SÉRIE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 01
CHAMP ÉLECTRIQUE ET CHAMP MAGNÉTIQUE STATIQUES

<u>EXERCICE 01</u> (*): *Champ et potentiel créés par une distribution de charges*.

1. Calculer le champ et le potentiel créés par une demi-sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ et $z > 0$, chargé uniformément en surface (densité σ) au point O.
2. En déduire le champ créé par une sphère de rayon R centrée en O et portant une densité $\sigma = \sigma_0 \frac{|z|}{z}$.
3. Calculer le champ et le potentiel créés par une sphère de rayon R centrée en O et portant une densité surfacique $\sigma = \sigma_0 . \cos\theta$. (Angle θ définit par les coordonnées sphériques).
4. Calculer le champ et le potentiel créés par une demi-sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ et $z > 0$, chargé uniformément en volume (densité ρ) au point O.
5. Calculer le champ et le potentiel créés par une sphère de rayon R centrée en O et portant une densité volumique $\rho = \rho_0 . \cos\theta$. (Angle θ définit par les coordonnées sphériques).

<u>EXERCICE 02</u> : *Théorème de Gauss. Calcul du champ et du potentiel électrostatique*.

En utilisant le théorème de Gauss, calculer en tout point de l'espace le vecteur champ électrostatique crée par les distributions suivantes :

1. Droite infinie chargée avec une densité uniforme λ. (La distance par rapport à la droite est notée ρ)
2. Plan infini chargé avec une densité uniforme σ. (La distance par rapport au plan est notée z)
3. Un cylindre de rayon R et de longueur infinie chargé en surface avec une densité σ.
4. Un cylindre de rayon R et de longueur infinie chargé en volume avec une densité ρ.
   (La distance par rapport à l'axe du cylindre est notée r)
5. Une sphère de rayon R chargée en surface avec une densité uniforme σ.
6. Une sphère de rayon R chargée en volume avec une densité uniforme ρ.
   (La distance par rapport au centre de la sphère est notée r)

Calculer le potentiel électrostatique en tout point de l'espace dans les deux derniers cas. En sachant qu'il est nul à l'infini.

<u>EXERCICE 03</u> (*): *Dipôle électrostatique*.

1. Trouver le champ et le potentiel crée à grande distance par un dipôle électrostatique $\vec{p} = p.\vec{e}_z$ placé à l'origine.
2. On superpose un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_0 = E_0.\vec{e}_z$ et le champ d'un dipôle de moment $\vec{p} = p.\vec{e}_z$ placé à l'origine des coordonnées. A quelle condition le champ résultant présente-t-il une équipotentielle sphérique ? Trouver le rayon de cette équipotentielle.

EXERCICE 04 : ***Balance de Cotton*.**

L'étude expérimentale du champ magnétique créé par un solénoïde « infini » parcourue par un courant I_0, montre qu'à l'intérieur du solénoïde le champ magnétique est uniforme, et qu'il est nul à l'extérieur.

Une fente pratiquée dans le solénoïde permet d'y introduire le bras d'une balance de Cotton, l'élément « utile » de cette balance a une longueur $\Delta l = 2\ cm$, et il est placé dans un plan horizontal, perpendiculairement au champ magnétique $\vec{B}$; il est parcourue par un courant d'intensité $I = 10\ A$ circulant dans un certain sens. La balance (dont les bras sont égaux) étant équilibrée, on inverse le sens du courant I ; il faut alors une surcharge $\Delta m = 0{,}10\ g$ pour rétablir l'équilibre. Quelle est la valeur du champ $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde ?

EXERCICE 05 (*) : *Effet Hall.*

Le cuivre a une masse molaire $M = 63{,}54\ g$ et une masse volumique $\mu = 8{,}8 \times 10^3\ Kg.m^{-3}$.

1. Calculez le nombre d'atomes N de cuivre par unité de volume.
2. En admettant que le nombre d'électrons libres par unité de volume est égal à N $(n = N)$, calculez la vitesse moyenne de ces électrons pour un courant $I = 10\ A$ circulant dans un fil de section carrée de côtés $a = 10\ mm$ et $b = 0{,}1\ mm$.
3. On place ce fil dans un champ magnétique, alors, il apparait entre les faces séparées par une distance a une différence de potentiel $\Delta V = 7{,}53\ \mu V$. Trouvez la valeur du champ magnétique B.

On utilise le même champ magnétique et la même intensité de courant pour un fil de mêmes dimensions que le précédent ($a = 10\ mm$ et $b = 0{,}1\ mm$) il en résulte une différence de potentiel $\Delta V = 10\ \mu V$ entre les faces séparées par a.

4. Calculez la densité volumique d'électrons libres dans cet échantillon.

EXERCICE 06 (*) : *Champ magnétique crée par une distribution linéaire.*

1. Soit une spire carrée de coté a traversée par un courant permanent *I* (Figure 1.). Calculez le champ magnétique crée par cette spire en son centre O. (Faire le même paramétrage utilisé pour une droite sur chacun des segments)
2. En déduire le champ au centre d'un polygone régulier de N cotés traversé par le même courant I. (R est la distance entre le centre et un des côtés)
3. Que devient cette expression quand N tend vers l'infini.

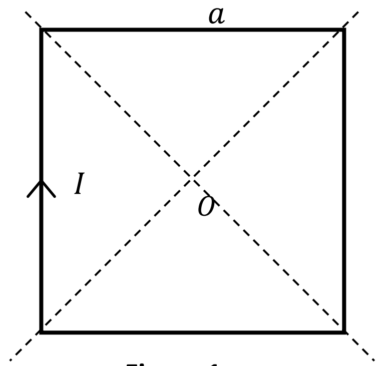

Figure 1.

EXERCICE 07 : ***Champ magnétique crée par une distribution linéaire de courant*.**

Une hélice de rayon R et de pas h a pour équation paramétrique dans un repère orthonormé :

$$x = R.\cos\varphi \quad ; \quad y = R.\sin\varphi \quad ; \quad z = h.\varphi/2\pi$$

Où le paramètre φ varie de $-\infty$ à $+\infty$.

Cette hélice est parcourue par un courant d'intensité I.

1. Calculer la composante B_z du champ magnétique au point O.
2. Que devient cette composante pour $h \ll R$.

EXERCICE 08 : ***Théorème d'Ampère. Distribution linéaire.***

En utilisant le théorème d'Ampère, calculer le champ magnétique en tout point de l'espace créé par :

1. Un solénoïde de longueur infinie, composé de n spire jointives par unité de longueur, enroulées sur un cylindre droit de section quelconque (Figure 2.). Comparer avec la question 2 de l'exercice précédent.
2. Une bobine torique constituée de N spires jointives régulièrement enroulées sur un tore de révolution d'axe (Oz) (Figure 3.). La distance par rapport à l'axe (Oz) est notée ρ.

Les spires étant parcourues par un courant I.

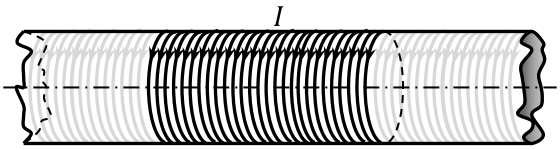

Figure 2 : Solénoïde infini.

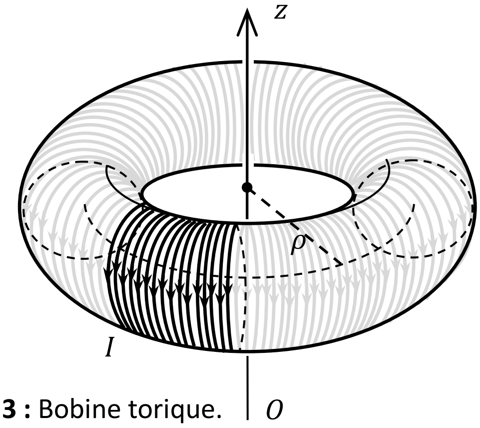

Figure 3 : Bobine torique.

EXERCICE 09 (*) : ***Théorème d'Ampère. Distribution volumique.***

1. En utilisant le théorème d'Ampère, calculer le champ magnétique en tout point de l'espace créé par un conducteur cylindrique droit de rayon R et de longueur infinie, parcourue par une densité volumique de courant constante $\vec{j} = j.\vec{e}_z$ ((Oz) étant l'axe du cylindre)

Un câble coaxial est constitué par un conducteur cylindrique plein, de rayon R_1, entouré par un conducteur externe occupant le volume compris entre les cylindres de rayons R_2 et R_3 $(R_3 > R_2 > R_1)$; les trois cylindres sont coaxiaux. Un courant stationnaire I circule dans le conducteur intérieur, et « revient » dans l'autre sens dans le conducteur extérieur.

2. En examinant la symétrie du problème, déterminer la direction du champ magnétique en un point M de l'espace.
3. En supposant que le courant soit uniformément réparti dans la section des conducteurs, calculer le champ magnétique en tout point de l'espace (la distance par rapport à l'axe est notée ρ).
4. Tracer la courbe $B(\rho)$ et discuter sa continuité.