TD N°1 : La charge électrique

Fiche TD N°1 CORRECTION

Exercice N°1 Solution :

Données : $m = 3$ g, $Z = 29$ et $A = 63.546$. Nombre d'Avogadro, $N = 6.023 \times 10^{23}$.

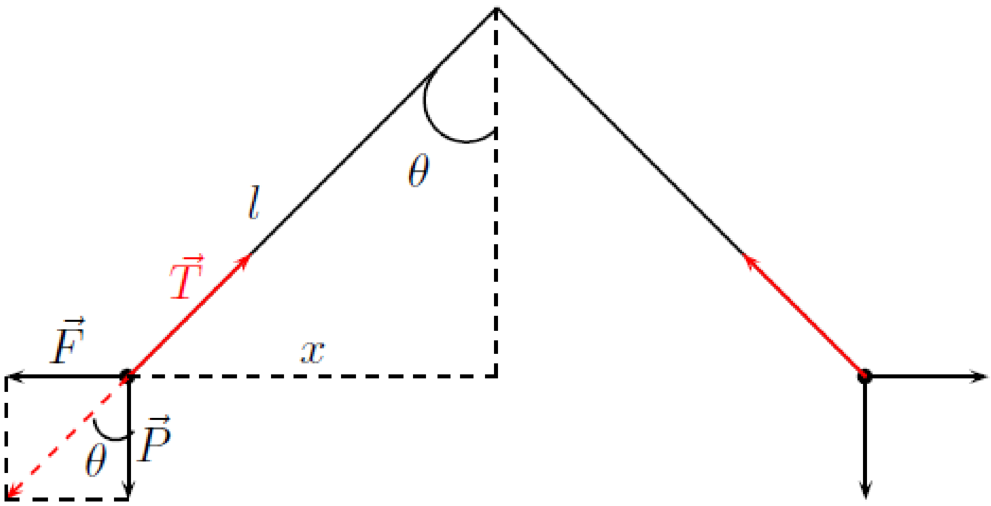
1. Le nombre de moles est, $n_{moles} = \frac{m}{A}$ (m en g et non en kg).
2. Le nombre d'atomes est, $n_A = n_{moles} \times N = \frac{m\,N}{A} = 2.8435 \times 10^{22}$.
3. Le nombre d'électrons est, $n_Z = Z\,n_A = \frac{Z\,m\,N}{A} = 8.246 \times 10^{23}$.

2. $Q = +5 \times 10^{-9} C$ et $e = 1.6 \times 10^{-19} C$. Le nombre d'électrons perdus est,

$$n_e = \frac{Q}{e} = 3.12 \times 10^{+10}\ , \text{ Donc : } n_e/n_A \sim 10^{-13}.$$

Exercice N°2 Solution :

Données : $l = 0.8\,m$, $K = 9 \times 10^{9}\ C^{-2} m^{3} kg.s^{-2}$, $m = 10^{-2} kg$, g $= 10 m/s^{2}$



1. Comme les sphères sont identiques, elles porteront la même charge après le contact :

$$q_1' = q_2' = \frac{(q_1' + q_2')}{2}.$$

Système électriquement isolé ⇒ conservation de la charge : $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$,

Donc $q_1' = q_2' = \frac{(q_1 + q_2)}{2}$. Le tableau suivant résume les résultats (en C) :

Cas	q_1	q_2	$q_1 + q_2$	$q_1' = q_2'$
a	4×10^{-8}	0	4×10^{-8}	2×10^{-8}
b	3×10^{-8}	8×10^{-8}	11×10^{-8}	5.5×10^{-8}
c	3×10^{-8}	-8×10^{-8}	-5×10^{-8}	-2.5×10^{-8}

2. Les deux sphères portent la même charge et se repoussent donc par une force :

$$F = K\,\frac{q_1'\,q_2'}{(2x)^2} = K\,\frac{{q_1'}^2}{(2x)^2}$$

Géométrie : $\frac{x}{l} = \sin\theta$. La RFD $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ donne, $\frac{F}{P} = \tan\theta$. L'angle étant petit, alors

$\sin\theta = \tan\theta$ d'où $\frac{x}{l} = K\,\frac{{q_1'}^2}{m\,g\,(2x)^2} \Rightarrow x = \left(K\,\frac{l\,{q_1'}^2}{4\,m\,g}\right)^{\frac{3}{2}}$

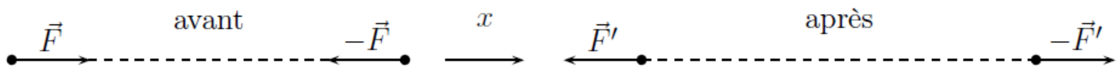
AN. Cas a : $x = 1.93\ cm$. Cas b : $x = 3.79cm$. Cas c : $x = 2.24cm$

Exercice N°3 Solution :

Données : $F = 0.108\ N$, $d = 0.5\ m$, $F' = 0.036\ N$.

Soient q_1 et q_2 les charges initiales des deux sphères. La force est $F = -K\,\frac{q_1\,q_2}{d^2}$ $(Car\ q_1\,q_2 < 0)$. Le fil conducteur permet le déplacement des charges d'une sphère à l'autre pour avoir la même charge : (Conservation de la charge et sphères identiques)

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$



La force après avoir enlevé le fil est $F' = K\,\frac{{q'}^2}{d^2} = K\,\frac{(q_1+q_2)^2}{4\,d^2}$. On a donc un système de deux équations du second degré :

$$\begin{cases} q_1\, q_2 = -\dfrac{F\, d^2}{K} \\ (q_1 + q_2)^2 = \dfrac{4\, F'\, d^2}{K} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1\, q_2 = -3 \times 10^{-12} \\ q_1 + q_2 = \pm 2 \times 10^{-6} \end{cases}$$

La solution dépend du signe ($\pm$) de $q_1 + q_2$. Pour le signe ($-$), on aura ($q_1 = -3.0 \times 10^{-6} C$, $q_2 . = 1.0 \times 10^{-6} C$),

ou l'inverse ($q_1 = 1.0 \times 10^{-6} C, q_2 = -3.0 \times 10^{-6} C$).

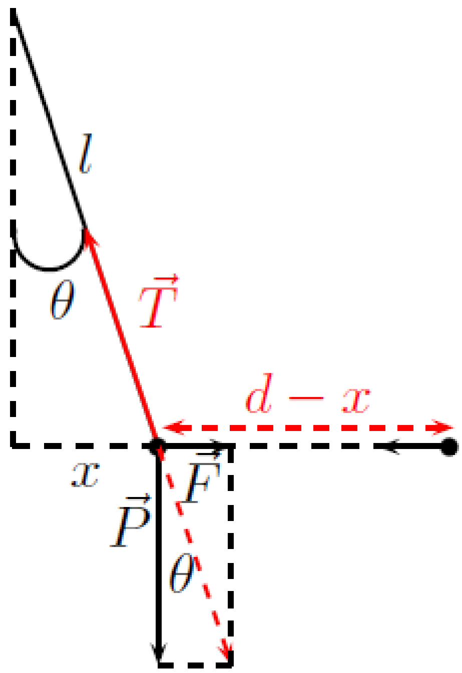
Pour le signe (+), on aura ($q_1 = -1.0 \times 10^{-6} C, q_2 = 3.0 \times 10^{-6} C$), ou l'inverse :

($q_1 = 3.0 \times 10^{-6} C, q_2 = -1.0 \times 10^{-6} C$).

On a quatre solutions parce qu'on peut permuter les charges q1 et q2, ainsi que leurs signes, sans changer ni F ni F'.

Exercice N°4 Solution :

Données : $l = 10^{-1}\, m$, $m = 10^{-2}\, kg$, $Q_1 = 2 \times 10^{-8} C$, $d = 4 \times 10^{-2}\, m$, $Q_2 = -5 \times 10^{-8}\, C$.



1. Les forces électriques sont attractives. L'approximation du petit angle, permet d'écrire (voir exercice précédent) : $\frac{x}{l} = sin\theta = tan\theta = \frac{F}{m\,g}$ où $F = -K\,\frac{Q_1\,Q_2}{(d-x)^2}$ (en module).
2. Donc : $\frac{x}{l} = K\frac{Q_1\,Q_2}{m\,g\,(d-x)^2} \Rightarrow (d-x)^2 = -Kl\frac{Q_1\,Q_2}{m\,g}\,\frac{1}{x} \Rightarrow x^3 - 2d\,x^2 + d^2\,x + Kl\frac{Q_1\,Q_2}{m\,g} = 0$
3. D'où, $x^3 - 8 \times 10^{-2}\,x^2 + 16 \times 10^{-4}\,x - 9 \times 10^{-6} = 0$

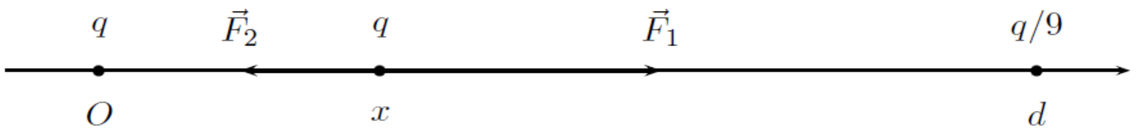
L'équation se simplifie en posant $x = y \times 10^{-2}$ (on travaille en cm). On obtient : $y^3 - 8\,y^2 + 16\,y - 9 = 0$. On remarque que $y = 1$ est une solution 1. L'équation devient alors : $(y-1)(y^2 - 7y + 9) = 0$. Les deux solutions, qui restent, sont celles de $(y^2 - 7y + 9) = 0$. On trouve $y = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}$.

A ces trois solutions correspondent $x = 1\,cm$, $x = 1.7\,cm$ ou $x = 5.30\,cm$. On constate que la dernière solution correspond à $x > d$ ce qui contredit l'hypothèse de l'exercice 2. De plus, $\theta = arcsin\frac{x}{l} = arcsin 0.53 \simeq 32°$ ce qui ne vérifie pas à l'approximation $sin\,\theta \simeq \theta$. Les deux premières solutions sont acceptables et correspondent à des θ différents tout en vérifiant l'approximation $sin\,\theta \simeq \theta$. On choisit $x = 1cm$ car elle correspond à la meilleure approximation ($\theta = arcsin(0.1) = 5.7°$ est le plus petit).

4.

$$F = -K\frac{Q_1\,Q_2}{(d-x)2} = \frac{x}{l}\,m\,g = 10^{-2}\,N.$$

<u>Exercice N°5 Solution :</u>



1. En valeurs algébriques :

$$F_1 = K\frac{q^2}{x^2} \quad \text{et} \quad F_1 = -K\frac{q^2}{9(d-x)^2} \Rightarrow$$

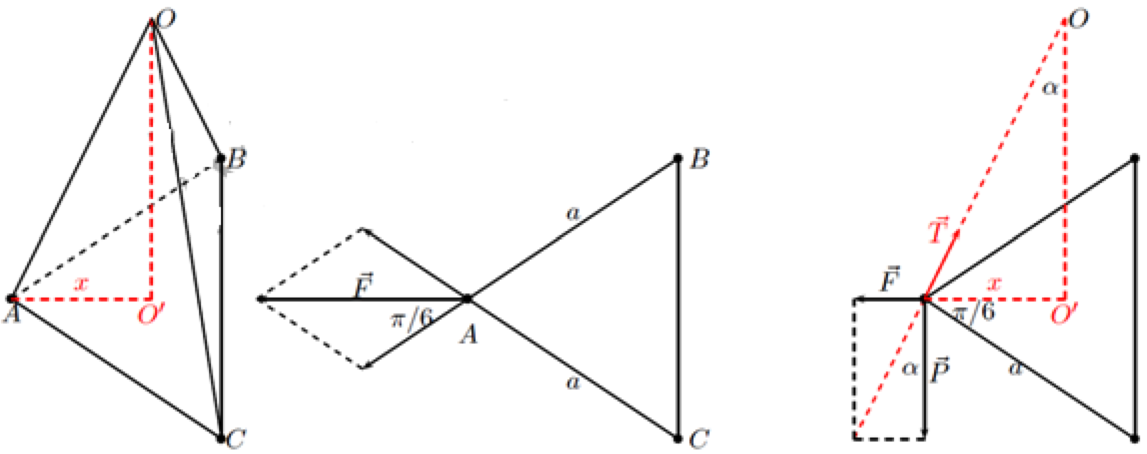
$$F = K\frac{q^2}{x^2} - K\frac{q^2}{9(d-x)^2} = Kq^2\frac{9(d-x)^2 - x^2}{9\,x^2(d-x)^2} = Kq^2\frac{(3d-2x)\,(3d-4x)}{9\,x^2(d-x)^2}$$

2. Équilibre : $F = 0$, $(3d - 2x)\,(3d - 4x) = 0$. Alors $x = \frac{3d}{4}\ cm$, (l'autre solution $x = \frac{3d}{4}$ est inacceptable car elle correspond à $x > 0$).

Exercice N°6 Solution :

Données : $m = 10^{-2} kg, l = 1m, a = 0.1\, m.$

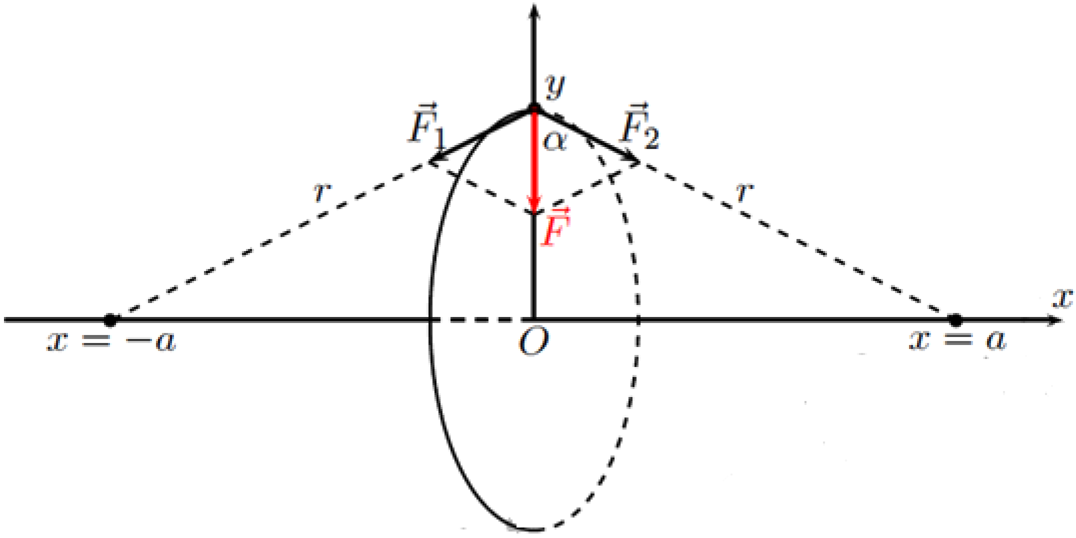
Résultante des forces électriques sur l'une des charges $F = 2K\frac{q^2}{a^2}\cos(\frac{\pi}{6})$, Le point O est au dessus du centre O′ du triangle situé à $x = \frac{2}{3}a\cos(\frac{\pi}{6})$, L'angle α étant petit, on a $sin\ \alpha = tan\ \alpha \Rightarrow \frac{x}{l} = \frac{F}{m\ g} \Rightarrow \frac{2\ a}{3l}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\ K\ q^2}{m\ g\ a^2}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$. Donc $q = \sqrt{\frac{m\ g\ a^3}{3\ K\ l}} = 6 \times 10^{-8}\ C$



Exercice N°7 Solution :

Soient O le milieu de [x = −a, x = +a] et y la position de la troisième charge Q (par exemple, de signe opposé à q).

TD N°1 : La charge électrique



A cause de la symétrie, on a $F_1 = F_2 = K\frac{qQ}{r^2}$, La force résultante exercée sur Q est parallèle à $y'Oy$. Par conséquent, $F = 2K\frac{qQ}{r^2}\,cos\alpha$, où $r^2 = y^2 + a^2$ et $cos\,\alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{(y^2+a^2)^{1/2}}$

Donc, $F = 2K\,\frac{qQy}{(y^2+a^2)^{3/2}}$, Si l'on place Q sur n'importe quel autre point du cercle perpendiculaire à $x'Ox$, de centre O et de rayon $R = y$, on aura une force de même module est dirigée vers O.

Le maximum de F se détermine par $\frac{dF}{\mathrm{dy}} = 0$, Ce qui donne $-2KQq\,\frac{(2\,y^2 - a^2)}{(y^2+a^2)^{5/2}} = 0$, $y = -a\sqrt{2}$ et $y = a\sqrt{2}$. On obtient un cercle de rayon $R = a/\sqrt{2}$ et un maximum $F = 2K\,\frac{qQa}{\sqrt{2}(\frac{a^2}{2}+a^2)^{3/2}} = \frac{4}{9}\sqrt{3}K\,\frac{Qq}{a^2}$