***CALCULS APPROCHES 1/2***

Un(e) physicien(ne) fait tout le temps des mesures, suivies de calculs, à la base de formules mathématiques et des valeurs de mesure.

Pour faire ces calculs, souvent pas simples à faire à la main, on a besoin d’un outil de calcul (calculatrice ou ordinateur). Parfois, cet outil est absent (oublié chez soi ou au bureau, piles déchargées, …), et on doit nous débrouiller. On fait alors appel aux calculs approchés, approximatifs, aussi proches que possible des calculs exacts, par l’application des formules dédiées.

Nous disposons à ce stade de deux méthodes :

***1ère méthode :***

$$\left(a+b\right)^{2}=a²+b²+2.a.b$$

Si : a = 1, et b est très petit devant le 1, qu’on notera : Ɛ, alors :

$$\left(1+Ɛ\right)^{2}=1²+2.1.Ɛ+Ɛ²=1+2Ɛ+Ɛ²$$

$Ɛ$ étant très petit devant le 1; $Ɛ²$ le sera encore plus; négligeable. On passe ainsi à la formule d’approximation suivante :

$$\left(1+ Ɛ\right)² ≈ 1+2Ɛ$$

Que l’on peut généraliser à la puissance « n » :

 $\left(1+Ɛ\right)^{n}≈ 1+n.Ɛ$ **…………………….. (1)**$ $

***E x e m p l e s :*** Calculer approximativement :

1. ³√1018  = (1018)⅓ = (1000x1,018)⅓ = 10(1+0,018)⅓ $≈$ 10(1+⅓x0,018) $≈$ 10(1+0,006) $≈$ 10x1,006 $≈$ **10,06**

La valeur précise = **10,0596**

Dans cet exemple, nous avons : $Ɛ$=0,018 et n=⅓

On constate que le résultat de notre calcul approché est très très proche de la valeur exacte. C’est toujours le cas quand on choisit la valeur de $Ɛ$ aussi faible que possible par rapport à 1.

N.B : Faites bien attention à l’endroit où l’on commence l’approximation, c’est là où on commence à utiliser le signe « $≈$ », et c’est irréversible !

1. 2020/1962 = 2x1010 / 2x981 = 2(1000x1,010) / 2(1000x0,981) =

(1+0,010) / (1-0,019) = (1+0,010) x (1-0,019)¯¹ $≈$ (1+0,010) x (1- (-1)x0,019)$ ≈$

(1+0,010) x (1+0,019) $≈ $ (1+0,010+0,019)$ ≈$ **1,029 = 1,02956**

N.B : Nous avons appliqué la formule d’approximation plus générale :$ $

$$\left(1+Ɛ₁\right)\left(1+Ɛ₂\right)\left(1-Ɛ₃\right) x…x \left(1+Ɛn\right)^{}≈ 1+Ɛ₁^{}+Ɛ₂^{}-Ɛ₃+…+Ɛn$$

Tous les $Ɛ étant très inférieurs à 1$.

1. √1954  = (1954)½ = (10000x0,1954)½ = 100(0,1954)½ = 100(1-0,8046)½

$≈$ 100(1-½x0,8046) $≈$ 100(1-0,4023) $≈$ 100x0,5977 $≈$ **59,77**

 La valeur précise = **44,20**

**N.B :** Vous avez certainement remarqué le grand écart entre les deux valeurs ! Ceci est dû à la valeur choisie pour $Ɛ$ = 0,8046 qui était assez proche de 1, et non très petite devant le 1.

On vous suggère de choisir une autre valeur pour avoir un résultat plus proche de la valeur exacte … à vos cervelles !