac{K}{Q_x}\right) \Leftrightarrow E_L = 25.\left(\frac{50}{1250}\right) \Rightarrow E_K = 1$$

تشير قيمة مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال إلى أنه عند التغير في عنصر رأس المال بـــ1% فـــإن ذلـــك سيؤدي إلى التغير في الإنتاج الكلي بنفس المقدار (1%) .

☚ قم تقدر قيمة مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال عند تخفيض رأس المال إلى 45 وحدة نقدية ؟

عند التغير في عنصر رأس المال إلى 45 (و.ن) مع فرض ثبات عنصر العمل (25) فإن متسوى الإنتاج المقابـــل لذلك يقدر بـــ :

$$Q_{x2} = (25).(45) \Leftrightarrow Q_{x2} = 1125$$

وبالتالي فإن مقدار قيمة مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال تتمثل في :-

$$E_K = \left(\frac{\Delta Q_x}{\Delta K}\right).\left(\frac{K_1}{Q_{x1}}\right) \mapsto E_K = \left(\frac{1125-1250}{45-50}\right).\left(\frac{50}{1250}\right) \Rightarrow E_K = 1$$

تشير قيمة مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر رأس المال إلى أنه عند التغير في عنصر رأس المال بـــــ1% فـــإن ذلـــك سيؤدي إلى التغير في الإنتاج الكلي بنفس المقدار (1%) .

V- تمارين محلولة لنظرية سلوك المنتج

V-1. صيغة التمارين

التمرين الأول: وضح بإيجاز المقصود بالمصطلحات التالية :-

دالة الانتاج ، عناصر الانتاج ، الانتاج الكلي، الانتاجية الحدية، الانتاجية المتوسطة ، المدى القصير والمدى الطويل، منحنى الناتج المتساوي ، منحنى التكاليف المتساوية، مرونة الانتاج ، مسار التوسع ، غلة الحجم (المردود السلمي)، قانون تناقص الغلة (ومتى يبدأ مفعولها).

التمرين الثاني: من أجل زراعة الحبوب Q يتطلب إستخدام عنصر الأرض (T) بمساحة محدودة و المقدرة بـــ 5 هكتـــارات ،بالإضافة إلى عنصر اليد العاملة (L) و التي تتفاوت إستخداماتها حسب الحاجة ، وبالتالي يمكن توضيح التغير في الإنتاج الكلـــي المقابل للتغير في عنصر اليد العاملة من خلال الجدول التالي :

الأرض (T)	5	5	5	5	5	5	5	5	5
العمل (L)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
مستوى الإنتاج (Q)	0	3	8	12	15	17	17	16	13

المطلوب : الإجابة على الأسئلة الأتية :-

1- أوجد الإنتاج المتوسط و الحدي لعامل العمل ؟

2- أرسم منحنى الإنتاج الكلي و المتوسط و الحدي على معلم واحد و اشرح هذه المنحنيات ؟

3- ما الذي ينص عليه قانون تناقص الغلة و من أين يبدأ مفعوله؟

4- ما معنى وجود إنتاج حدي موجب ، سالب و معدوم ؟

5- حدد مراحل الإنتاج الثلاث ؟

التمرين الثالث : لتكن لدينا دالة الانتاج التالية:

$$f(K,L)=3KL^2-KL^3$$

1- ما هي كمية العمل التي تضمن أقصى انتاج كلي اذا كان $K=10$ ؟

2- انطلاقا من أي قيمة يزداد الانتاج بمعدل متناقص ؟

3- حدد مناطق الانتاج الثلاث ؟

4- حدد المسار الامثل للتوسع اذا كانت أسعار عناصر الانتاج $P_L=1$ و $P_k=2$.

التمرين الرابع : تأخذ دالة انتاج احدى المؤسسات الشكل التالي :-

$$Q = bL^{\alpha} K^{\beta}$$

(α، β و bعبارة عن ثوابت).

1- ما نوع الدالة وما هي خصائصها ؟

2- أحسب α و β علما أن مرونة الانتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ودالة الانتاج متجانسة من الدرجة الثانية ؟

3- اذا اعتبرنا أن: $\alpha = \frac{3}{2}$ و $\beta = \frac{1}{2}$ و $b = 2$، أوجد درجة تجانس هذه الدالة ؟

4- أوجد دوال الانتاجية ؟

5- أوجد صيغة TMST لهذه الدالة ؟

6- باعتبار أن أسعار عوامل الانتاج هي كالتالي: $P_L = 9$ و $P_k = 3$ وقيمة التكاليف اللازمة لذلك هي 500 و.ن، أوجد الكميات المثلى التي تعظم الإنتاج ؟

7- ما هو الحد الآدنى من التكاليف الموافقة لانتاج قدره 300 و.م (باعتبار أن أسعار عوامل الانتاج تبقى ثابت)؟

8- أوجد مختلف مرونات هذه الدالة ؟

التمرين الخامس : اذا كانت دالة انتاج احدى المؤسسات تأخذ الشكل التالي:

$$f(k,L) = K^2 - KL + 2L^2$$

1- ما هي درجة تجانس هذه الدالة، ماذا تستنتج؟

2- حدد المسار الامثل للتوسع اذا كانت أسعار عناصر الانتاج P_L و P_k على التوالي 4 و2. وماذا يعني هذا المسار.

3- ما هو أمثل انتاج للمؤسسة اذا كانت ميزانيتها $C = 100$.

4- أوجد مختلف مرونات هذه الدالة وماذا تستنتج؟

V-2. الحلول النموذجية للتمارين

التمرين الأول:

1- الإنتاج: هو عملية تحويل المدخلات الى مخرجات أي تحويل عوامل الانتاج التي تشترى من قبل المؤسسة الى منتجات تقوم المؤسسة ببيعها.

2- عناصر الانتاج / الموارد الإنتاجية / المدخلات: يقصد بها العوامل التي تستخدم في العملية الانتاجية وتقسم عناصر الانتاج الى اربعة عناصر تتمثل في : الأرض T، العمل L، رأس المال K والتنظيم O.

3- دالة الانتاج: يمكن اعتبارها على انها العلاقة التقنية بين المدخلات (عناصر الانتاج) والمخرجات (الناتج). وتكتب كما يلي: $PT = Q = f(L,K,T,O)$

4- الانتاج الكلي PT : يصف لنا تطور الانتاج بدلالة عنصر الانتاج المتغير.

5- الانتاجية الحدية Pm : تصف لنا نسبة تغير الانتاج الى تغير كمية عنصر الانتاج المتغير. وتعبر الانتاجية الحدية عن مساهمة الوحدة الاخيرة من عنصر الانتاج المتغير في الانتاج الكلي.

- اذا كانت دالة الانتاج مستمرة وكان عنصر الانتاج المتغير هو العمل فإن: $Pm_L = \frac{dPT}{dL}$
- أما اذا كانت متقطعة فإن: $Pm_L = \frac{\Delta PT}{\Delta L}$

وما ينطبق على العمل ينطبق على باقي عوامل الانتاج.

6- الانتاجية المتوسطة PM **:** تصف لنا المساهمة المتوسطة في الانتاج من طرف عنصر الانتاج المتغير، فإذا كان عنصر الانتاج المتغير هو العمل، فإن الانتاجية المتوسطة للعمل تساوي الى: $PM_L = \frac{PT}{L}$

وما ينطبق على العمل ينطبق على باقي عوامل الانتاج.

7- المدى القصير والمدى الطويل: المدى القصير للإنتاج، وهي المرحلة التي يكون فيها على الأقل عنصر إنتاجي واحد ثابتا، أي أن الكمية المستخدمة من هذا العنصر غير قابلة للزيادة أو النقصان. أما **المدى الطويل** فهي المرحلة التي تكون جميع عناصر الإنتاج المستخدمة قابلة للتغيير.

8- منحنى الناتج المتساوي/ منحنى تساوي الانتاج: عبارة عن توليفات رأس المال- العمل المستخدمة في العملية الانتاجية والتي تعطي نفس مستوى الانتاج.

9- منحنى التكاليف المتساوية: وهو المنحنى (أو الخط) الذي يوضح مختلف التوليفات من رأس المال والعمل، والتي يمكن للشركة استخدامها في حدود تكلفة إجمالية ثابتة (تعطي نفس التكلفة الكلية) والتي تحقق المعادلة التالية:

$$CT = L.P_L + K.P_K$$

10- مرونة الانتاج: تعبر عن حساسية الانتاج للتغير في أحد عناصر الانتاج، وهي عبارة عن التغير النسبي في الانتاج مقسوماً على التغير النسبي في عامل الانتاج المتغير.

11- مسار التوسع: هو المنحنى أو الخط الذي يربط نقاط التماس لمنحنيات الناتج المتساوي مع خطوط التكاليف المتساوية (بشرط ثبات أسعار عناصر الإنتاج) ، وهو بهذا التعريف يشتمل على كافة التوليفات المثلى الممكنة.

12- غلة الحجم (المردود السلمي): تعبر عن مقدار التغير في الانتاج نتيجة التغير في عناصر الانتاج.

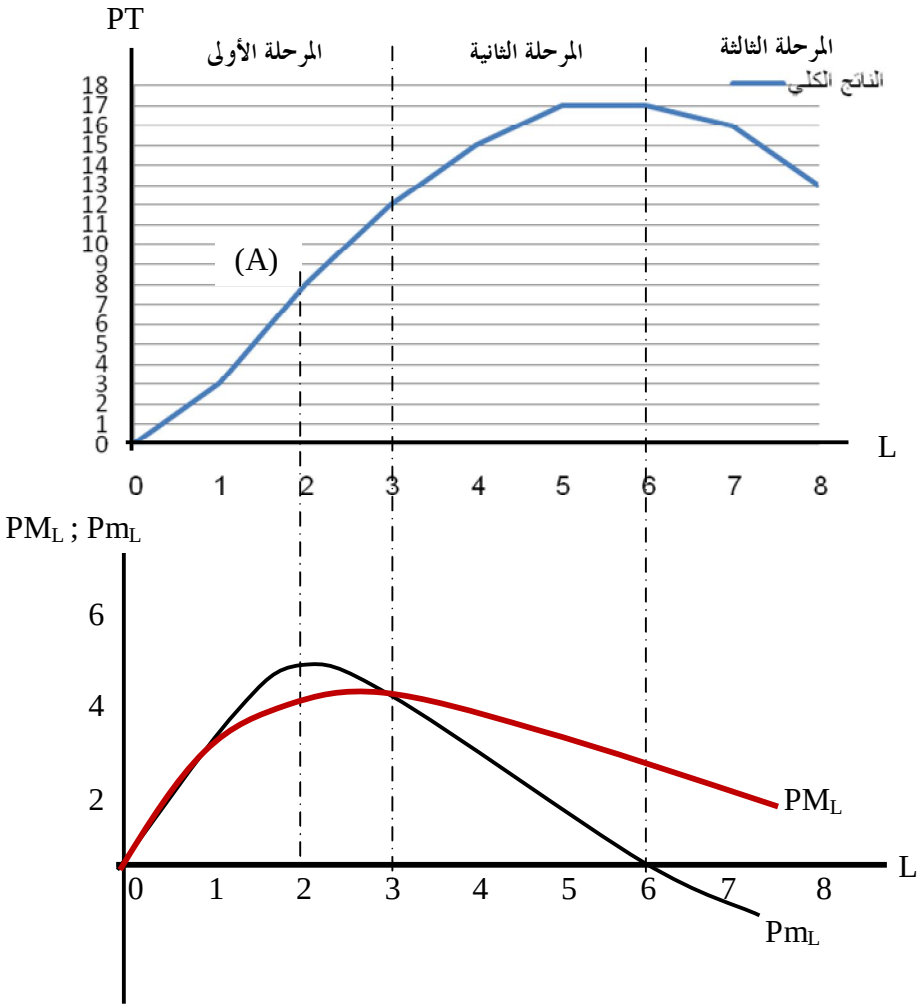
13- قانون تناقص الغلة (ومتى يبدأ مفعولها): عندما نرفع كمية أحد عناصر الانتاج في العملية الانتاجية مع تثبيت العناصر الأخرى، فإنه يوجد نقطة يصبح بعدها الانتاج يتزايد بمعدل متناقص. ويبدأ مفعوله عندما يزداد الانتاج الكلي بمعدلات متناقصة.

التمرين الثاني :

1- إيجاد الإنتاج الحدي و المتوسط للعمل : يوضح الجدول الموالي مختلف مؤشرات إنتاج الحبوب ؛

الأرض (T)	5	5	5	5	5	5	5	5	5
العمل (L)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
مستوى الإنتاج (Q)	0	3	8	12	15	17	17	16	13
الإنتاج المتوسط (PM_L)	0	3	4	4	3,75	3,4	2,83	2,28	1,62
الإنتاج الحدي (Pm_L)	-	3	5	4	3	2	0	1-	3-

2- رسم المنحنيات : بتمثيل البيانات المبينة في الجدول أعلاه نحصل على الأشكال التالي :-



التعليق على الشكل : من خلال الشكلين السابقين لمنحنيات النواتج ، نلاحظ تغير الغلة بزيادة عامل إنتاج واحد وتثبت باقي العوامل الإنتاجية الأخرى وبالتالي يمكن التمييز بين الوضعيات الأتية :-

نلاحظ أن منحنى الإنتاج الكلي يتزايد إلى أن يصل إلى حده الأقصى عندما تكون قيمة اليد العاملة 6 عمال ، حيث يزداد بمعدلات متزايدة عندما يكون الإنتاج الحدي متزايد و هذا من L=0 إلى L=2 ، ثم يزداد بمعدلات متناقصة عندما يكون الإنتاج الحدي متناقص و هذا من L=2 إلى L=6 ، ثم يتميز بالثبات عندما يكون عدد العمال 5 و 6 ، ثم يبدأ بالتناقص من القيمة القصوى له إلى أن يبلغ عدد العمال 9 ؛

نلاحظ أيضا أن منحنى الإنتاج الحدي يتزايد بزيادة عدد العمال إلى أن يصل إلى حده الأقصى عندما يكون عدد العمال 2 ثم يبدأ بالتناقص إلى أن ينعدم عندما يكون الإنتاج الكلي في حده الأقصى ثم يصبح سالب و هذا راجع إلى أن زيادة العامل 6 و 7 ثم إلى 8 أدى إلى انخفاض الإنتاج بوحدة واحدة ، ثم بثلاثة وحدات ؛

نلاحظ أن منحنى الإنتاج المتوسط يتزايد كذلك بزيادة العمال ، حيث يصل إلى حده الأقصى عندما يكون عدد العمال 3 و قيمته عند هذه النقطة تكون تساوي 4 و في هذه النقطة نلاحظ أن منحنى الإنتاج الحدي يقطع منحنى الإنتاج المتوسط في حده

الأقصى، ثم يأخذ في التناقص بعد ذلك بزيادة عدد العمال و كلما كان عدد العمال كبير كلما كان منحنى الإنتاج المتوسط يقارب محور الفواصل.

3- قانون تناقص الغلة : ينص هذا القانون على أن الإنتاج الكلي يتغير بزيادة وحدات العمل ، و نجد هذا القانون في الأجل القصير عندما يكون الإنتاج الكلي بدلالة عنصر العمل فقط ، فتغير الإنتاج الكلي يترجم في البداية بالزيادة بمعدلات متزايدة كلما أضفنا وحدة واحدة من عنصر العمل ، ثم يزداد بمعدلات متناقصة ليحافظ بعدها بالثبات عندما يكون عدد العمال 5 و 6 ، ثم يبدأ بالتناقص من القيمة القصوى له إلى أن يبلغ عدد العمال 8 حسب هذه الحالة .

يبدأ **مفعول قانون تناقص الغلة** من نقطة انعطاف دالة الإنتاج الكلي ، أي عندما يبدأ الإنتاج الحدي بالتناقص ، وهي عند النقطة العظمى للإنتاج الحدي $MAX\ Pm_L$ ، أي أن المفعول يبدأ عندما يكون $L=2$ (رياضيا تحسب من المشتقة الثانية للإنتاج الكلي أو المشتقة الأولى للإنتاج الحدي) .

4- معنى وجود إنتاج حدي موجب، سالب، معدوم :

- إنتاج حدي موجب $Pm_L > 0$ أي $\Delta Q/\Delta L > 0$ يعني أن التغير في الإنتاج الكلى يكون موجب $\Delta Q > 0$ أي أننا كلما أضفنا وحدة إضافية من عنصر العمل كلما زاد الإنتاج الكلي.
- إنتاج حدي سالب $Pm_L < 0$ أي $\Delta Q/\Delta L < 0$ يعني أن التغير في الإنتاج الكلى يكون سالب $\Delta Q < 0$ أي أن العامل 6 تسبب في انخفاض الإنتاج بوحدة واحدة و 8 نفس الشئ.
- إنتاج حدي معدوم $Pm_L = 0$ أي $\Delta Q/\Delta L = 0$ يعني أن التغير في الإنتاج الكلى يكون معدوم $\Delta Q = 0$ أي الإنتاج الكلي يكون ثابت عند العاملين 5 و 6 .

5- مراحل الإنتاج : تم توضيحها في الشكلين السابقين ، حيث تتمثل فيمايلي :

- المرحلة الأولى: تسمى مرحلة **النمو** تبدأ من الإنتاج الكلي مساويا للصفر إلى الحد الأعظمي للإنتاج المتوسط $PT=0$ إلى $Max\ PML$، وحسب الحالة المدروسة تتمثل من $L=0$ إلى $L=3$ ؛
- المرحلة الثانية : تسمى مرحلة **الإنتاج** تبدأ من الحد الأقصى للإنتاج المتوسط إلى الحد الأقصى للإنتاج الكلي $Max\ PML$ إلى $Max\ PT$ ، و التي تكون محصورة ما بين $L=3$ إلى $L=6$ ؛
- المرحلة الثالثة: تسمى مرحلة **الخسارة** تبدأ من الحد الأقصى للإنتاج الكلي إلى أن تدخل المؤسسة في مرحلة الخسارة أي الإنتاج الكلي مساويا للصفر. $Max\ PT$ إلى $PT=0$ ، و تكون من $L=6$ إلى $L=8$.

التمرين الثالث : إذا كانت دالة الإنتاج يتم التعبير عنها كالأتي :

$$f(k,L)=3KL^2-KL^3$$

فإن :

أولا- كمية العمل التي تضمن أقصى انتاج كلي إذا كان $K=10$ **:** بتعويض مقدار عنصر رأس المال في دالة الإنتاج نحصل على الدالة الأتية ؛

$$f(L)=30L^2-10L^3$$

وبالتالي فإن أقصى إنتاج كلي يمكن تحقيقه من خلال إستخدام مستوى عنصر العمل ، والذي يتم تقديره بالإعتماد على عدمية المشتقة الأولى ،=0، أي:

$$\frac{df(10,L)}{dL}=0\mapsto 60L-30L^2=0\Rightarrow L(60-30L)=0\Leftrightarrow\{L=0\vee L=2$$

القيمة الأولى مرفوضة كونها سالبة ، اما القيمة الثانية $L=2$ والتي نعتمدها ، وبالتالي تحقق لنا اقصى انتاج و المقدر بـــ:

$$PT=30(2)^2-10(2)^3\Rightarrow PT=200$$

ثانيا- تحديد مستوى العمالة التي تبدأ بإزدياد الانتاج بمعدل متناقص : يزداد الانتاج بمعدل متناقص عندما تكون الانتاجية الحدية في حدها الأقصى أي من نقطة الانعطاف:

$$\frac{df^2(10,L)}{dL^2}=0\Rightarrow 60-60L=0\Rightarrow L=1.$$

ثالثا- تحديد مناطق الانتاج الثلاث : تتمثل مناطق الإنتاج فيما يلي :-

- **المنطقة الأولى:** من الصفر إلى نقطة تقاطع منحنى Pm_L بـــ PM_L ، و بالتالي فإن مستوى العمالة الذي يحقق أقصى مستوى من الإنتاج متوسط يتمثل في :-

$$\left.\begin{array}{l}Pm_L=60L-30L^2\\PM_L=30L-10L^2\end{array}\right\}\ Pm_L=PM_L\Leftrightarrow 60L-30L^2=30L-10L^2\Rightarrow\begin{cases}L=0\\L=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

ومنه فإن مجال مستوى اليد العاملة يكون من 0 الى 1.5 ؛

- **المنطقة الثانية:** من نقطة تقاطع منحنى Pm_L بـــ PM_L ، الى الحد الأقصى للإنتاج الكلي ، بمعـــنى أن مجـــال مستوى اليد العاملة يكون من 1.5 إلى 2 ؛
- **المنطقة الثالثة:** الحد الأقصى للإنتاج الى ما لا نهاية، أي من عاملين إلى الحد الأقصى للعمالة المتوفرة والمؤهلة للإنتاج

رابعا- تحديد المسار الامثل للتوسع : اذا كانت أسعار عناصر الانتاج $P_L=1$ و $P_k=2$.

بإشتقاق المسار الامثل للتوسع من الشروط الأولى لتعظيم الانتاج نحصل على ؛

$$\frac{Pm_L}{Pm_K}=\frac{P_L}{P_k}\Rightarrow\frac{6KL-3KL^2}{3L^2-L^3}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{kL(6-3L)}{L(3L-L^2)}=\frac{1}{2}\Rightarrow K=\frac{3L-L^2}{2(6-3L)}$$

التمرين الرابع : إذا كانت دالة إنتاج السلعة Q يعبر عنها بالشكل الأتي :-

$$Q = bL^{\alpha} K^{\beta}$$

(α ، β و b عبارة عن ثوابت).

أولا-1- تحديد نوع الدالة : تنتمي هذه الدالة إلى فئة دوال كوب دوغلاس.

أولا-2- خصائص دوال كوب دوغلاس: تتمثل هذه الخصائص في :-

- تستخدم هذه الدالة في المشاريع الصناعية الكبرى ؛
- α ، β محصوران بين الصفر والواحد ؛

9- أحسب α و β علما أن مرونة الانتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ودالة الانتاج متجانسة من الدرجة الثانية ؟

10- اذا اعتبرنا أن: $\alpha = \frac{3}{2}$ و $\beta = \frac{1}{2}$ و $b = 2$ ، أوجد درجة تجانس هذه الدالة ؟

11- أوجد دوال الانتاجية ؟

12- أوجد صيغة TMST لهذه الدالة ؟

13- باعتبار أن أسعار عوامل الانتاج هي كالتالي: $P_L = 9$ و $P_k = 3$ وقيمة التكاليف اللازمة لذلك هي 500 و.ن، أوجد الكميات المثلى التي تعظم الإنتاج ؟

14- ما هو الحد الآدنى من التكاليف الموافقة لانتاج قدره 300 و.م (باعتبار أن أسعار عوامل الانتاج تبقى ثابت)؟

15- أوجد مختلف مرونات هذه الدالة ؟

- تقدير الإنتاج الحدي لعنصري العمل و رأس المال:

$$Pm_L = \frac{dQ}{dL} \mapsto Pm_L = \alpha bL^{\alpha-1} \cdot K^{\beta} \Rightarrow Pm_L = \alpha bL^{\alpha} \cdot K^{\beta}.L^{-1} \Leftrightarrow Pm_L = \frac{\alpha Q}{L}$$

$$Pm_K = \frac{dQ}{dK} \mapsto Pm_K = \beta bL^{\alpha} \cdot K^{\beta-1} \Rightarrow Pm_K = \beta bL^{\alpha} \cdot K^{\beta}.K^{-1} \Leftrightarrow Pm_K = \frac{\beta Q}{K}$$

- العلاقة بين الإنتاج الحدي والمتوسط لعامل من عوامل الإنتاج:

$$Pm_L = \frac{\alpha Q}{L} = \alpha PM_L$$

$$Pm_K = \frac{\beta Q}{K} = \beta PM_K$$

- مرونات عوامل الإنتاج :

$$E_L = \frac{dQ}{dL} \cdot \frac{L}{Q} = \alpha.bL^{\alpha-1}K^{\beta} \cdot \frac{L}{bL^{\alpha}K^{\beta}} = \alpha$$

$$E_K = \frac{dQ}{dK} \cdot \frac{K}{Q} = \beta.bL^{\alpha}K^{\beta-1} \cdot \frac{K}{bL^{\alpha}K^{\beta}} = \beta$$

- المعدل الحدي للإحلال التقني:

$$TMST_{(L;K)} = \frac{Pm_L}{Pm_K} = \frac{\frac{\alpha Q}{L}}{\frac{\beta Q}{K}} = \frac{\alpha K}{\beta L}$$

⊞ درجة تجانس الدالة:

$$Q = f^*(t.L, t.K) = b(t.L)^{\alpha}(t.K)^{\beta} = t^{\alpha+\beta}.f(.L,.K)$$

- إذا كان $\alpha+\beta>1$ تكون الدالة متجانسة من الدرجة $\alpha+\beta$ وتقبل مردود سلمي متزايد ؛
- إذا كان $\alpha+\beta<1$ تكون الدالة متجانسة من الدرجة $\alpha+\beta$ وتقبل مردود سلمي متناقص ؛
- إذا كان $\alpha+\beta=1$ تكون الدالة متجانسة من الدرجة الأولى وتقبل مردود سلمي ثابت .

ثانيا- حساب α و β بالإعتماد على أن مرونة الانتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5 ودالة الانتاج متجانسة من الدرجة الثانية.

$$E_L = \alpha = 0{,}5$$

$$Q = f^*(t.L, t.K) = t^2.f(.L,.K)$$

$$t^{\alpha+\beta} = t^2 \Rightarrow \alpha+\beta = 2 \Rightarrow \beta = 1{,}5.$$

ثالثا- اذا اعتبرنا أن: $\alpha = \frac{3}{2}$ و $\beta = \frac{1}{2}$ و $b=2$، فإن درجة تجانس هذه الدالة يتمثل في :

$$Q = 2L^{3/2}K^{1/2}$$

$$Q = f^*(t.L, t.K) = 2(t.L)^{3/2}(t.K)^{1/2} = t^{3/2+1/2}.f(.L,.K) = t^2.f(.L,.K)$$

الدالة متجانسة من الدرجة 2 وتقبل مردود سلمي متزايد.

رابعا- تحديد دوال الانتاجية : يتم تقدير دوال الإنتاج الحدية و المتوسطة بالنسبة لعنصري العمل ورأس المال فيمايلي :-

⊞ **بالنسبة لدالة الإنتاج الحدي لكل عنصر:**

$$Pm_L = 3L^{1/2}K^{1/2}$$

$$Pm_K = L^{3/2}K^{-1/2}$$

⊞ **بالنسبة لدالة الإنتاج المتوسط لكل عنصر :**

$$PM_L = 2L^{1/2}K^{1/2}$$

$$PM_K = 2L^{3/2}K^{-1/2}$$

خامسا- كتابة صيغة المعدل الحدي للإحلال الفني $TMST_{(L;K)}$:

$$TMST_{(L;K)} = \frac{Pm_L}{Pm_K} \Rightarrow TMST_{(L;K)} = \frac{3L^{1/2}K^{1/2}}{L^{3/2}K^{-1/2}} \Leftrightarrow TMST_{(L;K)} = \frac{3K}{L}$$

سادسا- تحديد التوليفة المثلي من عوامل الإنتاج : إذا إعتبرنا أن أسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق تقدر بـــ9 و 3 علـــى التوالي بالنسبة لعنصر العمل وعنصر رأس المال ، كما التكاليف اللازمة لذلك تقدر بـــ 500 و.ن ؛

$$\begin{cases} Max\ Q = 2L^{3/2}K^{1/2} \\ Subject\ to: 500 = 9L + 3K. \end{cases}$$

$$\frac{Pm_L}{Pm_K} = \frac{P_L}{P_k} \Rightarrow \frac{3K}{L} = \frac{9}{3} \Rightarrow K = L$$

باستخدام شرطي التوازن:

$$\begin{cases} \dfrac{Pm_L}{Pm_K} = \dfrac{P_L}{P_k} \Rightarrow K = L.....(1) \\ 500 = 9L + 3K.....(2) \end{cases}$$

بحل المعادلتين اعلاه وبتعويض (1) في (2) نجد أن النقطة المثلى هي: $(L,K) = (41.66,41.66)$

الكمية الانتاج المثلى هي: $Q_{Max} = f(k,L) = f(41.66,41.66) = 3471$

سابعا- الحد الأدنى من التكاليف الموافقة لإنتاج قدره 300 و.م : بفرض بقاء أسعار عوامل الانتاج على حالها فإن التكلفة الي تحقق حجم إنتاج يقدر بـــ 300وحدة .

$$\begin{cases} CT_{Min} = 9L + 3K \\ SC: 300 = 2L^{3/2}K^{1/2}.. \end{cases}$$

باستخدام شرطي التوازن:

$$\begin{cases} \dfrac{Pm_L}{Pm_K} = \dfrac{P_L}{P_k} \Rightarrow K = L.....(1) \\ 300 = 2L^{3/2}K^{1/2}.....(2) \end{cases}$$

بحل المعادلتين اعلاه وبتعويض (1) في (2) نجد أن النقطة التي تقلل التكاليف هي: $(L,K) = (12,24;12,24)$

التكلفة الدنيا هي: $CT_{Min} = 147$

ثامننا- تقدير مرونة الإنتاج لعوامل الإنتاج :

$$E_L = \frac{dQ}{dL}\cdot\frac{L}{Q} \mapsto E_L = \left(3L^{1/2}K^{1/2}\right)\cdot\frac{L}{2L^{3/2}K^{1/2}} \Rightarrow E_L = \frac{3}{2}$$

$$E_K = \frac{dQ}{dK}\cdot\frac{K}{Q} \mapsto E_K = \left(L^{3/2}K^{-1/2}\right)\cdot\frac{K}{2L^{3/2}K^{1/2}} \Rightarrow E_K = \frac{1}{2}$$

التمرين الخامس : لدينا دالة الإنتاج من الشكل الأتي :-

$$f(k,L) = K^2 - KL + 2L^2$$

1- تحديد درجة تجانس الدالة :

$$f^*(t.k,t.L) = (t.K)^2 - (t.K)(t.L) + 2(t.L)^2 = t^2.f(k,L)$$

معناه الدالة متجانسة من الدرجة الثانية، فهي ذات مردود سلمي(غلة الحجم) متزايد.

2- **صياغة المسار الامثل للتوسع :** عندما تكون أسعار عناصر الانتاج P_L و P_k على التوالي 4 و2 ؛

$$\frac{Pm_L}{Pm_K} = \frac{P_L}{P_k} \Rightarrow \frac{-K+4L}{2K-L} = \frac{4}{2} \Rightarrow -K+4L = 4K-2L \Rightarrow K = \frac{6}{5}L$$

يعكس المسار الأمثل للتوسع توليفات عناصر الانتاج (L,K) التي تحقق اعظم انتاج في حالة بقاء اسعار هذا عناصر الانتاج ثابتة ويتبع المنتج هذا المسار اذا أراد زيادة طاقته الانتاجية.

3- تحديد أمثل انتاج للمؤسسة اذا كانت ميزانيتها تقدر بـــ $C=100$.

بتطبيق شرطي التوازن نحصل على :

$$\begin{cases} \dfrac{Pm_L}{Pm_K}=\dfrac{P_L}{P_k}\Rightarrow K=\dfrac{6}{5}L.....(1) \\ 100=4L+2K.....(2) \end{cases}$$

بحل المعادلتين اعلاه وبتعويض (1) في (2) نجد أن النقطة المثلى هي: $(L,K)=(15.63\ ,\ 18.75)$

أما بالنسبة لمستوى الإنتاج المثلى فيقدر بـــ:

$$f(15.63,18.75)=K^2-KL+2L^2\Rightarrow Q=546.87$$

ومنه فإن حجم الإنتاج يقدر بـــ 546,87 وحدة، وذلك بإستخدام 16 عامل تقريبا و 18,75 وحدة من عنصر رأس المال .

4- تقدير مختلف مرونات دالة الإنتاج :

- **مرونة الانتاج بالنسبة للعمل:**

$$E_L=\frac{dQ}{dL}\cdot\frac{L}{Q}=(-K+4L)\cdot\frac{L}{K^2-KL+2L^2}=\frac{-KL+4L^2}{K^2-KL+2L^2}$$

- **مرونة الانتاج بالنسبة لرأس المال:**

$$E_K=\frac{dQ}{dK}\cdot\frac{K}{Q}=(2K-L)\cdot\frac{K}{K^2-KL+2L^2}=\frac{2K^2-KL}{K^2-KL+2L^2}$$

من خلال تقدير مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل و كذا بالنسبة لعنصر رأس المال نلاحظ الأتي :

- نلاحظ ان كل من مرونة الانتاج بالنسبة للعمل وراس المال مرتبطة بكمية العمل ورأس المال ؛
- كما نلاحظ ان مجموع المرونتين = درجة تجانس الدالة ، والعلاقة التالية تعبر عن ذلك :

$$E_L+E_K=\frac{-KL+4L^2}{K^2-KL+2L^2}+\frac{2K^2-KL}{K^2-KL+2L^2}=2$$

الفصل الخامس: نماذج إمتحانات لسداسيات سابقة بجامعة البويرة مع الحلول

الفصل الخامس

إمتحانات مع نماذج الحلول

قصد الإستفادة من مواضيع الإمتحانات التي سبق طرحها في السداسيات السابقة بجامعة البويرة سيتم تخصيص هذا الفصل لعرض نماذج هذه الإمتحانات مع محاولة إرفاقها بالحلول النموذجية لكل منها ، وبالتالي فقد إنحصرت العملية على بعض المواضيع في كل من السداسيين الأول و الثاني بالإضافة إلى تلك المتعلقة بالدورة الإستدراكية لكل سداسي ، وعليه فإن المواضيع المتضمنة بهذا الفصل تتمثل في الأتي :-

- موضوع إمتحان السداسي الأول دفعة 2014/2013
- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الأول دفعة 2014/2013
- موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2014/2013
- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الثاني دفعة 2014/2013
- موضوع الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2014/2013
- الحل النموذجي للإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2014/2013
- موضوع إمتحان السداسي الأول دفعة 2013/2012
- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الأول دفعة 2013/2012
- موضوع إمتحان الأعمال موجهة للسداسي الثاني دفعة 2013/2012
- الحل النموذجي لإمتحان الأعمال موجهة للسداسي الثاني دفعة 2013/2012
- موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2013/2012
- الحل النموذجي لإمتحان السداسي الثاني دفعة 2013/2012
- موضوع الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2013/2012
- الحل النموذجي للإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2013/2012
- الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2012/2011
- موضوع إمتحان الأعمال الموجهة للسداسي الثاني دفعة 2012/2011
- موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2012/2011

موضوع إمتحان السداسي الأول دفعة 2014/2013

السؤال النظري (07 ن): أجب بختصار على الأسئلة المتتالية التالية .

1. يقال أن حكومة البرازيل إعتادت على أن تتلف جزءا من محصول القهوة بهدف زيادة إيراداتها من هذه السلعة ، ما سبب ذلك ؟
2. بين طبيعة مرونة الطلب السعرية في الحالات التالية :

- رغم أن شركة Mobilis خفضت سعر المكالمة الدولية من 35دج إلى 10دج لكل 30 ثانية ، إلا أن حجم المكالمات الدولية لم يتغير ؛
- أدى تخفيض سعر البرتقال بنسبة 10% إلى زيادة الكمية المطلوبة منه بنفس النسبة ؛
- عند رفع سعر البنزين بـ 3دج فإن الإيراد الكلي الذي ستحصل عليه وحدات التكرير و التصفية سينخفض ؛

3. حدد الإجابة الصحيحة من الإجابة الخاطئة مع تصحيحها بالنسبة للأسئلة الموالية :

- تقوم المشكلة الإقتصادية على ندرة الموارد المتاحة في مقابلة الإحتياجات الإنسانية المتعددة و اللانهائية ؛
- يحدد تقاطع منحنيي العرض والطلب السوق على السلعة السعر الذي يتحقق عنده فائض المستهلك أو فائض المنتج ؛
- ميل منحنى الطلب على السلعة يعادل معامل مرونة الطلب السعرية ؛
- يصل المستهلك إلى أقصى إشباع ممكن عندما تكون المنفعة الحدية سالبة ؛
- يمكن أن يتحقق توازن السوق بيانيا إذا كان منحنى العرض أعلى من منحنى الطلب في القسم الأول ؛
- تتدخل الحكومة بفرض سعر إجباري أعلى من السعر التوازني لسلعة ما من أجل تحقيق فائض في العرض .

التمرين الثاني (05,5 ن): لتعرف على رغبة أحد المستهلكين المدعومة بقدرته الشرائية ، والتي تم التعبير عنهما وفق المعادلة التالية :

$$Q_{dx} = 110 - 30P_x + 2P_y + 0{,}05R + 4G$$

كما أنه تم إفترض المعطيات التالية : $P_y = 25; \quad R = 5000; \quad G = 10$

و المطلوب :

1. حدد السعر الذي يجعل المستهلك يتوقف عن إقتناء السلعة X ؟
2. تمثيل دالة الطلب على السلعة X ؟
3. إذ إعتبرنا أن الكمية المطلوبة التي تشبع رغبة و تغطي إحتياجات المستهلك تتمثل في 270 وحدة ، والمطلوب :

3-1. إيجاد السعر المدفوع لقاء الحصول على هذه الكمية ؟

3-2. هل تنصح البائعين بزيادة السعر من أجل تعظيم الإيراد الكلي ؟

3-3. ما نوع السلعة X ؟

3-4. حدد طبيعة العلاقة بين السلعتين x و y ؟

3-5. قدم مثال عن السلعتين x و y ؟

التمرين الثالث (07,5 ن):

شهد النصف الأول من شهر جانفي للسنة الحالية (2014) إرتفاع حاد في أسعار اللحوم البيضاء والذي أرجعه بعض الخبراء إلى تصادف إحتفالية فئة من المجتمع الجزائري بمناسبتي المولد النبوي الشريف ، وكذا مطلع السنة الأمازيغية ، حيث وبعد دراسة لعينة من العائلات الجزائرية لمنطقتي البويرة و التي بلغ عدد مستهلكيها 200 عائلة ، أما المنطقة الثانية فتمثلت في منطقة الجلفة حيث بلغ تعدد المستهلكين لهذه السلعة 150عائلة ، بينما كانت دوال الطلب بالنسبة لكل عائلة متماثلة حسب المنطقة و التي يتم التعبير عنها وفق المعادلة الأتية :

- دالة الطلب على اللحوم البيضاء لمنطقة البويرة : $Q_{dB} = 120,5 - 1,8P$
- دالة الطلب على اللحوم البيضاء لمنطقة الجلفة : $Q_{dDj} = -1,4P + 80$

أما بالنسبة للكميات المعروضة من هذه السلعة في المنطقتين فقد عبر عنها بالمعادلة التالية : $Q_S = 120P + 8500$

و المطلوب منك :

1. إيجاد دالة الطلب السوقية للعينة المدروسة ؟
2. أحسب القيم التوازنية لهذا السوق ؟
3. حدد الكمية المطلوبة بالنسبة لكل منطقة ؟
4. إذا فرضنا أن هذه السلعة تعتبر من بين السلع الضرورية التي يفضل إدراجها ضمن سلة السلع المدعومة ، فما هي الخيارات التي تقترحها على الجهة الوصية في سبيل تحقيق ذلك ؟ إشرح كيفية التنفيذ ؟
5. ما هو السعر الذي سيحصل عليه البائعين للحوم البيضاء الموجهة للإستهلاك المباشر ، إذا فرضنا أن الحكومة قررت قبول أحد مقترحاتك السابق و المتمثلة في تقديم دعم على كل كيلوغرام مباع، بحيث يتم رفع الكميات المستهلكة إلى 14440 كيلوغرام ؟ وما هو مقدار الإعانة الممنوحة للكيلوغرام الواحد المباع ؟ وما هي المبلغ الواجب رصدها لتنفيذ هذه السياسة (المقترح) ؟
6. نظرا لإقتراب سعر اللحوم البيضاء بسعر اللحوم الحمراء خلال نفس الفترة المدروسة بمنطقة الجلفة ، الأمر الذي جعل مستهلكي هذه المنطقة يحولون كل طلبهم إلى إستهلاك اللحوم الحمراء ، و المطلوب أيجاد السعر التوازني لهذه الوضعية علما أن الكميات المعروضة لم تتغير ؟ ماذا تستنتج ؟

الحل النموذجي لإمتحان السداسي الأول دفعة 2014/2013

الإجابات النظرية (07 ن): أجب بختصار على الأسئلة المتتالية التالية .

1. يقال أن حكومة البرازيل إعتادت على أن تتلف جزءا من محصول القهوة بهدف زيادة إيراداتها من هذه السلعة ، لأنه في حالة ضخ هذا الفائض إلى السوق سيؤدي إلى زيادة الكميات المعروضة على حساب الكميات المطلوبة، وبالتالي يصبح الطلب على هذه السلعة مرن ، الذي يؤثر سلبا على الإيراد الكلي بمعنى كلما كان الطلب مرن كلما أدى إلى إنخفاض الإيراد الكلي و العكس في حالة كون الطلب غير مرن الذي يؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي بينما في حالة تمام(تكـــافئ) المرونة يجعل الإيراد الكلي ثابت .
2. بين طبيعة مرونة الطلب السعرية في الحالات التالية :

- رغم أن شركة Mobilis خفضت سعر المكالمة الدولية من 35دج إلى 10دج لكل 30 ثانيـــة ، إلا أن حجـــم المكالمات الدولية لم يتغير : ⟵ **عديم المرونة**
- أدى تخفيض سعر البرتقال بنسبة 10% إلى زيادة الكمية المطلوبة منه بنفس النسبة : ⟵ **متكافئ (تـــام) المرونة**
- عند رفع سعر البترين بـــ 3دج فإن الإيراد الكلي الذي ستحصل عليه وحدات التكرير و التصفية سينخفض :

⟵ **طلب مرن**

3. حدد الإجابة الصحيحة من الإجابة الخاطئة مع تصحيحها بالنسبة للأسئلة الموالية :

- (خاطئة) : تقوم المشكلة الإقتصادية على فكرتي **ندرة الموارد المتاحة** في مقابلة الإحتياجات الإنسانية المتعددة و اللانهائية ، بالإضافة إلى مشكلة **الإختيار** أو المفاضلة بين هذه الإحتياجات ؛

- (خاطئة) : يحدد تقاطع منحنيي العرض والطلب السوق على السلعة السعر الذي **لا** يتحقق عنده فائض المستهلك أو المنتج ؛

أو نقول : يحدد تقاطع منحنيي العرض والطلب السوق على السلعة القيم التوازنية ، سعر وكمية التوازن .

- (خاطئة) : معامل مرونة الطلب السعرية يعادل ميل منحنى الطلب على السلعة **مضروب في نسبة السعر إلى الكمية** ؛

- (خاطئة) : يصل المستهلك إلى أقصى إشباع ممكن عندما تكون المنفعة الحدية **معدومة** ؛

- (خاطئة) : يمكن أن يتحقق توازن السوق بيانيا إذا كان منحنى العرض **تحت** منحنى الطلب في القسم الأول ؛

- (صحيحة) : تتدخل الحكومة بفرض سعر إجباري أعلى من السعر التوازني لسلعة ما من أجل تحقيق فائض في العرض .

التمرين الثاني (05,5 ن): لتعرف على رغبة أحد المستهلكين المدعومة بقدرته الشرائية ، والتي تم التعبير عنهما وفق المعادلة التالية :

$$Q_{dx} = 110 - 30P_x + 2P_y + 0{,}05R + 4G$$

كما أنه تم إفترض المعطيات التالية : $P_y = 25; \quad R = 5000; \quad G = 10$

1. **السعر الذي يتوقف عنده المستهلك عن إقتناء السلعة x :**

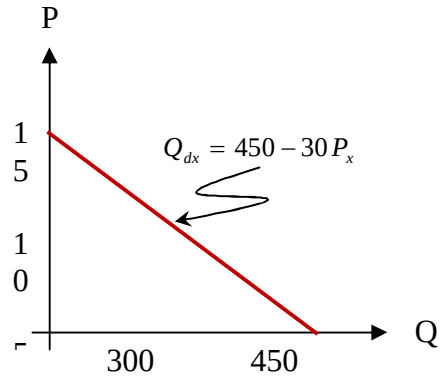
1-1. كتابة دالة الطلب للسلعة X : بتعويض قيم الدخل ، سعر السلعة Y و القيمة التقديرية لذوق المستهلك تجاه السلعة نحصل على المعادلة الآتية :

$$Q_{dx} = 110 - 30P_x + 2(25) + 0{,}05(5000) + 4(10) \Rightarrow Q_{dx} = 450 - 30P_x$$

2-1. تحديد سعر الإمتناع :

$$Q_{dx} = 0 \Rightarrow 0 = 450 - 30P_x$$
$$\Rightarrow P_x = \frac{450}{30} \Leftrightarrow P_x = 15_{DA}$$

2. **تمثيل دالة الطلب على السلعة x :** يتم إعداد الجدول المساعد ثم تمثيله في معلم متعامد ومتجانس .



P_x	0	5	10	15
Q_{dx}	450	300	150	0

3. إذ إعتبرنا أن الكمية المطلوبة التي تشبع رغبة و تغطي إحتياجات المستهلك تتمثل في 270 وحدة .

3-1. تحديد السعر المدفوع :

$$Q_{dx} = 270 \Rightarrow 270 = 450 - 30P_x$$
$$\Rightarrow P_x' = \frac{(450 - 270)}{30} \Leftrightarrow P_x' = 6_{DA}$$

ومنه السعر الذي يقابل الكمية المثلى لهذا المستهلك تقدير بـــ 6 دج .

3-2. صناعة قرار التغيير في السعر لتعظيم الإيراد الكلي : القاعدة تشير إلى أنه في حالة مرونة الطلب السعرية غير مرنة فهذا مؤشر لإمكانية رفع السعر من أجل زيادة الإيراد الكلي ، وذلك إلى غاية الحد الذي يجعل الطلب متكافئ المرونة ، مع العلم أنه في حالة الطلب مرن فإن أي زيادة في سعر السلعة سيؤدي إلى التخفيض في الإيراد الكلي ، وعليه نقوم بحساب مرونة الطلب السعرية من أجل إمكانية رفع السعر من عدمه .

$$e_{P_x} = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial P}\right)\left(\frac{P}{Q_x}\right) \Rightarrow e_{P_x} = (-30)\left(\frac{6}{270}\right) \Rightarrow e_{P_x} = \left|-\frac{2}{3}\right|$$

بما أن الطلب غير مرن ، فهذا يعني أن هناك ربح غير مستغل من طرف البائعين مما يعني إمكانية رفع سعر السلعة X .

3-3. نوع السلعة X : يتحدد نوع السلعة من خلال مقدار الدخل المخصص لها ، وعليه للتعرف على نوع السلعة يتوجب قياس مرونة الطلب الدخلية وذلك كالآتي .

$$e_R = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial R}\right)\left(\frac{R}{Q_x}\right) \Rightarrow e_R = (0,05)\left(\frac{5000}{270}\right) \Rightarrow e_R = 0,926$$

بما أن قيمة مرونة الطلب الدخلية موجبة فهذا يعني أن نوع السلعة X هي سلعة عادية ، وبما أن قيمتها محصورة بين الواحد الصحيح و الصفر فهذا يشير إلى أنها تعتبر سلعة ضرورية بالنسبة لهذا المستهلك .

3-4. تحدد طبيعة العلاقة بين السلعتين x و y : للتعرف على طبيعة العلاقة بين السلعتين نقوم بتقدير مرونة الطلب التقاطعية ، و التي تشير إلى أن السلعتين بديلتين في حالة قيمة المرونة موجبة ، بينما تعني أن السلعتين مكملتين لبعضهما البعض إذا كانت القيمة سالبة ، في حين لا وجود للعلاقة في حالة إنعدام قيمة المرونة .

$$e_{x/y} = \left(\frac{\partial Q_x}{\partial P_y}\right)\left(\frac{P_y}{Q_x}\right) \Rightarrow e_{x/y} = 2.\left(\frac{25}{270}\right) \Rightarrow e_{x/y} = 0,185$$

بما أن قيمة مرونة الطلب التقاطعية موجبة فهذا يعني أن السلعتين بديلتين .

3-5. مثال عن السلعتين x و y : مما سبق وجدنا أن طبيعة السلعة x هي سلعة عادية و ضرورية ، أما السلعة y فهي بديلة للسلعة x وعليه فإذا كانت السلعة x تمثل **القهوة** فإن السلعة y ستمثل **الشاي** مثلا .

التمرين الثالث (07,5 ن):

لدينا المعطيات التالية :

- **بالنسبة للكميات المعروضة :** $Q_S = 120P + 8500$
- **بالنسبة للكميات المطلوبة :**

- عينة من منطقة البويرة : $\begin{cases} Q_{dB} = 120,5 - 1,8P \\ N_B = 200 \end{cases}$

- عينة من منطقة الجلفة : $\begin{cases} Q_{dDj} = -1,4P + 80 \\ N_B = 150 \end{cases}$

1. **صياغة دالة الطلب السوقية :** تتكون العينة المدروسة من مجموعة العائلات على مستوى منطقتي البويرة بـــ 200 عائلة و منطقة الجلفة بـــ 150 ، وعليه فإن دالة الطلب السوقي تأخذ الشكل التالي .

$$Q_D = Q_{DB} + Q_{DDj} \quad \cdots (I)$$

إذن يجب كتابة دالة الطلب السوقي بالنسبة لكل منطقة ، وذلك وفق العلاقة التالية : $Q_{D_i} = N_i \times Q_{d_i}$

- دالة الطلب السوقي لمنطقة البويرة :

$$Q_{D_B} = N_B \times Q_{d_B} \Leftrightarrow Q_{D_B} = 200(120,5 - 1,8P) \Rightarrow Q_{D_B} = 24100 - 360P$$

- دالة الطلب السوقي لمنطقة الجلفة :

$$Q_{D_{Dj}} = N_{Dj} \times Q_{d_{Dj}} \Leftrightarrow Q_{D_{Dj}} = 150(-1,4P + 80) \Rightarrow Q_{D_{Dj}} = 12000 - 210P$$

بتطبيق العلاقة رقم (I) نحصل على دالة الطلب السوقية :

$$Q_D = Q_{D_B} + Q_{D_{Dj}} \Leftrightarrow Q_D = (24100 - 360P) + (12000 - 210P) \Rightarrow Q_D = 36100 - 570P$$

2. **حساب القيم التوازنية لهذا السوق :** يتحقق توازن السوقي عند السعر الذي تتعادل فيه الكميات المعروضة بالكميات المطلوبة للسلعة المدروسة .

$$Q_D = Q_S \Leftrightarrow 36100 - 570P = 120P + 8500$$

$$\Rightarrow P = \frac{(36100 - 8500)}{(120 + 570)} \Rightarrow P_1 = 40$$

بتعويض السعر التوافقي في إحدى الدالتين نحصل على الكمية التوازنية للسوق وذلك كالآتي :

$$Q_D = 36100 - 570(40) \Rightarrow Q_1 = 13300$$

3. تحديد الكمية المطلوبة بالنسبة لكل منطقة : تتوزع الكمية التوازنية و التي قدرت بـــ 13300 وحدة بين منطقتي البويرة و منطقة الجلفة وذلك على النحو الأتي :

- الكمية المطلوبة لمنطقة البويرة : $Q_{D_B} = 24100 - 360(40) \Rightarrow Q_{D_B} = 9700 \text{ Unité}$

- الكمية المطلوبة لمنطقة الجلفة : $Q_{D_{Dj}} = 12000 - 210(40) \Rightarrow Q_{D_{Dj}} = 3600 \text{ Unié}$

4. **خيارات التقليل من عبء الحصول السلع الضرورية :** يمكن حصر هذه الخيارات في بديلين يتمثل الأول في **منح الدعم** للمنتجين على كل وحدة منتجة ، أما البديل الثاني فهو **فرض سعر إجباري** على البائعين وذلك بسعر أدني من السعر التوازني بسوق السلعة في الظروف العادية .

5. **حساب السعر المدعوم الذي سيرفع الكمية المطلوبة إلى 14440 كيلوغرام :**

5-1. تحديد السعر المدفوع : بما أن العلاقة عكسية بين السعر و الكمية المطلوبة ، فهذا يعني أننا سنتوقع إنخفاض في سعر المدفوع لقاء الحصول على هذه السلعة ، ويتم توضيح العملية الحسابية كما يلي :-

$$Q_D = 14440 \Rightarrow 14440 = 36100 - 570P \Rightarrow P_C = 38$$

يقدر السعر الذي سيدفعه المستهلك لقاء كل كيلوغرام من اللحوم البيضاء عند إرتفاع الكمية المستهلكة إلى 14440كيلوغرام يتمثل في 38 وحدة نقدية .

5-2. تقدير الإعانة الممنوحة لكل كيلوغرام مباع : نظرا لأن الدعم يقدم إلى المنتجين فإننا نقوم بإعادة تقدير دالة العرض السوقية بحيث تأخذ بقيمة الإعانة وذلك كالآتي :-

$$\left.\begin{array}{l} Q'_S = 120(P + S) + 8500 \\ Q'_S = 14440 \ ; \ P = 38 \end{array}\right\} \Rightarrow 14440 = 120(38) + 120S + 8500 \Rightarrow 1380 = 120S \Rightarrow S = 11,5$$

مقدار الإعانة الممنوحة لكل كيلوغرام تقدر بـــ 11,5 وحدة نقدية .

3-5. تكلفة تنفيذ سياسة الدعم : كل كيلوغرام مدعم يكلف الحكومة 11,5 وحدة نقدية وبما أن الكميات المدعم تقدر بـــ 14440 كيلوغرام فهذا يعني أن قيمة التكلفة تبلغ :

$$CT_G = Q'_S \times S \Rightarrow CT_G = (14440)(11,5) \Rightarrow CT_G = 166060\ DA$$

6. **تحديد السعر المدفوع في حال توجيه كل العرض إلى منطقة البويرة :** إذا فرضنا أن الكمية التي من المفروض تستهلك في منطقة الجلفة ، قد وجهة إلى منطقة البويرة ، فمن المحتمل أن ينخفض السعر ونوضح ذلك وفق كمايلي :-

$$Q_S = Q_{D_B} \Leftrightarrow 120P + 8500 = 24100 - 360P$$
$$\Rightarrow P_2 = 32,5$$

السعر الذي سيدفعه مستهلكي اللحوم البيضاء بمنطقة البويرة بعد إستثناء مستهلكي منطقة الجلفة ، إنخفض إلى 32,5 وحدة نقدية ، وعليه **نستنتج** أنه كلما زادت الكميات المعروضة كلما إنخفض سعر السلعة المطلوبة .

موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2014/2013

الجزء النظري : أجب بنعم أم لا مع التبرير عن الأسئلة الموالية :-

1- تنعدم المنفعة الكلية عندما تبلغ المنفعة الحدية أعظم قيمة لها.

2- عند وضع التوازن يكون ميل منحى السواء أكبر من ميل خط الميزانية.

3- انتقال خط الميزانية بالكامل لأعلى جهة اليمين قد ينتج عن ثبات سعري السلعتين وانخفاض الدخل النقدي للمستهلك

4- يتساوي الناتج الحدي مع الناتج المتوسط عندما يصل الناتج المتوسط لأقصاه.

5- تعنى حالة تناقص الغلة أن التغير في الكمية المستخدمة من جميع عناصر الانتاج تكون أكبر من التغير في حجم الناتج الكلي .

6- يعبر المعدل الحدي للاحلال للسلعة X محل السلعة Y عن المنفعة الاضافية للوحدة الأخيرة X .

التمرين الثاني : مستهلك يقتصر استهلاكه على سلعتين X و Y ، كما أن اختياراته يمكن تمثيلها بدالة المنفعة التالية:

$$UT = 3XY^2$$

بافتراض أن دخل المستهلك وسعري السلعتين هم على التوالي:

$$R = 500 \ , P_x = 10 \ , P_y = 5$$

المطلوب:

1- أكتب معادلة قيد الميزانية ؟

2- أوجد الكميات المثلى من السلعتين X و Y التي تحقق أقصى إشباع ممكن ؟

3- ما هو مقدار مستوى الإشباع (المنفعة الكلية) ؟

4- أحسب معدل الحدي للإحلال TMS_{xy} عند التوازن، مع تقديم مدلوله الاقتصادي ؟

5- بافتراض ارتفاع سعر السلعة X إلى 20 وحدة نقدية مع ثبات سعر السلعة Y والدخل النقدي المخصص لذلك:

5-1 أوجد وضعية التوازن الجديدة ؟

5-2 ما مستوى الإشباع عند هذه الوضعية ؟

التمرين الثالث: يتم إنتاج السلعة X باستخدام كمية ثابتة من رأس المال (K) وكمية متغيرة من عنصر العمل (L)، والجدول التالي يبين الناتج الكلي و كمية وحدات العمل المستخدمة.

العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي PT	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

1- أوجد الناتج المتوسط والحدي للعمل ؟

2- أرسم منحنى الناتج الكلي والمتوسط والحدي على نفس المعلم ؟

3- اشرح شكل منحنى الناتج الحدي والمتوسط بدلالة منحنى الناتج الكلي ؟

4- أين يبدأ قانون تناقص الغلة من الشكل ؟

5- حدد مستوى العمل الذي يعظم حجم الانتاج ؟

الحل النموذجي لإمتحان السداسي الثاني دفعة 2014/2013

الجزء النظري : الإجابة بنعم أم لا مع التبرير عن الأسئلة الموالية :-

1- تنعدم المنفعة الكلية عندما تبلغ المنفعة الحدية أعظم قيمة لها. **(خاطئة)**

- تنعدم **المنفعة الحدية** عندما تبلغ المنفعة الكلية أعظم قيمة لها ؛

2- عند وضع التوازن يكون ميل منحى السواء أكبر من ميل خط الميزانية. **(خاطئة)**

- عند وضع التوازن يكون ميل منحنى السواء **مساويا** لميل خط الميزانية

3- انتقال خط الميزانية بالكامل لأعلى جهة اليمين قد ينتج عن ثبات سعري السلعتين وانخفاض الدخل النقدي للمستهلك **(خاطئة)**

- انتقال خط الميزانية بالكامل لأعلى جهة اليمين قد ينتج عن ثبات سعري السلعتين و **إرتفاع** الدخل النقدي للمستهلك
- انتقال خط الميزانية بالكامل **لأسفل** جهة اليمين قد ينتج عن ثبات سعري السلعتين وانخفاض الدخل النقدي للمستهلك

4- يتساوي الناتج الحدي مع الناتج المتوسط عندما يصل الناتج المتوسط لأقصاه. **(صحيحة)**

5- تعني حالة تناقص الغلة أن التغير في الكمية المستخدمة من عناصر الإنتاج تكون أكبر من التغير في حجم الناتج الكلي. **(صحيحة)**

6- يعبر المعدل الحدي للاحلال للسلعة X محل السلعة Y عن المنفعة الإضافية للوحدة الأخيرة X . **(خاطئة)**

- تعبر **المنفعة الحدية للسلعة** X عن المنفعة الإضافية للوحدة الأخيرة X

التمرين الثاني : مستهلك يقتصر استهلاكه على سلعتين X و Y ، كما أن اختياراته يمكن تمثيلها بدالة المنفعة التالية:

$$UT_{(x;y)} = 3XY^2$$

بافتراض أن دخل المستهلك وسعري السلعتين هم على التوالي:

$$R = 500 \ , P_x = 10 \ , P_y = 5$$

أولا- كتابة معادلة قيد الميزانية : يتم صياغة معادلة قيد (خط) الميزانية كما يلي :-

$$R = xP_x + yP_y \mapsto y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}.x \Rightarrow y = \frac{500}{5} - \frac{10}{5}.x \Leftrightarrow y = 100 - 2x$$

ثانيا- تحديد الكمية المثلى من السلعتين X و Y التي تحقق أقصى إشباع ممكن : لتحقيق المستهلك أقصى منفعة نتيجة إستهلاكه للسلعتين X و Y ، فإنه يتطلب أن تكون :

- تعادل المنافع المكتسبة ، والتي تتحقق من خلال تقدير نسبة المنافع الحدية إلى سعرها .

$$UM_x = \frac{\partial UT_{x,y}}{\partial X} \mapsto UM_x = 3y^2$$

$$UM_y = \frac{\partial UT_{x,y}}{\partial Y} \mapsto UM_y = 6xy$$

بتعويض النتائج في علاقة تحقق الشرط نجد :

$$\frac{UM_x}{P_x}=\frac{UM_y}{P_y}\mapsto\frac{3y^2}{10}=\frac{6xy}{5}\Rightarrow 3y^2=12xy\Leftrightarrow Y=4X\quad .....(I)$$

- إنفاق الدخل المخصص للإستهلاك ، وذلك بتعويض المعادلة رقم (I) في معادلة قيد الميزانية :

$$4X=100-2X\Rightarrow x=\frac{100}{6}\cong 16.67$$

وبتعويض قيمة X في إحدى المعادلتين نحصل على عدد الوحدات الضرورية من السلعة y وذلك كما يلي:

$$Y=4(16.67)\Rightarrow Y=66.67$$

ومنه فإن الكمية المثلى من السلعتين X و Y التي تحقق أقصى إشباع ممكن تتمثل في إستهلاك 16,67 وحدة من السلعة X و 66,67 وحدات من السلعة Y .

ثالثا- مقدار المنفعة الكلية : عند إستهلاك التوليفة المثلى فإن المستهلك سوف يحقق مستوى إشباع يقدر بـــ :

$$UT_{(x;y)}=3XY^2\Rightarrow UT_{(x;y)}=3(16.67)(66.67)^2\Leftrightarrow UT_{(x;y)}=222088.9$$

ومنه فإن مستوى الإشباع المحقق يقدر بـــ 222088,9 وحدة منفعة .

رابعا- حساب المعدل الحدي للإحلال TMS_{xy} عند التوازن : يتم تقدير المعدل الحدى لإحلال السلعة X محل السلعة y بتطبيق العلاقة التالية :-

- **بإستخدام المنافع الحدية :**

$$TMS_{xy}=\left(-\frac{UM_x}{UM_y}\right)\mapsto TMS_{xy}=\left(-\frac{3y^2}{6xy}\right)\Rightarrow TMS_{xy}=\left(-\frac{3(66.67)^2}{6(16.67)(66.67)}\right)\Leftrightarrow TMS_{xy}=(-2)$$

- **بإستخدام الأسعار :**

$$TMS_{xy}=\left(-\frac{P_x}{P_y}\right)\mapsto TMS_{xy}=\left(-\frac{10}{5}\right)\Rightarrow TMS_{xy}=(-2)$$

التعليق :للحصول على وحدة واحدة من السلعة X يتطلب التخلي عن وحدتين من السلعة Y ، وذلك من أجل المحافظة على نفس مستوى الإشباع والمقدر بـــ 222088,9 وحدة منفعة .

خامسا- بإرتفاع سعر السلعة X إلى 20 وحدة نقدية ، مع ثبات سعر السلعة Y و الدخل : يتم دراسة تأثير التغير في السعر على مستوى الإشباع من خلال :-

- **وضعية التوازن الجديدة :** الكمية التي تقابل إرتفاع السعر تتمثل في

$$\frac{UM_x}{P_x}=\frac{UM_y}{P_y}\mapsto\frac{3y^2}{20}=\frac{6xy}{5}\Rightarrow 3y^2=24xy\Leftrightarrow Y=8X\quad .....(II)$$

وبتعويض المعادلة رقم (II) في معادلة الإنفاق نحصل على :

$$500=20x+5y\Rightarrow 500=20x+5(8X)\Rightarrow x'=\frac{500}{60}\cong 8.33$$

$$Y'=8(8.33)\Rightarrow Y'=66.67$$

بالنسبة لوضعية التوازن الجديدة تتحقق بإستهلاك 8,33 وحدة من السلعة 'X و أما السلعة 'Y فتبقى على حالها أي 66,67 وحدة .

- **مستوى الإشباع الجديد** : يحقق المستهلك منفعة قدرها

$$UT_{(x;y)} = 3XY^2 \Rightarrow UT_{(x;y)} = 3(8.33)(66.67)^2 \Leftrightarrow UT_{(x;y)} = 111044.45$$

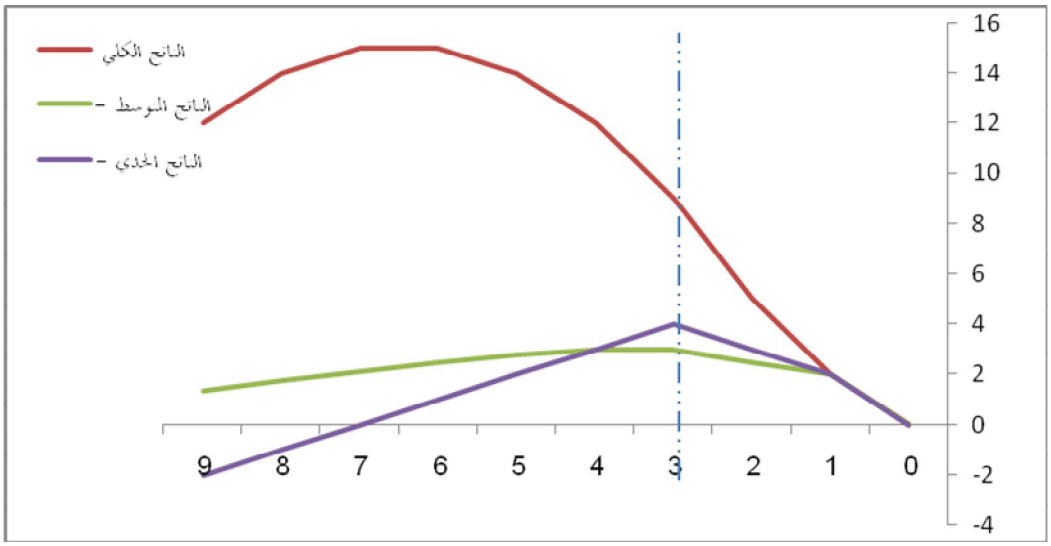
التمرين الثالث: يتم إنتاج السلعة X باستخدام كمية ثابتة من رأس المال (K) وكمية متغيرة من عنصر العمل (L)، والجدول التالي يبين الناتج الكلي و كمية وحدات العمل المستخدمة.

أولا- إيجاد الناتج المتوسط و الناتج الحدي لعنصر العمل : يبين الجدول الموالي قيم المؤشرين $(PM_L ; Pm_L)$ بالنسبة لعنصر العمل (L) ، وذلك من خلال تطبيق العلاقتين التاليتين :-

- **مؤشر الناتج المتوسط لعنصر العمل :** $PM_L = \dfrac{PT}{L}$
- **مؤشر الناتج الحدي لعنصر العمل :** $Pm_L = \dfrac{\Delta PT}{\Delta L}$

العمل	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12
الناتج المتوسط	-	2	2,5	3	3	2,8	2,5	2,14	1,75	1,33
الناتج الحدي	-	2	3	4	3	2	1	0	-1	-2

ثانيا- رسم منحنى الناتج الكلي ، الناتج المتوسط و الناتج الحدي : بتمثيل بيانات الجدول السابق نحصل على الشكل التالي :-



ثالثا- شرح شكل منحنى الناتج الحدي والمتوسط بدلالة منحنى الناتج الكلي : نلاحظ من الشكل تزايد الناتج الكلي بمعدل متزايد كلما أضفنا وحدة عمل إضافية إلى غاية 3 عمال ، عندها يصل الناتج الحدي إلى حده الأقصى في حين يستمر الناتج المتوسط في الزيادة ، أما حجم العمالة بعد هذا الحد و إلى غاية 7عمال سيؤدي إلى إرتفاع الناتج الكلي لكل بمعدل متناقصة إلى أن يصبح معدل الزيادة ثابتا والذي يعني أنه وصول إلى أعظم إنتاج ممكن هذا من ناحية ، أما من ناحية الناتج الحدي فإنه يعرف إنخفاض إلى أن ينعدم عند مستوى العمالة 7 ، بينما الناتج المتوسط في هذا المجال يستمر في الإرتفاع ليبلغ

حده الأقصى عند تقاطعه مع منحنى الناتج الحدي وذلك وبالتحديد عند إستخدام 4 عمال ليبدءا بعدها في الإنخفاض بقيم موجبة مهما كان مستوى العمالة المستخدم .

ونلاحظ أيضا إنخفاض جميع المؤشرات عند إستخدام أكثر من 7 عمال بقيم موجبة ما عدا الناتج الحدي الذي يكون إنخفاضه بقيم سالبة .

رابعا- تحديد بداية تناقص الغلة : بالرجوع إلى الشكل نلاحظ أن الناتج الحدي يبلغ أقصى قيمة له عند إستخدام 3 عمال ، وبالتالي فإن قانون تناقص الغلة يبدءا من هذه النقط .

خامسا- مستوى العمل الذي يعظم حجم الانتاج : يبلغ الناتج الكلي أعظم قيمة عند إستخدام من 6 إلى 7 عمال إلا أن الإنتاجية الحدية للعامل الواحد تنعدم عن إستخدام 7 عمال و بالتالي فإن مستوى العمالة التي تحقق أعظم إنتاج من السلعة X تتمثل في إستغلال 7 عمال .

موضوع الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2014/2013

الجزء النظري (13 نقطة) : أجب بإختصار عن الأسئلة التالية :-

1. ما هما شرطي توازن المستهلك ؟
2. قدم الشكل العام لدالة لاغرانج في حالة سلعتين ؟
3. إذا كان ميل مضاعف لاغرانج ($\mathcal{L}$) يقدر بـــ 5 وحدات ، فما هو مدلول هذه القيمة ؟
4. بفرض أنك ترغب في التنقل من ولاية البويرة إلى العاصمة لتنفيذ مهمة مستعجلة ، فكان أمامك المفاضلة بين وسائل النقل المتاحة على أساس الأجرة ، مدة التنقل و الراحة ، علما أن أجرة التنقل بواسطة الحافلة يقدر بـــ 200 دينار ، بينما أجرة سيارة النقل الجماعي بـــ 300 دينار أما بواسطة القطار فأجرته تقدر بـــ 280 دينار ،فإذا كنت تفاضل بين :
   - التنقل بالقطار عوض التنقل بالحافلة على أساس الراحة ، فما هو معدل الحدي للإحلال وسيلة النقل ؟
   - التنقل بسيارة النقل الجماعي عوض التنقل بالحافلة على أساس مدة التنقل، فما هو معدل الحدي للإحلال وسيلة النقل ؟
5. عند دراسة و تحليل مستويات الإنتاج في المديين القصير و الطويل فإننا نعتمد على قانوني تناقص الغلة وغلة الحجم ، وعليه فما الفرق بين هذين القانونين ؟
6. حدد حالات غلة الحجم ؟
7. متى تصل المنفعة الكلية إلى أعظم مستوى لها ؟
8. أدرس تغيرات المنفعة الكلية مقارنة بالمنفعة الحدية ؟
9. ما المقصود بمنحنى السواء ، وما هي خصائصه ؟
10. تمثل مجموعة منحنيات السواء الممثلة على نفس المعلم في خرائط (شبكة) السواء ، فما هو معيار ترتيب هذه المنحنيات من حيث الأفضل ؟

الجزء التطبيقي (07 نقاط) : يرغب المستهلك محمد في صرف 76 دج من أجل الحصول على كميات معينة من السلعتين ولتكن الخبز (Q_x) و الجبن (Q_y) ، علما أن سعر الخبز 10 دج ، بينما سعر قطعة الجبن تقدر بـــ 8 دج، وبفرض أن المنافع الحدية المكتسبة بالنسبة لكل سلعة مبينة في الجدول أدناه ؛

الكمية (Q)	الخبـــز (x)			الجبـــن (Y)		
	المنفعة الكلية (UT_X)	المنفعة الحدية (UM_X)	المنفعة الحدية لكل دينار منفق ($\mathcal{L}_X$)	المنفعة الكلية (UT_Y)	المنفعة الحدية (UM_Y)	المنفعة الحدية لكل دينار منفق ($\mathcal{L}_Y$)
1		80			104	
2		70			96	
3		60			88	
4		50			80	
5		40			72	
6		30			64	
7		20			56	
8		10			48	

والمطلوب :

1- أتمم الجدول أعلاه ؟

2- أوجد الكميات التي تحقق أقصى منفعة كلية عند إستهلاك الخبز و قطع الجبن ؟

3- ما هو مقدار المنفعة الكلية المحقق عند هذه التوليفة ؟

4- حدد مقدار الدخل اللازم للحصول على 3 وحدات من الخبز و 8 قطع من الجبن ؟

الحل النموذجي للإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2014/2013

الجزء النظري (13 نقطة) : الإجابة المختصرة على الأسئلة النظرية تتمثل فيما يلي :-

1. **شرطي توازن المستهلك هما** : لكي يحقق المستهلك توازنه يتوجب عليه الوصول إلى أقصى مستوى من الإشباع في حدود دخله و وفقا للأسعار السائدة في السوق ، وهذا ما يترجم في ضرورة تحقق الشرطين الأتيين :-

- تعادل نسبة المنافع المكتسبة إلى أسعارها بالنسبة لمجموعة السلع المحدد لمستوى الإشباع ، و التي يعبر عنها رياضيا بـــ :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_Y}{P_Y} = ... = \frac{UM_Z}{P_Z}$$

- إنفاق كامل الدخل ، بمعنى الحصول على التوليفة المثلى في حدود الدخل المتاح دون اللجوء إلى عمليتي الإستدانة عند عجز الدخل المخصص أو الإدخار عند إمكانية وجود فائض في الدخل ، وبالتالي فإن هذا الشرط يعبر عنه بـــ :

$$R = x.P_x + y.P_y + ...+ Z.P_Z$$

2. **الشكل العام لدالة لاغرانج في حالة سلعتين** : يتم التعبير عنها بالصيغة الرياضية التالية :-

$$\Im = UT_{(x;y)} + \lambda.\left[R - x.P_x - y.P_y\right]$$

3. **مدلول قيمة ميل مضاعف لاغرانج (λ=5) :** تمثل قيمة (λ) المنفعة الحدية للدخل (للنقود) ، حيث إذا كانت قيمتها تساوي خمس وحدات فهذا يعني أنه كلما يرتفع الدخل بوحدة نقدية واحدة فإن المنفعة الكلية سوف ترتفع بخمس وحدات منفعة ، والعكس في حالة إنخفاض الدخل الحقيقي .

4. **دراسة إحلال وسائل النقل** : إذا كان شخص يرغب في التنقل من ولاية البويرة إلى العاصمة لتنفيذ مهمة مستعجلة ، فإن أمامه المفاضلة بين وسائل النقل المتاحة على أساس الأجرة ، مدة التنقل و الراحة ، وذلك كما يلي :-

- **التنقل بالحافلة:** أجرة التنقل بواسطة الحافلة يقدر بـــ200 دج، فإذا رمزنا لهذه الوسيلة بـــX فإن أجرتها تقدر بـــP_x=200 ؛
- **التنقل بالقطار:** أجرة التنقل بواسطة القطار تقدر بـــ 280 دج، وعليه إذا رمزنا لهذه الوسيلة بـــY فإن أجرته هيP_y=280 ؛
- **التنقل بسيارة النقل الجماعي** : إذا رمزنا لوسيلة التنقل بواسطة سيارة النقل الجماعي بـــ Z فإن أجرتها تقدر بـــP_z=300 ؛

الحلول المتاحة :

- **التنقل بالقطار عوض التنقل بالحافلة على أساس الراحة** : قيمة المعدل الحدي لإحلال وسيلة التنقل بالقطار بدل التنقل بواسطة الحافلة يقدر بـــ :

$$TMS_{(y;x)} = \left(-\frac{P_y}{P_x}\right) \Rightarrow TMS_{(y;x)} = \left(-\frac{280}{200}\right) \Leftrightarrow TMS_{(y;x)} = (-1{,}4)$$

- **التنقل بسيارة النقل الجماعي عوض التنقل بالحافلة على أساس مدة التنقل** : قيمة المعدل الحدي لإحلال وسيلة التنقل بسيارة النقل الجماعي بدل التنقل بواسطة الحافلة تقدر بـــ :

$$TMS_{(z;x)} = \left(-\frac{P_z}{P_x}\right) \Rightarrow TMS_{(z;x)} = \left(-\frac{300}{200}\right) \Leftrightarrow TMS_{(z;x)} = (-1{,}5)$$

5. **الفرق بين قانون تناقص الغلة و قانون غلة الحجم :** يكمن الفرق في أن فكرة قانون تناقص الغلة يعتمد عليها في المدى القصير حيث لا يمكن إجراء تعديل أو تغيير على جميع عوامل الإنتاج في نفس اللحظة ، بينما قانون غلة الحجم يسمح بذلك في المدى الطويل .
6. **حالات غلة الحجم :** يمكن لغلة الحجم أن تأخذ إحدى الوضعيات التالية :

- **غلة الحجم المتزايدة:** تحدث عندما تكون مقدار الزيادة في عوامل الإنتاج أقل من مقدار الزيادة في الناتج الكلي $(\Delta Q > \Delta F)$ ؛
- **غلة الحجم ثابتة :** تحدث عند تماثل (تساوي) مقدار التغير في عوامل الإنتاج إلى مقدار التغير في الناتج الكلي $(\Delta Q = \Delta F)$ ؛
- **غلة الحجم المتناقصة :** تحدث عندما يكون مقدار الزيادة في عوامل الإنتاج أكبر من مقدار الزيادة في الناتج الكلي $(\Delta Q < \Delta F)$ ؛

7. **تصل المنفعة الكلية إلى أعظم مستوى لها :** عندما يحقق المستهلك أقصى أشباع ممكن في حدود دخله الحقيقي و وفق الأسعار السائدة في السوق ، حيث يتحقق ذلك عند إنعدام المنفعة الحدية للسلعة في حالة السلعة الوحدية ، أما في حالة تعدد السلعة المكونة لمستوى الإشباع فيتحقق عند تساوي نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها .
8. **دراسة تغيرات المنفعة الكلية مقارنة بالمنفعة الحدية :** نميز بين الحالات التالية :-

- **تزايد المنفعة الكلية :** يتحقق ذلك عندما تنخفض المنفعة الحدية بقيم موجبة ، بمعنى تكون المنفعة الحدية في الجزء الموجب لها ؛
- **ثبات المنفعة الكلية :** يتحقق ذلك عندما تنعدم المنفعة الحدية ؛
- **إنخفاض المنفعة الكلية :** يتحقق ذلك عندما تنخفض المنفعة الحدية بقيم سالبة ، بمعنى تكون المنفعة الحدية في الجزء السالب لها؛

9. **المقصود بمنحنى السواء :** يمثل المحل الهندسي أو التمثيل البياني لمجموعة التوليفات السلعية المختلفة التي لها نفس مستوى الإشباع ؛حيث يتميز منحنى السواء **بالخصائص** التالية :-

- منحنيات السواء لا تتقاطع ؛
- ميل منحنى السواء سالب ، كما أنه يرتفع كلما إنحدرنا نحو الأسفل للدلالة على زيادة تفضل سلعة على الأخرى ؛
- منحنى السواء محدب من الأسفل وبالتالي مقعر من الأعلى ؛
- منحنيات السواء تعبر عن مستويات إشباع مختلفة و لا يمكن أن تتعادل مهما كانت الظروف ؛
- كلما إبتعدنا عن نقطة الأصل وفي حدود منتصف زاوية المعلم (الزاوية $45°$) كلما إزداد مستوى الإشباع ، والعكس صحيح .

10. **معيار ترتيب خريطة (شبكة) السواء من حيث الأفضل :** يتم الإعتماد على خاصية الإبتعاد عن نقطة الأصل للمعلم الممثل في إطاره منحنيات السواء المختلفة ، حيث كلما إبتعدنا عن نقطة المبدأ كلما زاد مستوى الإشباع لمنحنى السواء ، والعكس في الحالة العكسية.

الجزء التطبيقي (07 نقاط) : عند رغبت المستهلك محمد في صرف 76 دج من أجل الحصول على كميات معينة من السلعتين ولتكن الخبز (Q_x) و الجبن (Q_y) ، علما أن سعر الخبز 10 دج ، بينما سعر قطعة الجبن تقدر بـ 8 دج، وبفرض أن المنافع الحدية المكتسبة بالنسبة لكل سلعة مبينة في الجدول أدناه ؛

أولا- إتمام الجدول : بالإعتماد على علاقة تقدير المنفعة الحدية و نسبة المنفعة الحدية للسلعة إلى سعرها ، وذلك وفق مايلي :-

- **تحديد المنفعة الكلية** : بتطبيق العلاقات الأتية :-

$$\because UT_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} UM_{x_i}$$

$$\because UM_1 = UT_1$$

$$\because UM_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta Q_x} \Rightarrow UM_x = \frac{\left(UT_{x_B} - UT_{x_A}\right)}{\left(Q_{x_B} - Q_{x_A}\right)} \Leftrightarrow UT_{x_B} = \left[UM_{x_B}.\left(Q_{x_B} - Q_{x_A}\right)\right] + UT_{x_A}$$

- **تحديد المنفعة الحدية لكل دينارمنفق (λ X)** : ويتم ذلك وفق العلاقة التالية :-

- بالنسبة للسلعة (X) : $\lambda_x = \frac{UM_x}{P_x} \Rightarrow \lambda_{x_i} = \frac{UM_{xi}}{10}$

- بالنسبة للسلعة (Y) : $\lambda_y = \frac{UM_y}{P_y} \Rightarrow \lambda_{y_i} = \frac{UM_{yi}}{8}$

الكمية (Q)	الخبـــــز (x)			الجبـــــن (Y)		
	المنفعة الكلية (UT_X)	المنفعة الحدية (UM_X)	المنفعة الحدية لكل دينار منفق (λ_X)	المنفعة الكلية (UT_Y)	المنفعة الحدية (UM_Y)	المنفعة الحدية لكل دينار منفق (λ_Y)
1	80	**80**	8	104	**104**	13
2	150	**70**	7	200	**96**	12
3	210	**60**	6	288	**88**	11
4	260	**50**	5	368	**80**	10
5	300	**40**	4	440	**72**	9
6	330	**30**	3	504	**64**	8
7	350	**20**	2	560	**56**	7
8	360	**10**	1	608	**48**	6

2- **تحديد الكميات التي تحقق أقصى منفعة كلية عند إستهلاك الخبز و قطع الجبن** : من أجل وصول المستهلك إلى أعلى مستوى إشباع ممكن عند المفاضلة بين عدد الوحدات من السلعتين على أساس تعادل نسبة المنافع المكتسبة إلى أسعارها ، حيث يتحقق هذا الشرط عند التوليفات السلعية التالية :-

- **التوليفة الأولى (A)** :

$$A \mapsto \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 8 \Rightarrow \{x_A = 1\ ;\ y_A = 6\}$$

- **التوليفة الثانية (B)** :

$$B \mapsto \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 7 \Rightarrow \{x_B = 2\ ;\ y_B = 7\}$$

- **التوليفة الثالثة (C)** :

$$C \mapsto \frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = 6 \Rightarrow \{x_C = 3\ ;\ y_C = 6\}$$

نلاحظ أن هناك ثلاثة توليفات تحقق الشرط الأساسي ، لكن أي منها يتوافق مع الدخل المخصص و الأسعار السائدة في السوق ؟

لدينا معادلة الإنفاق مصاغة من الشكل التالي :

$$R = x.P_x + y.P_y \mapsto 76 = 10x + 8y$$

- **بالنسبة للتوليفة (A) :** $A(1\ ;8) \mapsto 10(1) + 8(6) = 58 \Rightarrow R_A < R^*$
- **بالنسبة للتوليفة (B) :** $B(2\ ;7) \mapsto 10(2) + 8(7) = 76 \Rightarrow R_B = R^*$
- **بالنسبة للتوليفة (C) :** $C(3\ ;6) \mapsto 10(3) + 8(8) = 94 \Rightarrow R_C > R^*$

ومنه فإن الكميات التي تحقق أقصى منفعة كلية تتمثل التوليفة (B) ، بمعنى إستهلاك قطعتين من الخبز و سبع قطع من الجبن .

3- مقدار المنفعة الكلية المحقق عند التوليفة المثلى : تتمثل المنفعة الكلية المحققة في مجموع المنافع الحدية بالنسبة لكل سلعة والتي يمكن التعبير عنها بالعلاقة التالية :

$$UT_{(x=2\ ;\ y=7)} = \sum_{i=1}^{2} UM_{x_i} + \sum_{j=1}^{7} UM_{y_j} \Rightarrow UT_{(x=2\ ;\ y=7)} = \left[(80 + 70) + (104 + 96 + ... + 56)\right] = 710$$

أو بإستخدام علاقة المنافع الكلية المجمعة :

$$UT_{(x=2\ ;\ y=7)} = UM_{(x=2)} + UM_{(y=7)} \Rightarrow UT_{(x=2\ ;\ y=7)} = 150 + 560 = 710$$

4- تحديد مقدار الدخل اللازم للحصول على 3 وحدات من الخبز و 8 قطع من الجبن : بتعويض الكميات المطلوبة من السلعتين في معادلة الإنفاق نحصل على :-

$$\hat{R} = 10(3) + 8(8) \Rightarrow \hat{R} = 94$$

ومنه فإن قيمة الدخل الضروري للحصول على ثلاثة وحدات من الخبز و ثمانية قطع من الجبن يقدر بـ 94 دينار جزائري .

موضوع إمتحان السداسي الأول دفعة 2013/2012

التمرين الأول :

خلال شهر رمضان الكريم من كل سنة تشهد السلع ذات الإستهلاك الواسع إرتفاع ملحوظ في الأسعار ، وبهدف التخفيف عن طريق وضع آليات كفيلة بذلك ، قامة الهيئة المكلفة بمحاربة الغش و التلاعب بالأسعار بإجراء دراسة على عينة من المستهلكين لأحد السلع الأساسية حيث تم تقدير الصياغة الرياضية التي تعبر عن الطلب السوقي لهذه السلعة و في نفس الوقت المعادلة التي تشير إلى الكمية المعروضة منها بدلالة سعرها و ذلك كما يلي :

$$\begin{cases} Q_x = 30 - 3P_x \\ Q_x = 2P_x + \ln(1) \end{cases}$$

المطلوب :

1. بعد تحديد الدلالة الإقتصادية لكل معادلة ، قم بتمثيلهما على نفس المعلم ؟
2. تحقق رياضيا من أن نقطة التقاطع تعبر عن التوليفة التوازنية ؟
3. في إطار منع إستغلال المنتجين أو البائعين للمستهلكين تقرر تحديد سعر أقصى يقدر بـــ7(و.ن) ، ما هو مقدار الفـــائض الناتج جبريًا و بيانياً ؟
4. بإعتبار أن آلية فرض ضريبة أكثر نجاعة في مثل هذه الحالة ، فقد تقرر فرض 0,5 (و.ن) على كل وحدة مباعة لهذا :
   1.4. تحقق من أن المنتج هو الذي يتحمل الجزء الأكبر من الضريبة المفروضة ؟
   2.4. ماهو مقدر مساهمة كل طرف في حصيلة الخزينة ؟

التمرين الثاني :

إذا كانت مرونة الطلب السعرية للبرتقال $(E_{Px} = -1,5)$ تقدر بـــ 3/2 و سعر الكيلوغرام بخمسة وحدات نقدية أما حجم الإستهلاك فبلغ 8000 غ .

- فإذا تقرر إرتفاع السعر بـــ1,25 و.ن ، فما هو حجم الطلب المتوقع ؟
- أكتب الصياغة الرياضية التي تعبر عن الطلب على البرتقال ؟
- ما هي العلاقة بين السلع المعبر عنها بالمرونات التالية : $E_{x/y} > 0; \quad E_{x/y} = 0; \quad E_{x/y} < 0$ ؟

السؤال النظري . أجب بنعم أم لا مع تصحيح الخطاء إن وجد

1- عندما يتم تحديد سعر أدنى من سعر التوازن في السوق من طرف الحكومة سيؤدي إلى زيادة الكمية المعروضة على حساب الكمية المطلوبة بمقدر معين يسمى فائض العرض ؛

2- تقيس مرونة الطلب التبادلية (التقاطعية) مدى إمكانية تغيير سعر السلعة أو الخدمة ،حيث كلما كان الطلب أقل مرونة كلما كان رفع السعر في صالح المنتجين و العكس صحيح ؛

3- تؤدي الزيادة في الطلب على سلعة ما مع ثبات العرض إلى زيادة السعر التوازني و إنخفاض الكمية التوازنية ؛

4- المستفيد الأكبر من الإعانة التي تمنحها الحكومة هو الطرف الذي تكون لديه مرونة الطلب السعرية الأعلى ؛

5- في الحالة التي يكون منحنى الطلب على شكل خط أفقي فإنه عديم المرونة .

الحل النموذجي لإمتحان السداسي الأول دفعة 2013/2012

الجواب النظري (05 نقاط): أجب بنعم أم لا مع تصحيح الخطاء

1- لا../ عندما يتم تحديد **سعر أعلى** من سعر التوازن في السوق من طرف الحكومة سيؤدي إلى زيادة الكمية المعروضة على حساب الكمية المطلوبة بمقدر معين يسمى فائض العرض ؛

2- لا../ تقيس **مرونة الطلب السعرية** إمكانية تغيير سعر السلعة أو الخدمة ، حيث كلما كان الطلب أقل مرونة كلما كان رفع السعر في صالح المنتجين و العكس صحيح ؛

3- لا../ تؤدي الزيادة في الطلب على سلعة ما مع ثبات العرض إلى زيادة السعر التوازني و **كذا زيادة** الكمية التوازنية ؛

4- لا../ المستفيد الأكبر من الإعانة التي تمنحها الحكومة هو الطرف الذي تكون لديه مرونة الطلب السعرية **الأقل** ؛

5- لا../ في الحالة التي يكون منحني الطلب على شكل خط أفقي فإنه **لا نهائي المرونة .**

التمرين الأول (10 نقاط):

1- تحديد الدلالة الإقتصادية للدالتين :

$Q_x = 30 - 3P_x \Rightarrow$ بما أن الدالة تعبر عن وجود علاقة عكسية بين السعر و الكمية فهذا يعني أنها تمثل دالة الطلب السوقي

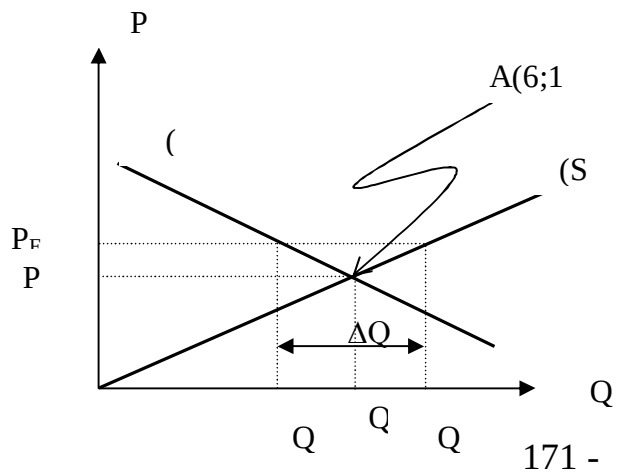
$Q_x = 2P_x + \ln(1) \Rightarrow$ بما أن الدالة تعبر عن وجود علاقة طردية بين السعر و الكمية فهذا يعني أنها تمثل دالة العرض السوقي

- التمثيل البياني للدالتين :

لدينا :

$$Q_D = 30 - 3P_x$$
$$Q_S = 2P_x + \ln(1) \Leftrightarrow Q_S = 2P_x$$

التمثيل البياني لتحديد نقطة التوازن والفائض الناتج



- جدول المساعد :

P_X	0	10
Q_D	30	0
Q_S	0	20

2- التحقق جبريا من توليفة التوازن :

$$Q_S = Q_D \quad \Leftarrow \text{ شرط التوازن}$$

وبتطبيق الشرط نحصل على سعر ثم الكمية التوازنية

$$2P_x = 30 - 3P_x \Rightarrow 5P_x = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} P^* = 6 \\ Q^* = 12 \end{cases}$$

3- تقدير مقدار الفائض الناتج في حالة تحديد الحكومة سعر السلعة X بـــ 7 و.ن $(P_F = 7)$:

- حجم الطلب عند هذا السعر : $Q_D = 30 - 3(7) \Rightarrow Q_D = 9$

- حجم العرض عند هذا السعر : $Q_S = 2(7) \Rightarrow Q_S = 14$

بما أن الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة فهذا يعني أن الفائض الناتج يمثل فائض في العرض يقدر بـــ :

$$\Delta Q_S = Q_S - Q_D \Rightarrow \Delta Q_S = 14 - 9$$

$$\Delta Q_S = 5$$

4- بفرض تقرر فرض ضريبة بمقدار $\left(T = \frac{1}{2}\right)$ على كل وحدة مباعة :

4-1- للتحقق من أن المنتج هو الذي يتحمل العبء الضريبي الأكبر هناك طريقتين هما :

الطريقة الأولى: بإستخدام المرونة السعرية حيث أن الأقل مرونة هو الذي سيتحمل العبء الأكبر و بالتالي :

$$E_P = \frac{\partial Q_D}{\partial P}.\frac{P}{Q_D} \Rightarrow E_P = (-3).\left(\frac{6}{12}\right) \Rightarrow E_P = |-1{,}5|$$

$$E_P = \frac{\partial Q_S}{\partial P}.\frac{P}{Q_S} \Rightarrow E_P = 2.\left(\frac{6}{12}\right) \Rightarrow E_P = 1$$

نلاحظ بأن المنتج هو الأقل مرونة سعرية وبالتالي فهو الذي سيتحمل العبء الأكبر من الضريبة المفروضة

الطريقة الثانية : تعتمد على تقدير العبء الضريبي لكل طرف تم المقارنة بينهما

أ- تحديد سعر وكمية التوازن بعد فرض الضريبة

- دالة العرض الجديدة : $Q'_S = 2(P - 0{,}5) \Rightarrow Q'_S = 2P - 1$

ومنه القيم التوازنية بعد فرض الضريبة

$$Q'_S = Q_D \Rightarrow 2P - 1 = 30 - 3P \Leftrightarrow \begin{cases} P' = \frac{31}{5} = 6{,}2 \\ Q' = 30 - 3(6{,}2) \Rightarrow Q' = 11{,}4 \end{cases}$$

بـــ- تقدير السعرين :

- السعر الذي سيدفعه المستهلك P_C : $Q' = Q_D \Rightarrow 11,4 = 30 - 3P_C \Rightarrow P_C = 6,2$

- السعر الذي سيستلمه المنتج P_P : $Q' = Q_S \Rightarrow 11,4 = 2P_P \Rightarrow P_P = 5,7$

جـــ- تقدير العبأين :

- مقدار العبء الضريبي بالنسبة للمستهلك t_C :

$$t_C = P_C - P^*$$
$$t_C = 6,2 - 6 \Rightarrow t_C = 0,2$$

- مقدار العبء الضريبي بالنسبة للمنتج t_P :

$$t_P = P^* - P_P$$
$$t_P = 6 - 5,7 \Rightarrow t_C = 0,3$$

نلاحظ بأن المنتج هو الذي سيتحمل العبء الأكبر من الضريبة المفروضة وذلك بـــ $0,3$ ون على كل وحدة مباعة .

4-2- تحديد مقدار مساهمة كل طرف في حصيلة الخزينة

- مساهمة المستهلك في حصيلة الخزينة : $RT_{G;C} = Q' \times t_C \Rightarrow RT_{G;C} = 11,4 \times 0,2 \Rightarrow RT_{G;C} = 2,28$

- مساهمة المنتج في حصيلة الخزينة : $RT_{G;P} = Q' \times t_P \Rightarrow RT_{G;P} = 11,4 \times 0,3 \Rightarrow RT_{G;P} = 3,42$

- حصيلة الخزينة من هذا السلعة :

$$RT_G = RT_{G;C} + RT_{G;P} \Rightarrow RT_G = 2,28 + 3,42 = 5,7 \quad Ou \quad RT_G = Q' \times T \Rightarrow RT_G = 11,4 \times 0,5 \Rightarrow RT_G = 5,7$$

التمرين الثاني (5 نقاط):

1- تقدير حجم الطلب المتوقع من البرتقال عند إرتفاع السعر :

لدينا المعطيات التالية :

$$P_x = 5_{u.m/kg} \; ; \quad Q_D = 8000_g = 8_{kg} \quad ; E_P = |-1,5| \quad ; \Delta P = 1,25$$

ومنه :

$$E_P = \frac{\Delta Q_D}{\Delta P} . \frac{P}{Q_D} \Rightarrow -1,5 = \left(\frac{\Delta Q}{1,25}\right)\left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \Delta Q = -3$$

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 \Rightarrow Q_2 = -3 + 8 \Rightarrow Q_2 = 5_{kg}$$

2- صياغة دالة الطلب على البرتقال :

- الشكل العام لدالة الطلب تكتب بالصورة : $Q_{dx} = A - dP_x$

- تحديد قيمة الميل d : $d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \Rightarrow d = \left(\frac{-3}{1,25}\right) \Leftrightarrow d = -2,4$

- تحديد الكمية المطلقة A : $C(5;8) \mapsto 8 = A - 2,4(5) \Rightarrow A = 20$

من خلال النتيجتين الأخيرتين يمكن صياغة دالة الطلب للبرتقال وفق الصورة التالية :

$$Q_{dx} = 20 - 2,4P_x$$

3- توضيح العلاقة بين السلعتين X وy وفق الحالات المرونات التالية :

$E_{x/y} < 0 \Leftarrow$ السلعتين X وy مكملتين ؛

$E_{x/y} = 0 \Leftarrow$ السلعتين X وy مستقلتين ؛

$E_{x/y} > 0 \Leftarrow$ السلعتين X وy بديلتين ؛

موضوع إمتحان الأعمال موجهة للسداسي الثاني دفعة 2013/2012

مسألة :

يقوم مستهلك ما بتركيز إستهلاكه على السلعتي الحليب و الخبز ، و بعد دراسة معمقة لسلوكه الإستهلاكي تبين أنه يمكن التعبير عنها وفق المعادلة التالية :

$$UT_{xy} = \frac{1}{4} x^2 . y$$

حيث أن :

UT: تمثل المنفعة الكلية

x : الكمية المستهلكة من الحليب

y : الكمية المستهلكة من الخبز

فإذا إعتبرنا أن الدخل الذي خصصه لإقتناء السلعتين خلال فترة زمنية معينة يقدربـــ 60 دج ، مع العلم أن سعر الخبز هو 3 دج ، بينما سعر الحليب يمثل ضعف سعر الخبز ، والمطلوب :

1. ما هي التوليفة التي تحقق أقصى إشباع ممكن لهذا المستهلك ؟
2. ماهو مقدر هذا الإشباع ؟
3. كم تقدر قيمة المنفعة الحدية لكل من الحليب و الخبز ؟

الحل النموذجي لإمتحان الأعمال موجهة للسداسي الثاني دفعة 2013/2012

لدينا المعطيات التالية :

$$\begin{cases} UT_{xy} = \frac{1}{4}x^2.y \\ 60 = 6x + 3y \end{cases}$$

1- تحديد الكميات التي تحقق أقصى إشباع ممكن :

1-1- التحقق من تعادل نسب المنافع الحدية لأسعارها :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \cdots (I)$$

وبالتالي يجب تقدير المنفعة الحدية للسلعتين :

$$UM_x = \frac{\partial UT}{\partial x} \Leftrightarrow UM_x = \frac{1}{2}xy \quad ; \quad UM_y = \frac{\partial UT}{\partial y} \Leftrightarrow UM_y = \frac{1}{4}x^2$$

بتطبيق العلاقة (I) نحصل على :

$$\frac{\left(\frac{1}{2}xy\right)}{6} = \frac{\left(\frac{1}{4}x^2\right)}{3} \Rightarrow \frac{6}{4}x^2 = \frac{3}{2}xy$$

$$\Rightarrow x = y \cdots (II)$$

1-2- التحقق من الشرط الإنفاق الكامل للدخل : بتعويض المعادلة (II) في معادلة الإنفاق نجد

$$60 = 6x + 3(x) \Rightarrow 9x = 60$$

$$\Rightarrow x = y = \frac{20}{3} unité$$

لكي يحصل هذا المستهلك على أعظم إشباع ممكن يتوجب عليه إستهلاك 6,67 وحدة من الخبز و بكمية مماثلة من الحليب .

2- مستوى الإشباع المحقق :

$$UT_{xy} = \frac{1}{4}\left(\frac{20}{3}\right)^2.\left(\frac{20}{3}\right) \Rightarrow UT_{xy} = 73{,}85$$

3- تقدر قيمة المنفعة الحدية لكل من الحليب و الخبز :

3-1- المنفعة الحدية للحليب :

$$UM_x = \frac{1}{2}xy \Rightarrow UM_x = \frac{1}{2}\left(\frac{20}{3}\right).\left(\frac{20}{3}\right) \Leftrightarrow UM_x = 22{,}18$$

3-1- المنفعة الحدية للخبز :

$$UM_y = \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow UM_y = \frac{1}{4}\left(\frac{20}{3}\right)^2 \Leftrightarrow UM_y = 11{,}09$$

إمتحان السداسي الثاني دفعة 2013/2012

التمرين الأول (6 نقاط): أجب عن الأسئلة التالية في حدود المكان المخصص لذلك :-

1- لدراسة سلوك المستهلك هناك طريقتين أساسيتين هما :

- .....
- .....

2- يستخدم مصطلح توازن المستهلك للتعبير عن :

.....

.....

.....

3- ما هو معيار المفاضلة الذي يحقق للمستهلك التوازن في حالة سلعة واحدة :

.....

4- يحصل المستهلك على أقصى إشباع ممكن عند طلبه لأكثر من سلعة و/أو خدمة في حدود دخله ووفق للأسعار السائدة في السوق عندما تكون : ..... و

.....

5- بفرض أن دالة المنفعة الكلية لإستهلاك السلعتين x وy تأخذ الصيغة التالية : $UT_{xy} = x.y$ ، و أن هذه الدالة مقيدة بشرط الإنفاق ، و المطلوب كتابة معادلة مضاعف لاغرانج :

.....

، ما الذي يجب القيام به للتحقق من أن النتائج المحصل عليها من تطبيق مضاعف لاغرانج تؤدي إلى تعظيم المنفعة الكلية للمستهلك :

.....

.....

التمرين الثاني (6 نقاط): أجب عن الأسئلة الإختيارية معتمدا على المعطيات التالية :-

المصروف اليومي لأحد الطلاب يقدر بـــ 320 دج ينفقها على السلعتين x و y ، حيث أن سعر الوحدة الواحدة من السلعة x هو 40 دج وسعر الوحدة من السلعة y هو 30 دج ، والجدول التالي يبين المنفعة الكلية التي يحصل عليها من خلال إستهلاكه وحدات متتالية من هاتين السلعتين :

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UT_X	280	520	720	880	1000	1080	1120	1120
UT_Y	180	340	460	550	620	650	650	620

1- أحسب المنافع الحدية للسلعتين x و y ؟

2- كميتا x وy اللتان سيشتريها الطالب لتحقيق أقصى منفعة كلية في حدود مصروفه اليومي هما :

أ. 5 وحدات من x و 3 وحدات من Y | التبرير:
ب. وحدة واحدة من x و 7 وحدات من Y
ج. 4 وحدات من x و 3 وحدات من Y
د. 5 وحدات من x و 4 وحدات من Y

3- مقدار المنفعة الكلية التي سيحصل عليها الطالب عند إستهلاكيه للكميتين x وy اللتان تحقيق أقصى إشباع هي :

أ. 790 وحدة منفعة | التبرير:
ب. 1340 وحدة منفعة
ج. 1550 وحدة منفعة
د. 1620 وحدة منفعة

4- بما أن الطالب حاليا في فترة إمتحانات ، فقد قرر والده زيادة مصروفه اليومي بـــ 140 دج على أن يخصصها لإستهلاك السلعتين x وy فمع بقاء سعريهما على ما هو عليه ، تصبح الكميتين اللتين تحققان له أقصى منفعة كلية ممكنة :

أ. وحدتين من x و 4 وحدات من Y | التبرير:
ب. 5 وحدات من x و 4 وحدات من Y
ج. 7 وحدات من x و 6 وحدات من Y
د. 8 وحدات من x و 5 وحدات من Y

5- بالنظر إلى الطلب المتزايد على السلعة x مما أذا إلى زيادة سعرها بـــ 20 دج ، وبالتالي إذا بقي المصروف سعر السلعة Y ثابتين فإن الكميتين اللتين تحققان له أقصى منفعة ممكنة هي :

أ. 5,33 وحدات من x فقط | التبرير:
ب. 6 وحدات من x و 7 وحدات من Y
ج. 8 وحدات من Y ووحدة واحدة من
د. غير ممكنة

التمرين الثالث (8 نقاط):: لتكن دالة المنفعة لأحد المستهلكين معطاة بالصيغة التالية :-

$$UT_{xy} = (Y + 2)(X + Z)$$

حيث أن :

UT: تمثل المنفعة الكلية للسلعتين x و y

x : الكمية المستهلكة من السلعة X

y : الكمية المستهلكة من السلعة y

Z : جزء من المنفعة الكلية ناتجة عن سلع أخرى والمقدرة بـــ 4 وحدات منفعة .

فإذا علمت أن الدخل المتاح للإستهلاك يقدر بـــ 50 دج ، أما سعر السلعتين x و y هي على التوالي 10دج و5 دج ، والمطلوب :

1- أوجد المنفعة الحدية للسلعتين ؟

2- أحسب الكميات الواجب شراؤها من السلعتين لتعظيم منفعة هذا المستهلك ؟

3- أحسب المنافع الحدية والمنفعة الكلية لهذين السلعتين ؟

4- عند إجراء تحويل بين سعر السلعتين (Py=10 , Px=5) ، فإنه من المفترض أن يغير هذا المستهلك من سلوكه الإستهلاكي ، و السؤال ،ما هي الحالة السعرية التي تحقق لهذا المستهلك أقصى إشباع ممكن في حدود الدخل المتاح و السعرين المحددين بالنسبة لكل حالة ؟

الحل النموذجي لإمتحان السداسي الثاني دفعة 2013/2012

التمرين الأول (6 نقاط): الإجابة النموذجية على الأسئلة :-

1- لدراسة سلوك المستهلك هناك طريقتين أساسيتين هما :

- فكرة المنفعة القياسية (المنفعة الحدية)
- فكرة المنفعة الترتيبية (القياس التفضلي للمنافع)

2- يستخدم مصطلح توازن المستهلك للتعبير عن : **ترشيد السلوك الإنفاقي للمستهلك** ، بمعني السعي للحصول على أقصى إشباع (أقصى منفعة كلية) في حدود دخله المخصص للإستهلاك و أسعار السلع و الخدمات المرغوب في طلبها .

3- ما هو معيار المفاضلة الذي يحقق للمستهلك التوازن في حالة سلعة واحدة : تعادل المنفعتين ، المنفعة المكتسبة (الحدية)= المنفعة المضحى بها

4- يحصل المستهلك على أقصى إشباع ممكن عند طلبه لأكثر من سلعة و/أو خدمة في حدود دخله ووفق للأسعار السائدة في السوق عند: تساوي نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها $\frac{UM_z}{P_z} = \frac{UM_y}{P_y} = \ldots = \frac{UM_x}{P_x}$ و إنفاق المستهلك كامل دخله

$$R = x.Px + y.Py + \cdots + Z.P_z$$

5- بفرض أن دالة المنفعة الكلية لإستهلاك السلعتين X و y تأخذ الصيغة التالية : $UT_{xy} = x.y$ ، و أن هذه الدالة مقيدة بشرط الإنفاق ، و المطلوب كتابة معادلة مضاعف لاغرانج : $\Im = UT_{xy} + \lambda(R - x.Px - y.Py)$ ، أما الذي يجب القيام به للتحقق من أن النتائج المحصل عليها من تطبيق مضاعف لاغرانج تؤدي إلى تعظيم المنفعة الكلية للمستهلك : تقدير قيمة **المحدد الهيسي** والذي يجب أن تكون **موجبة**

التمرين الثاني (6 نقاط): الإجابة عن الإسئلة من خلال الخيارات المتاحة **:-**

يلخص الجدول الموالي البيانات المساعدة للإجابة على أسئلة هذا الجزء عند إستهلاك الطالب لوحدات متتالية من هاتين السلعتين :

1- حساب المنافع الحدية للسلعتين x و y : بتطبيق علاقة المنفعة الحدية للسلعة * $(UM_* = \frac{\Delta UT}{\Delta *})$ ، والنتائج مبينة في الجدول التالية

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
UT_X	280	520	720	880	1000	1080	1120	1120
UT_Y	180	340	460	550	620	650	650	620
UM_X	-	240	200	160	120	80	40	0
UM_Y	-	160	120	90	70	30	0	-30
UM_x/P_X	-	60	50	40	30	20	10	0
UM_Y/P_y	-	53.33	40	30	23.33	10	0	-10

2- كميتا x و y اللتان سيشتريها الطالب لتحقيق أقصى منفعة كلية في حدود مصروفه اليومي هما :

أ. 5 وحدات من x و 3 وحدات من Y

ب. وحدة واحدة من x و 7 وحدات من Y

ج. 4 وحدات من x و 3 وحدات من

التبرير:

الخيار (أ) و (ب) و (ج) مرفوض لأن شرط تساوي المنافع الحدية لأسعارها غير محقق ، أما الخيار (د) فهو يحقق الشرطين معا ، و بالتالي التوليفة التي تحقق أقصى منفعة كلية هي 5 وحدات من x و 4 وحدات من Y .

Y

د. 5 وحدات من x و 4 وحدات من Y

3- مقدار المنفعة الكلية التي سيحصل عليها الطالب عند إستهلاكيه للكميتين x و y اللتان تحقيق أقصى إشباع هي :

أ. 790وحدة منفعة
ب. 1340 وحدة منفعة
ج. 1550 وحدة منفعة
د. 1620 وحدة منفعة

التبرير:
يتم قبول الخيار (ج) لأن مجموع المنافع تساوي 1550 وحدة منفعة وذلك كمايلي :

$$UT_{xy} = UT_x + UT_Y$$

$$\left.\begin{array}{l} UT_{x=5} = 1000 \\ UT_{Y=4} = 550 \end{array}\right\} \Leftrightarrow UT_{xy} = 1000 + 550 = 1550$$

4- بما أن الطالب حاليا في فترة إمتحانات ، فقد قرر والده زيادة مصروفه اليومي بـــ 140 دج على أن يخصصها لإستهلاك السلعتين x و y فمع بقاء سعريهما على ما هو عليه ، تصبح الكميتين اللتين تحققان له أقصى منفعة كلية ممكنة :

أ. وحدتين من x و 4 وحدات من Y
ب. 4 وحدات من x و 3 وحدات من Y
ج. 7 وحدات من x و 6 وحدات من Y
د. 8 وحدات من x و 7 وحدات من Y

التبرير:
الخيار (أ) مرفوض لأن شرط تساوي المنافع الحدية لأسعارها غير محقق ، بينما الخيارين (ب) و (د) فرغم تحقق الشرط الأول للتوازن إلا أن الشرط الثاني غير محقق بسبب وجود فائض في الدخل بالنسبة للخيار (ب) وعجز في الخيار (د) ، و بالتالي التوليفة التي تحقق أقصى منفعة كلية هي 7 وحدات من x و 6 وحدات من Y و التي يتضمنها الخيار (ج).

5- بالنظر إلى الطلب المتزايد على السلعة x مما أذا إلى زيادة سعرها بـــ 20 دج ، وبالتالي إذا بقي المصروف سعر السلعة Y ثابتين فإن الكميتين اللتين تحققان له أقصى منفعة ممكنة هي :

أ. 5,33 وحدات من x فقط
ب. 6 وحدات من x و 7 وحدات من Y
ج. 8 وحدات من Y ووحدة واحدة من
د. غير ممكنة

التبرير:
السعر الجديد بالنسبة للسلعة x هو 60دج ، وبالتالي شرط تساوي المنافع الحدية لأسعارها حسب المعطيات المبينة في الجدول غير محقق بالنسبة لكل الخيار المقترحة و عليه سيتم إختيار الخيار الأخير (د) أي غير ممكنة .

الحل النموذجي للتمرين الثالث : لدينا المعطيات التالية :

$$\begin{cases} UT_{xy} = (Y+2)(X+Z) \Leftrightarrow UT_{xy} = (Y+2)(X+4) \\ 50 = 10x + 5y \end{cases}$$

1- إيجاد المنفعة الحدية للسلعتين :

$$UM_x = \frac{\partial UT}{\partial x} \Rightarrow UM_x = (Y+2)$$

$$UM_y = \frac{\partial UT}{\partial y} \Rightarrow UM_y = (x+4)$$

2- تحديد الكميات الواجب شراؤها من السلعتين لتعظيم منفعة هذا المستهلك :

2-1- التحقق من تعادل نسب المنافع الحدية لأسعارها :

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \cdots (I)$$

بتطبيق العلاقة (I) نحصل على :

$$\frac{(Y+2)}{10} = \frac{(X+4)}{5} \Rightarrow 5(Y+2) = 10(X+4)$$

$$\Rightarrow Y = 2X + 6 \cdots (II)$$

2-2- التحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل ، وذلك بتعويض المعادلة (II) في معادلة الإنفاق وعليه نحصل على :

$$50 = 10x + 5(2x+6) \Rightarrow 20x = 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1_{unité} \\ y = 2(1) + 6 = 8_{unité} \end{cases}$$

الكميات الواجب شراؤها للحصول على أقصى منفعة كلية ممكنه ، هي وحدة واحدة من السلعة X و ثمانية وحدات من السلعة Y.

3- حسب المنافع الحدية والمنفعة الكلية لهذين السلعتين : بتعويض الكميات التي تحقق التوازن للمستهلك في حدود دخله المتاح في معادلات المنافع الحدية و المنفعة الكلية للسلعتين نحصل على النتائج التالية :-

$$*UM_x = (Y+2) \Rightarrow UM_x = 10$$

$$*UM_Y = (X+4) \Rightarrow UM_Y = 5$$

$$*UT_{xy} = (Y+2)(X+4) \Rightarrow UT_{xy} = 50$$

4- المقارنة بين أفضلية المستهلك لحالتي التحول في الأسعار : بما أن المستهلك يسعى للحصول على أعظم منفعة كلية في حدود دخله المتاح و الأسعار السائدة في السوق بالنسبة للسلع المرغوب في طلبها ، فإن أساس المفاضلة بين الوضعيتين هي الوضعية التي تحقق أقصى إشباع ممكن ، ولإجراء عملية المقارنة يجب أولا حساب الكميات الواجب شراؤها من السلعتين بالنسبة للوضعية الثانية (Py=10 , Px=5) :

4-1- التحقق من تعادل نسب المنافع الحدية لأسعارها :

$$\frac{(Y+2)}{5} = \frac{(X+4)}{10} \Rightarrow 10(Y+2) = 5(X+4)$$

$$\Rightarrow X = 2Y \cdots (III)$$

4-2- التحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل ، وذلك بتعويض المعادلة (III) في معادلة الإنفاق وعليه نحصل على :

$$50 = 5(2y) + 10y \Rightarrow 20y = 50$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ x = 5 \end{cases}$$

عند شراء المستهلك لهذه الكميات فإنه من المنتظر أن تحقق له منفعة كلية تقدر بـــ :

$$UT_{xy} = (Y+2)(X+4) \Rightarrow UT_{xy} = \frac{81}{2}$$

ولتبسيط عملية المفاضلة نلخص النتائج في الجدول الأتي :

الحالة السعرية	الأسعار		الكميات		المنفعة الكلية
	Px	Py	x	Y	
الوضعية الأولى	10	5	1	8	50 وحدة منفعة
الوضعية الثانية	5	10	5	5/2	40,5 وحدة منفعة

موضوع الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2013/2012

الجزء النظري (08 نقاط)

أولا- أجب بنعم أو لا مع الشرح في الحالتين معتمدا الإختصار :-

- إذا كانت المنفعة الحدية موجبة فإن المنفعة الكلية تتزايد ؛
- يكون المستهلك في وضع توازن عندما تكون المنفعة الحدية التي يحصل عليها من إستهلاك جميع السلع متساوية ؛
- عندما تكون أسعار السلع متساوية فإن المستهلك يشترى كميات متساوية من تلك السلع ؛
- يحقق المستهلك حد الإشباع عند بلوغ المنفعة الحدية أقصى مستوى لها وتكون المنفعة الكلية معدومة ؛
- يعتمد المستهلك في إختيار الوحدات المستهلكة لسلعة ما على أساس سعرها .

ثانيا- فسر في جدول وضعية المنفعتين الحدية و الكلية بالنسبة لتعابيرك الإستهلاكية التالية :-

- أتمنى لو لم أكن قد أكلت قطعة الحلوى الأخيرة ؛
- لقد شربة كأسين من عصير البرتقال وبالرغم من ذلك فإني مستعد أن أشرب كأس ثالث لكن لست مستعد لـــدفع أي مقابـــل لذلك ؛
- لن أكل تفاحة أخرى حتى لو كانت مجانية .

التمرين الثاني (4 نقاط): بإفتراض أن أحد المستهكين قدر مستويات إشباعه من إستهلاك وحدات مختلفة على النحو المبين في الجدول كالأتي :

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UT	0	10	19	27	34	40	45	49	52	54	55

إذا علمت أن سعر السلعة المستهلكة ثابت و مقدر بـــ 4 دنانير ، بينما المنفعة الحدية لكل وحدة نقدية منفعة على هذه السلعة بحوالي وحدتين منفعة ، و المطلوب :

1- ماهي الكمية الواجب إستهلاكها قصد تحقيق أقصى إشباع ممكن لهذا المستهلك ؟

2- بفرض أن سعر السلعة إنخفض بدينار واحد ، فكم تصبح الكمية التي تحقق مستوى الإشباع الأمثل ؟

التمرين الثالث (8 نقاط): في دراسة قامت بها وزارة التعليم العالي بينت بأن الطالب الواحد فيما يخص إحتياجاته المعيشية ، حيث يعظم إشباعه و منفعته العلمية خلال السنة الجامعية إنطلاقا من دالة المنفعة المعبر عنها بالصيغة التالية :-

$$UT_{A;B} = A.B$$

حيث أن A تمثل عدد الخدمات الممكنة و المدفوعة من طرف الدولة ، أما B فتمثل عدد الخدمات الممكنة و المدفوعة من طرف الأهل ، وعليه فقد قدرت متوسط سعر الخدمة المقدمة من طرف الدولة بـــ 1000 دينار جزائري ، بينما متوسط الخدمة المقدمة من طرف الأهل بـــ 200 دينار جزائري أما التكاليف الضرورية لكل طالب خلال الأسبوع تقدر بـــ 4000 دينار جزائري .

1- ماهي التركيبة المثلى من الخدمات المقدمة من الطرفين التي تعظم المنفعة العلمية لهذا الطالب ؟

2- في إطار عزم الدولة على الإستثمار في رأس المال الفكري قررت تخفيض سعر الخدمة المقدمة من طرفها بـــ 75% ، ما هي التركيبة الجديدة المقدمة للطالب وفق هذه المعطيات ؟

3- علق على التركيبين ؟

4- إذا ما علمت أن الدولة تسعى إلى المحافظة على المنفعة المحققة في الوضعية الثانية مع مضاعفتها للخدمات المقدمة من طرفها ، فما هي التركيبة التي سيحصل عليها كل طالب وفق هذا التغيير ؟

الحل النموذجي للإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2013/2012

الجزء النظري (08 نقاط):

أولا- الإجابة النموذجية على الأسئلة :-

- إذا كانت المنفعة الحدية موجبة فإن المنفعة الكلية تتزايد ؛

- نعم / لأن المنفعة الكلية تزداد كلما إنخفضت المنفعة الحدية بقيم موجبة حتى تنعدم وعندها تكون المنفعة الكلية قد بلغت حد الإشباع

- يكون المستهلك في وضع توازن عندما تكون المنفعة الحدية التي يحصل عليها من إستهلاك جميع السلع متساوية ؛

- لا / يتحقق وضع التوازن عندما تكون نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها متساوية إلى جانب شرط الإنفاق الكامل للدخل .

- عندما تكون أسعار السلع متساوية فإن المستهلك يشترى كميات متساوية من تلك السلع ؛

- لا / يتوقف ذلك على أساس مقدار المنفعة المحققة منها .

- يحقق المستهلك حد الإشباع عند بلوغ المنفعة الحدية أقصى مستوى لها وتكون المنفعة الكلية معدومة ؛

- لا / يحقق المستهلك حد الإشباع عند بلوغ المنفعة الكلية أقصى مستوى لها وتكون المنفعة الحدية معدومة ؛

- يعتمد المستهلك في إختيار الوحدات المستهلكة لسلعة ما على أساس سعرها .

- لا / على أساس المقارنة بين المنفعة المكتسبة و المنفعة المضحى بها

ثانيا- تفسير وضعية المنفعتين الحدية و الكلية بالنسبة لتعابيرك الإستهلاكية التالية :-

العبارات	المنفعة الكلية	المنفعة الحدية
أتمنى لو لم أكن قد أكلت قطعة الحلوى الأخيرة	إنخفاض المنفعة بقيم موجبة (مرحلة ما بعد الإشباع)	إنخفاض المنفعة بقيم سالبة
لقد شربة كأسين من عصير البرتقال وبالرغم من ذلك فإني مستعد أن أشرب كأس ثالث لكن لست مستعد لدفع أي مقابل لذلك	إرتفاع المنفعة (لم يصل إلى الإشباع بعد)	إنخفاض المنفعة بقيم موجبة
لن أكل تفاحة أخرى حتى لو كانت مجانية	ثبات المنفعة (تحقيق حد الإشباع)	إنعدام المنفعة

الحل النموذجي للتمرين الثاني (4 نقاط): لدينا مستويات الإشباع المقدرة من إستهلاك وحدات مختلفة ، وعليه يمكن تلخيص قيمة المنفعة الحدية لكل حالة وفق البيانات المبين في الجدول كالأتي :

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UT	0	10	19	27	34	40	45	49	52	54	55
UM	-	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

في حالة إستهلاك سلعة واحدة فإن معيار تحديد عدد الوحدات الواجب إستهلاكها يتوقف على تعادل المنفعة المكتسبة (UM) مع المنفعة المضحى بها (US)، وبما أن المنفعة الحدية لكل وحدة نقدية منفعة على هذه السلعة بحوالي وحدتين منفعة فإن المنفعة المضحى بها تعادل :

$$US = \alpha.P_x \Leftrightarrow US = 2P_x$$

1- الكمية الواجب إستهلاكها قصد تحقيق أقصى إشباع عند سعر السلعة 4 دنانير :

$$US = 2P_x \Leftrightarrow US = 8 = UM \Rightarrow Q = 3$$

2- بفرض أن سعر السلعة إنخفض بدينار فإن الكمية الواجب إستهلاكها تقدر بـــ:

$$US' = 2P'_x \Leftrightarrow US' = 6 = UM' \Rightarrow Q' = 5$$

الحل النموذجي للتمرين الثالث (08 نقاط): من البيانات المعطاة في التمرين يمكن صياغة العلاقة التالية :-

$$\begin{cases} UT_{A.B} = A.B \\ 4000 = 1000A + 200B \end{cases}$$

حيث أن UT: تمثل المنفعة الكلية للخدمتين A وB

A : عدد الخدمات الممكنة و المدفوعة من طرف الدولة

B : عدد الخدمات الممكنة و المدفوعة من طرف الأهل

1- تحديد التركيبة المثلى من الخدمات المقدمة من الطرفين التي تعظم المنفعة العلمية لهذا الطالب :

1-1- التحقق من تعادل نسب المنافع الحدية لأسعارها :

$$\frac{UM_A}{P_A} = \frac{UM_B}{P_B} \cdots (I)$$

بتطبيق العلاقة (I) نحصل على :

$$\frac{B}{1000} = \frac{A}{200} \Rightarrow 1000A = 200B$$

$$\Rightarrow B = 5A \cdots (II)$$

2-2- التحقق من شرط الإنفاق الكامل للدخل ، وذلك بتعويض المعادلة (II) في معادلة الإنفاق وعليه نحصل على :

$$4000 = 1000A + 200(5A) \Rightarrow 2000A = 4000$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 2_{unité} \\ B = 5(2) = 10_{unité} \end{cases}$$

التركيبة التي تحقق أقصى منفعة تتم من خلال وحدتين من الخدمات المقدمة و المدفوعة من طرف الدولة ، بالإضافة إلى 10 وحدات من الخدمات الممكنة و المدفوعة من طرف الأهل ، بحيث تبلغ $UT_{A.B} = 2.10 \Rightarrow UT_{A.B} = 20$

2- تحديد التركيبة المثلى من الخدمات المقدمة من الطرفين التي تعظم المنفعة العلمية لهذا الطالب :

2-1- تحديد سعر الخدمات المقدمة من طرف الدولة بعد قرر التخفيض **:**

$$P_{A'} = (1 - 0.75).P_A \Rightarrow P_{A'} = 250_{DA}$$

2-2- التركيبة الجديدة :

$$\frac{B}{250} = \frac{A}{200} \Rightarrow 250A = 200B$$

$$\Rightarrow B = 1.25A \cdots (III)$$

وبتعويض المعادلة (III) في معادلة الإنفاق نحصل على :

$$4000 = 250A' + 200(1.25A') \Rightarrow 500A' = 4000$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A' = 8 \\ B' = 10 \end{cases}$$

التركيبة الجديدة التي تحقق أقصى منفعة عند إنخفاض سعر الخدمات المقدمة من طرف الدولة بـــ 75% ،تتمثل في الحصول على 8 وحدات من الخدمات المقدمة من طرف الدولة و 10 وحدات من الخدمات الممكنة و المدفوعة من طرف الأهل ، بحيث تبلغ $UT'_{A.B} = 80$.

3- التعليق على التركيبتين : يلخص الجدول التالي نتائج الوضعيتين السابقتين كالأتي :-

الحالة السعرية	الأسعار		الوحدات الخدمية		المنفعة الكلية
	P_A	P_B	A	B	
الوضعية الأولى	1000	200	2	10	20 وحدة منفعة
الوضعية الثانية	250	200	8	10	80 وحدة منفعة

نلاحظ أن تخفيض سعر الخدمات المقدمة من طرف الدولة أدى إلى زيادة عدد الوحدات المقدمة من طرفها مع بقاء عدد الوحدات الخدمية المقدمة من طرف الأهل ، كما أن هذا التغير أثر إيجابيا على قيمة المنفعة الكلية المحققة بحيث تضاعفت بأربعة مرات مقارنة بالوضعية الأولى.

4- التركيبة الخدماتية التي تمكن من المحافظة على مقدر المنفعة المحقق في الوضعية الثانية مع مضاعفة للخدمات الحكومية:

إذا كان الهدف هو الإبقاء على نفس مقدر المنفعة المحقق في الوضعية الثانية و التي تبلغ $UT'_{A.B} = 80$ مع القيام بإجراء يتمثل في مضاعفة عدد الوحدات الخدمية المقدمة من طرف الدولة .

$$UT''_{A.B} = A''.B'' = 80 \Rightarrow \begin{cases} A'' = 2.A' = 16 \\ B'' = 80/16 = 5 \end{cases}$$

حتى يحافظ الطالب على نفس مستوى المنفعة المحقق (80 وحدة منفعة) يتوجب عليه الحصول على 16 وحدة من الخدمات المقدمة من طرف الدولة و5 وحدات خدمية المقدمة من طرف الأهل .

الإمتحان الإستدراكي للسداسي الثاني دفعة 2012/2011

التمرين الأول : بناء على دالة الإشباع لأحد المستهلكين للسلعتين A و B ذات الصيغة الرياضية التالية :

$$S = A(B+3)$$

أولا : أوجد دالة الطلب لهذا المستهلك لكل من السلعتين A و B بدلالة الدخل R و أسعارها P_A و P_B ؟ هل السلعتين مستقلتين ؟

ثانيا : إذا افترضنا أن مستوى الإشباع لهذا المستهلك يقدر بـــ 162 وحدة منفعة

1- أكمل الجدول التالي :

		16,2	18		A
12	8,5			5	B

2- مثل بيانيا معطيات الجدول ؟ ماهو الشكل المحصل عليه ؟

ثالثا : إذا علمت أن سعر السلعة A يقدر بوحدة واحدة أما السلعة B فيقدر بوحدتين بينما الدخل المخصص للإستهلاك هو 30 (و.ن)

1- أوجد نقطة التوازن بيانيا ؟

2- تحقق من نقطة التوازن رياضيا ؟

3- ماهو مقدار المنفعة الحدية لكل سلعة ؟

4- أحسب المعدل الحدي لإحلال السلعة A محل السلعة B ($TMS_{A\,B}$) ؟

التمرين الثاني: لتكن لدينا دالة الإنتاج لمؤسسة البركة على الشكل التالي :

$$Q = 5K^{0,8}.L^{0,2}$$

فإذا كان سعر تكاليف عوامل الإنتاج تقدر بـــ 7و 20 على التوالي بالنسبة لكل من اليد العاملة و رأس المال (P_L=7; P_K=20) ، فما هو حجم الإنتاج الأمثل الذي يمكن الحصول عليه بإنفاق مبلغ 3850 دج ؟

السؤال النظري : أجب بصحيح أو خطاء بالنسبة للحالات التالية

- يتحقق توازن المستهلك عند المستوى الذي يتمكن فيه من تعظيم إشباعه و بأقل إنفاق ممكن من دخله ؛
- يعبر أثر الإحلال عن الزيادة في الكمية المشتراة من سلعة معينة عندما ينخفض سعرها ؛
- ينص قانون تناقص المنفعة الحدية على أن كل وحدة إضافية يتم استهلاكها من السلعة تؤدي إلى زيادة أكبر في المنفعة الكلية ؛
- يأخذ منحني الناتج المتساوي شكل خط مستقيم سالب الميل عندما يكون عنصري الإنتاج متكاملين ؛
- يتم تحقيق شرط تعظيم منفعة المستهلك من خلال تحقق الشرط التالي : $UM_x = UM_y = UM_z$ ؛
- يمكن تغيير كل عوامل الإنتاج في المدى القصير ؛
- عندما يصل الناتج الكلي إلى حد الأقصى يكون الناتج المتوسط معدوم ؛
- الناتج المتوسط يمثل معدل الناتج الكلي إلى عدد الوحدات المستعمل من أحد عوامل الإنتاج .

موضوع إمتحان الأعمال الموجهة للسداسي الثاني دفعة 2012/2011

التمرين الأول (09 ن): يعتمد أحد المستهلك على إشباع حاجة معينة من خلال إستهلكه للسلعتين x ، y حيث يمكن التعبير عن هذا الإشباع وفق دالة المنفعة الكلية و معادلة قيد الميزانية بالصيغة الرياضية التالية :

$$\begin{cases} UT_{(xy)} = xy + 2x \\ y = 8 - \frac{1}{2}x \end{cases}$$

المطلوب :

16- أوجد الكميتين x و y اللتين تحقق أقصى إشباع ممكن ، ثم أحسبه ؟

17- أحسب المعدل الحدي للإحلال السلعة y محل السلعة x $(TMS_{y\,x})$ عند هذا الإشباع ؟ قدم التفسير الإقتصادي لهذه النتيجة ؟

18- أوجد دوال الطلب للسلعتين ؟

19- بفرض تبات سعر السلعتين لكن الدخل المخصص للإستهلاك يأخذ القيم 12 ، 20 و32 على التوالي :

- حساب الإحداتيات الموافقة لهذا التغير في الدخل ؟
- تمثيل منحنى إستهلاك الدخل ؟
- إشتقاق منحنى إنجل للسلعة X ؟

20- بفرض تبات الدخل R=32 وسعر السلعة y $(P_y=4)$، لكن سعر السلعة x يتغير ويأخذ القيم التالية على التوالي 2 ،4 و8 .

- تمثيل منحنى إستهلاك السعر ؟
- إشتقاق منحنى الطلب على السلعة x ؟

السؤال الثاني (03 ن): تعتبر طريقة المنحنيات إحدى أهم الأساليب المعتمدة في تفسير التغيرات السلوكية لدى الوحدات الإستهلاكية ، و المطلوب أذكر ثلاثة أنواع لهذه المنحنيات و ماهي الدلالة الإقتصادية لكل منحنى ؟

سؤال إضافي (1,5 ن) : أذكر ثلاثة مراجع قمت بالإطلاع عليها في هذا المقياس ؟

موضوع إمتحان السداسي الثاني دفعة 2012/2011

السؤال النظري (05 نقاط):

أجب بنعم أم لا مع تصحيح الخطاء إن وجد في حدود المكان المخصص لذلك بالنسبة للأسئلة التالية

- ...../ يشير المعدل الحدي لإحلال التقني اللانهائي ($TMST=\infty$) إلى أن عنصري الإنتاج يمكن أن يعوض إحداهما الأخر بشكل تام .

.....

.....

- ...../ يمكن للمنتج في المدى القصير تغيير كل أو بعض العناصر المستخدمة في العملية الإنتاجية وهذا ما يصطلح عليه بقانون تناقص الغلة .

.....

.....

- ...../ يعبر منحنى الناتج المتساوي عن مستويات مختلفة من الإنتاج عند التغير في عناصر الإنتاج حيث كلما إقترب من نقطة الأصل كلما دل ذلك على مستوى إنتاج أعلى .

.....

.....

- ...../ بفرض إرتفاع الدخل و سعر السلعتين بنفس النسبة فإن ذلك سيؤدي إلى التغير في الكميات المطلوبة من السلعيتن .

.....

.....

- ...../ عندما يستمر المنتج في التوسع بإستخدام عوامل الإنتاج على حساب مستوى الإنتاج تكون غلة الحجم متزايدة .

.....

.....

التمرين الثاني (07,5 نقاط):

تقوم شركة " acer " بإنتاج نوع معين من الحواسيب النقالة بإستخدام تشكيلة متنوعة من عناصر الإنتاج ، ونظرا لشدة المنافسة في هذا المجال قررت دراسة إمكانية تخفيض تكاليف اليد العاملة المستخدمة في إنتاج هذا المنتج الأمر الذي مكنها من صياغة دالة الإنتاج المتوسطة لعنصر العمل وفق العلاقة الرياضية التالية :

$$PM_L = 10KL - K^3L^2$$

حيث أن :

PM_L : الناتج المتوسط لعنصر العمل

K : عنصر رأس المال

L : عنصر العمل

المطلوب :

5. أوجد الإنتاجية الحدية للعمل (Pm_L) ؟
6. إذا كان رأس المال ثابت ($K=1$)، حدد ثم مثل مختلف مؤشرات الإنتاج لعنصر العمل ($PT;\ PM_L;\ Pm_L$) على نفس المعلم ؟
7. على إعتبار أن الشركة تبحث عن المنطقة التي تعبر عن الرشادة الإقتصادية في إستخدام عنصر العمل ، حدد هذه المنطقة مع التبرير ؟
8. ما هو حجم اليد العاملة الذي يسمح لشركة بأن تعظم إنتاجها ؟ كم يقدر مستوى الإنتاج عند هذا الحجم من العمالة ؟

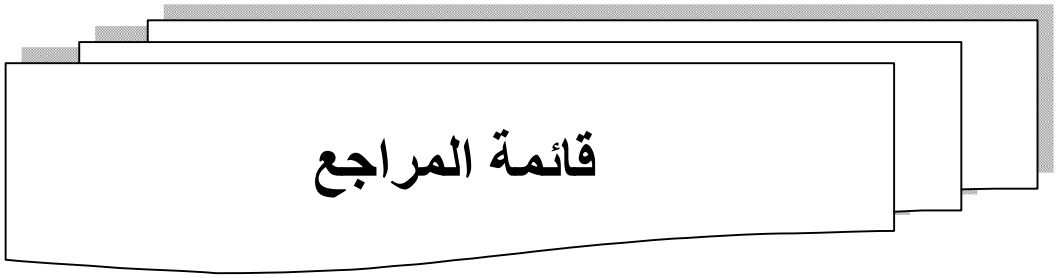
التمرين الثالث (07,5 نقاط) :

تبين من إستقصاء أجري على أحد المستهلكين حول سلعتين بديلتين الحليب (Q_x) و القهوة (Q_y) و ذلك عند التغير في العوامل المحددة لكل منهما فكانت نتيجة هذا الإستجواب البيانات الموضحة في الجدول التالي :

الحالة الأولى		الحالة الثانية		الحالة الثالثة	
Q_x	Q_y	Q_x	Q_y	Q_x	Q_y
1	12	2	5	3	12
3	8	3	3	6	8
5	5	4	2	9	7,5
7	4	6	1	11	6

المطلوب :

4- أرسم الحالات الإستهلاكية المبينة في الجدول في شكل موحد ، ثم رتبها حسب مستوى الإشباع بصفة تنازلي ؟
5- أدرس إمكانية إحلال السلعتين لبعضهما البعض بالنسبة للحالة الثانية فقط (إحلال الحليب بالقهوة TMS_{xy} ، إحلال القهوة محل الحليب TMS_{yx}) ؟
6- إذا علمت أن سعر السلعتين متساوي ويقدر بـ 4 وحدات نقدية ، بينما الدخل المخصص للإستهلاك هو 40(و.ن) ، فما هي التوليفة المثلى التي تعظم مستوى الإشباع ؟
7- بفرض تغير دخل المستهلك إلى 56 (و.ن) مع ثبات الأسعار ($Px=Py=4$)
   - حدد التوليفة الإستهلاكية التي تحقق توازن المستهلك ؟
   - أرسم منحنى إستهلاك الدخل ؟
   - إشتق منحنى إنجل بالنسبة لكل سلعة ؟


قائمة المراجع

قائمة المراجع

1. جورج فهمى رزق "**الكامل في الإقتصاد الجزئي**" شبكة الأبحاث و الدراسات الإقتصادية ، WWW.RR4EE.net
2. جي هولتن ولسون "**الاقتصاد الجزئي : المفاهيم والتطبيقات**" ترجمة كامل سلمان العاني، دار المريخ للنشر - الرياض ، السعودية ، 1987 .
3. عمار عماري " **الإقتصادي الجزئي : ملخص الدروس وتطبيقات محلولة** " دار النشر جيطلي -برج بوعريريج ، الجزائر ، 2012 .
4. عمر صخر " **الإقتصاد الجزئي الوحدوي** " ديوان المطبوعات الجامعية -بن عكنون ، الجزائر ، 1992 .
5. عيسى خليفي "**مبادئ الإقتصاد الجزئي**" دار أسامة للطباعة والنشر والتوزيع -عمان ، الأردن ، 2013.
6. كساب علي " **النظرية الإقتصادية: التحليل الجزئي** " ديوان المطبوعات الجامعية -بن عكنون، الجزائر، ط3 ، 2009.
7. محسن حسن المعموري " **مبادئ علم الإقتصاد**" دار اليازوري العلمية للنشر و التوزيع -عمان الأردن ،2014 .
8. محمد فرحي "**التحليل الإقتصادي الجزئي**"دار أسامة للطباعة و النشر و التوزيع ،الجزائر ، 2007 .
9. محمد محمود النصر ، عبد الله محمد شامية "**مبادئ الإقتصاد الجزئي**" دار الفكر ، عمان - الأردن ، ط5 ، 2009.
10. محمود حسين صوان " **أساسيات الإقتصاد الجزئي**"دار المناهج للنشر و التوزيع ، عمان -الأردن ،ط2، 2003 .
11. عمر محمود العبيدي "**مبادئ الإقتصاد : المرحلة الأولى**" ، متوفر على الرابط
http://www.ecomang.uodiyala.edu.iq/uploads/pdf/11%D9%85%D8%A8%D8%A7%D8%AF%D8%A6%20%D8%A7%D9%84%D8%A7%D9%82%D8%AA%D8%B5%D8%A7%D8%AF.pdf ، تاريخ التصفح 2014/02/24 .

12. P.medan " **microéconomie : travaux diriges**" dunod, 2004.
13. P.Picard "**elements de microéconomie theories et application**" , montchrestien, 2007 .