

توزيع ثنائي الحد

المحاضرة بعنوان :

(توزيع ثنائي الحد)

* في حياتنا اليومية كثيراً ما نصادف حالات من
 اِحتمالين او نتيجتين (P و q) فلا شك انهما
 مثلاً : (ذكر، انثى) (تاج، اسب) (يعمل، لايعمل) ...
 وغيرها q ومكملتها P ... (خرت برفط)
 عند تكرار التجارب n مرة فاننا نحصل دائماً على الحالات
 P في الحالات q

$$\begin{cases} P + q = 1 \\ P = 1 - q \end{cases}$$

ان المتغير العشوائي (X) والذي يمثل عدد اوقات
 النجاح لهذا النوع من التجارب يقال عنه انه
 يتوزع وفق توزيع (بي الثنائي) ... واللاحتمالية
 تأخذ الشكل

$$P(X=x) = \begin{cases} C_x^n \cdot P^x \cdot q^{n-x} \\ x = 0, 1, 2, 3, \dots, n \end{cases}$$

حيث: (الوفاية) $C_x^n = \frac{n!}{(n-x)!x!}$

الوسط الحسابي $\mu_x = np$
 التباين $\sigma_x^2 = np \cdot q$
 الإرتاف المعياري $\sqrt{np \cdot q}$

* إن كل محاولة من المحاولات لها نتيجتين فقط

* كل محاولة مستقلة عن الأخرى

• إن احتمال النجاح \dots ولكن $P \dots$ فحتمًا احتمال
الفشل $q = 1 - P$

* تستخدم في الحالات الملائمة لبعضها :

- ترميز رمي قطعة نقدية

- النجاح و الفشل

- الصفحة و العكس

- يدخل لا يدخل
الموافقة الملائمة لبعضها (البيانات)

مثال ترميز رمي قطعة نقدية 5 مرات، وكان المقدار
الصغير (X) الذي يثبت عدد الأعمدة التي تظهر

المطلوب :
① كتابة دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير (X) :

② ما احتمال ظهور 4 أعمدة

③ أثبت قيمت الاحتمال $P(1 < X < 3)$

$$* \text{كلين : } P(X=x) = \begin{cases} C_x^5 \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x} \\ x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

لأن $(p = q = \frac{1}{2})$ ، لخاصية الاحتمال
②

$$P(X=4) = C_4^5 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = C_4^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \quad (2)$$

$$= \frac{5!}{(5-4)!4!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5!}{1!4!} \left(\frac{1}{2^5}\right) = \frac{5}{32} = 0,1$$

$$P(1 < X < 3) = P(2) + P(3) \quad (3)$$

$$- P(2) = C_2^5 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5!}{3!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{6 \cdot 2} \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P(2) = \frac{10}{32}$$

$$P(3) = C_3^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P(3) = \frac{10}{32}$$

$$P(1 < X \leq 3) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{20}{32}$$

(3)