اختباركاي تربيع χ^2

تستخدم إختباراتكاي تربيع لاختبار الفروض والمعنوية للبيانات الاسمية ، وهي أنواع منها:

1/ اختبار المعنوية للعينة الواحدة (كاي تربيع- لجودة التوفيق)

2/ اختبار المعنوية لأكثر من عينة (كاي تربيع – للاستقلال)

اولاً:اختبار المعنوية للعينة الواحدة (كاي تربيع- لجودة التوفيق)

يستخدم اختبار كاي لجودة التوفيق إلى اختبار هل النتائج المشاهدة تختلف عن النتائج المتوقعة .

شروط إجراء اختبار كاي تربيع χ^2 لجودة التوفيق :

1-عدد مشاهدات العينة أكبر من 50($n > 50$)

2- التكرار المتوقع المناظر لكل فئة لا يقل عن5 ($f_e > 5$)

خطوات اختبار كاي لجودة التوفيق :

1-صياغة فرض العدم والفرض البديل:

H_0: لا يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة

H_1: يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة

2- قيمة إحصاء الاختبار كاي تربيع بعد تكوين جدول يساعدنا في حسابه على النحو التالي

الفئات	التكرارات المشاهدة f_o	التكرارات المتوقعة f_e	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
المجموع					$\sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$

إحصاء الاختبار χ^2 :

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

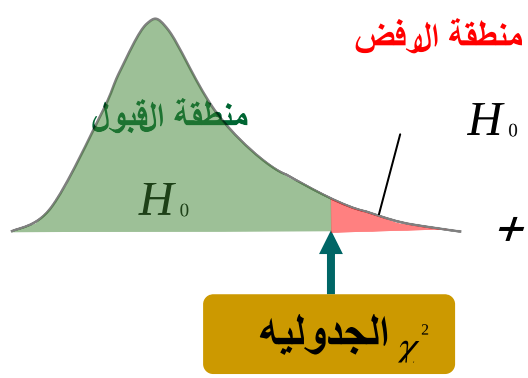
3-القيمة الجدوليه لكاي تربيع:

نحدد مستوى المعنوية α ودرجة الحرية من(عدد الفئات -1)

نستخرج قيمة كاي تربيعاالجدوليه $\chi^2(n-1,\alpha)$

4-اتخاذ القرار:

نتخذ القرار بناءً على قيمة إحصاء الاختبار كاي تربيع (نحدد منطقة الرفض و منطقة القبول على الرسم التالي):



إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة الرفض فإننا نرفض فرض العدم H_0 ونقبل الفرض البديل H_1

، أما إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة القبول فإننا نقبل فرض العدم H_0

مثال :في دراسات سابقة عن المرضى النفسيين تم سؤالهم عن مستواهم الدراسي فكانت النتائج كالتالي

5% في المرحلة الجامعية

15% في المرحلة الثانوية

30% في المرحلة المتوسطة

50% في المرحلة الابتدائية

ولكن حاليا كانت النتائج ل 60 شخص كالتالي :

المرحلة الثانوية	عدد المرضى
جامعي	**6**
ثانوي	**20**
متوسط	**10**
ابتدائي	**24**
المجموع	**60**

($\alpha = 0.05$ **هل يمكن إن نقرر إن نتائج برنامج هذا العام الفعلية تختلف عن البرامج السابقة؟**)

الحل:

لا يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة: H_0

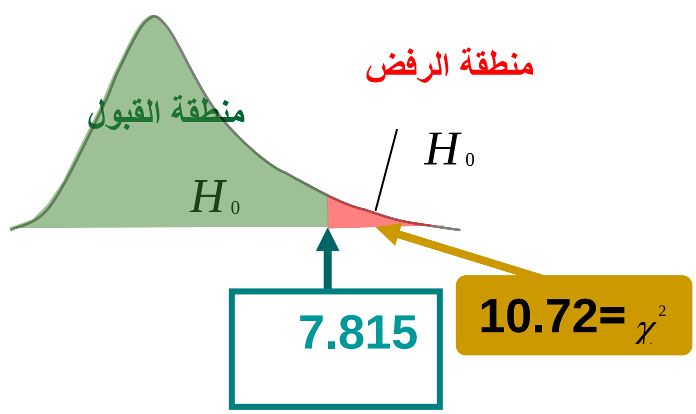
يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة: H_1

نمط التغير	التكرارات المشاهدة f_o	النسبة	التكرارات المتوقعة f_e	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
جامعي	**6**	**5%**	**0.05*60=3**	**3**	**9**	**3**
ثانوي	**20**	**15 %**	**0.15*60=11**	**9**	**81**	**7.36**
متوسط	**10**	**30**	**0.30*60=18**	**−8**	**64**	**3.55**

		%				
ابتدائي	24	50 %	0.50*60=30	-6	36	1.2
المجموع	60					10.72

قيمة إحصاء الاختبار χ^2 =10.72

3- قيمة χ^2 الجدولية = 7.815



4-وقع إحصاء الاختبار في منطقة الرفض

فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديلأي أن هناك اختلافا بين النتائجالمشاهدة والنتائج المتوقعة

مثال 2:

قامت وحدة محو الأمية بوزارة التعليم بتصميم برنامج دعائي يستهدف تحفيز ودفع غير المتعلمين الى تغيير اتجاهاتهم بحيث يصبحون أكثر إيمانا بفائدة التعليم و كانت نتائج البرامج السابقة في هذا المجال كالآتي :

23% يصبحون أكثر إيمانا بأهمية التعليم (تغيير إيجابي).

65% لا تتغير اتجاهاتهم (لا تغيير).

12% تتغير اتجاهاتهم بحيث يصبحون أكثر نفورا من التعليم (تغيير سلبي)

بالنسبة لهذا العام كانت نتائج البرنامج الذي اجري على 90 شخصا غير متعلم على النحو التالي:

عدد الأفراد	نمط التغيير
52	تغيير ايجابي
34	لا تغيير
4	تغيير سلبي
المجموع = 90	

$\alpha = 0.05$ هل يمكن إن نقرر إن نتائج برنامج هذا العام الفعلية تختلف عن البرامج السابقة؟

الحل:

H_0: لا يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة:

يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة: H_1

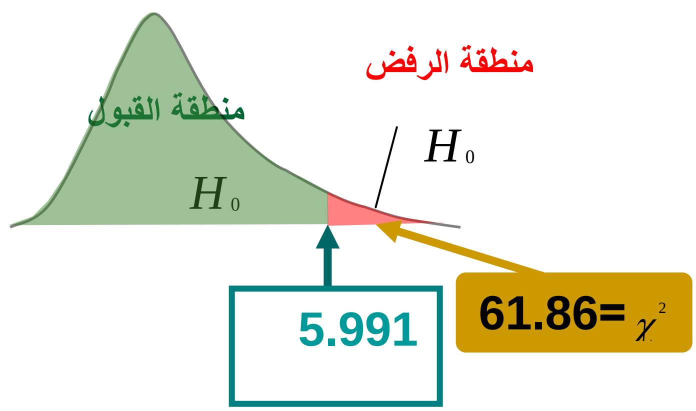
-2

نمط التغير	التكرارات المشاهدة f_o	النسبة	المتوقعة f_e التكرارات	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
تغير ايجابي	52	23 %	**20.7=0.23×90**	**31.3**	**979.69**	**47.32**
لاتغير	34	65 %	**58.5=0.65×90**	**24.5-**	**600.25**	**10.26**
تغير سلبي	4	12 %	**10.8=0.12×90**	**6.8-**	**46.24**	**4.28**
المجموع	90					**61.86**

61.86= χ^2 قيمة إحصاء الاختبار

5.9

3- قيمة χ^2 الجدوليه = $\chi^2(2,0.05)$ =91



4-وقع إحصاء الاختبار في منطقة الرفض

فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديلأي أن هناك اختلافا بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة

ثانياً:اختبار المعنوية لأكثر من عينة (كاي تربيع– للاستقلال)

نحتاج في حالات كثيرة إلى التعرف عما إذا كانت هناك علاقة بين صفيتين من صفات مجتمع ما. مثلاً قد نحتاج لمعرفة هل توجد علاقة بين مستوى الدخل والمستوى التعليمي؟ أو هل توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر في مجتمع ما؟ أو هل توجد علاقة بين المستوى التحصيلي ودخل الأسرة؟

يستخدم اختباركاي تربيع للإستقلال للإجابة على مثل هذه الأسئلة (هل توجد علاقة بين متغيرين إسميين أو متغير إسمي والآخر ترتيبي) ويعتمد على مقارنة القيم المشاهدة مع القيم المتوقعة. لذلك يجب أن نختار عينة عشوائية من المجتمع محل الدراسة ثم تصنف مشاهدات هذه العينة حسب مستويات كل صفة من الصفتين ووضعها في جدول يسمى جدول التوافق.

خطوات اختبار مربع كاي للاستقلال :

1- صياغة فرض العدم والفرض البديل:

H_0: لا يوجد علاقة بين الصفتين أو لا يوجد ارتباط بين الصفتين

H_1: يوجد علاقة بين الصفتين أو لا يوجد ارتباط بين الصفتين

2- قيمة إحصاء الاختبار كاي تربيع:

إذا كان لكل من الصفتين A,B مستويان إثنانفقط ، وكانت التكرارالمشاهدة هي a,b,c,d وذلك كما يلي :

	B1	B2
A1	a	B
A2	c	D

ففي هذه الحالة يكون إحصاء الاختبار

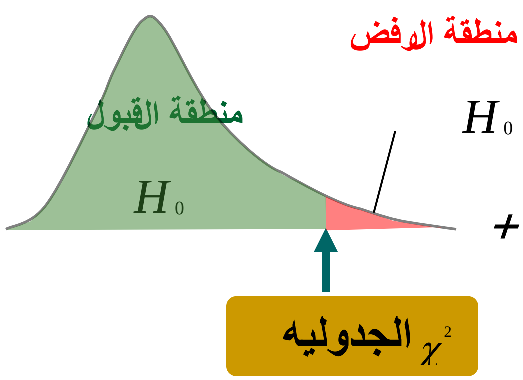
$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

3- القيمة الجدوليه لكاي تربيع:

له تقريباً توزيع كاي تربيع بدرجة حرية واحدة. $\chi^2(1,\alpha)$

4- اتخاذ القرار:

نتخذ القرار بناءً على قيمة إحصاء الاختبار



إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة الرفض فإننا نرفض فرض العدم H_0 ونقبل الفرض البديل H_1

، أما إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة القبول فإننا نقبل فرض العدم H_0

مثال:

في بحث لدراسة العلاقة بين شرب الشاي والنوع تم اختيار عينة حجمها 88 من المقيمين في إحدى المدن وتم تصنيفهم في الجدول الآتي . هل تدل هذه البيانات على وجود علاقة بين شرب الشاي نوع الجنس؟

استخدم مستوى معنوية $\alpha=0.05$

المجموع	إناث	ذكور	
73	33	40	يشربون الشاي
15	12	3	لا يشربون الشاي
88	45	43	المجموع

الحل:

H_0: لاتوجد علاقة بين شرب الشاي ونوع الجنس.

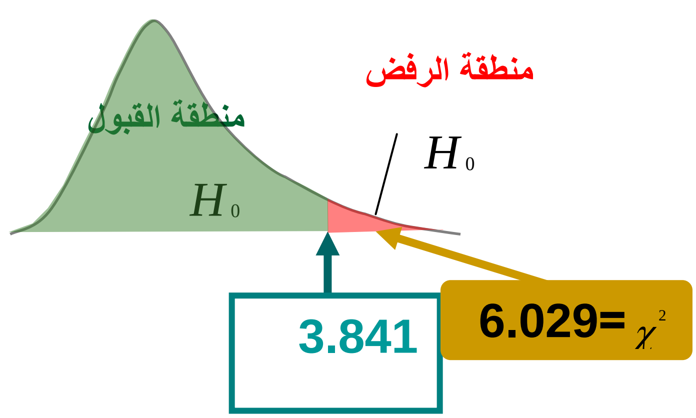
H_1: توجد علاقة بين شرب الشاي ونوع الجنس.

وتكون قيمة إحصاء الاختبار هي :

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{88(480-99)^2}{73\times15\times43\times45} = 6.029$$

ونحصل على القيمة الحرجة من جدول توزيع كاي تربيعفنجدها :

$$\chi^2(1,0.05) = 3.841$$



وقيمة إحصاء الاختبار أكبر من القيمة الجدوليه ، أي أنها تقع في منطقة الرفض وبالتالي فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 وهو أن هناك علاقة بين شرب الشاي والنوع.

مثال:

أجري بحث اجتماعي لدراسة العلاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الاقارب أخذت عينة من 57 فردا وكانت النتائج على النحو التالي

الجنس الاتجاه للزواج من الاقارب	ذكر	أنثى	المجموع
مؤيد	**10**	**15**	**25**
غير مؤيد	**20**	**12**	**32**
المجموع	**30**	**27**	**57**

هل هناك ارتباط أو علاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الاقارب أم أن الصفتين مستقلة عن بعضها البعض أي لا علاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الاقارب بمستوى معنوية 0.05 ؟

الحل:

H_0 : لا توجد علاقة بين الاتجاه للزواج من الأقارب ونوع الجنس.

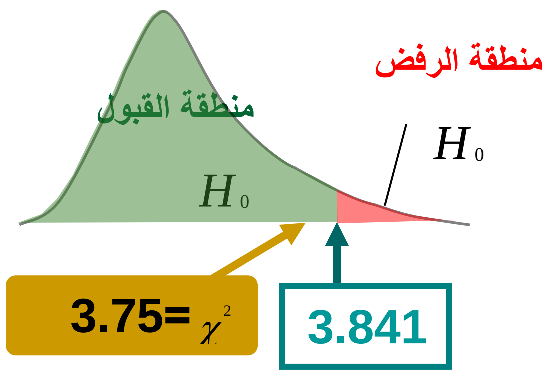
H_1 : توجد علاقة بين الاتجاه للزواج من الأقارب ونوع الجنس.

وتكون قيمة إحصاء الاختبار هي :

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{75(120-300)^2}{25\times 32\times 30\times 27} = \frac{75\times(-180)^2}{648000}$$
$$= \frac{75\times 32400}{648000} = \frac{2430000}{648000} = 3.75$$

ونحصل على القيمة الحرجة من جدول توزيع كاي تربيعفنجدها :

$$\chi^2(1,0.05) = 3.841$$



وقيمة إحصاء الاختبار أصغر من القيمة الجدوليه ، أي أنها تقع في منطقة القبول وبالتالي فإننا نقبل H_0 وهو أنه ليس هناك علاقة بين الاتجاه للزواج من الأقارب والجنس