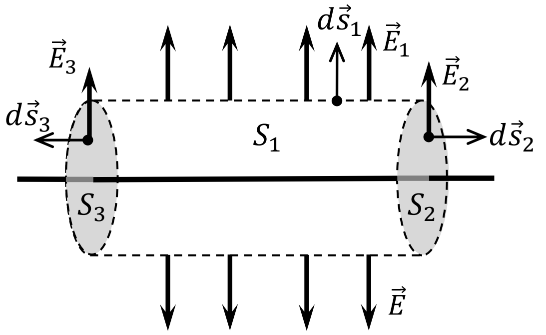
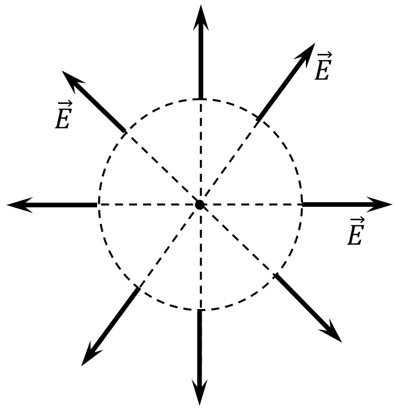
CORRIGÉ DE LA SÉRIE DE TD N° 03

EXERCICE 01 :

1. Champ électrostatique crée en un point quelconque de l'espace par une droite infinie chargée avec une densité linéique uniforme λ.



Symétrie : Vue en perspective.



Symétrie : Vue de côté.

Théorème de GAUSS : $\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$

Symétrie du champ électrostatique : cylindrique (ou axiale)
Surface de GAUSS : Cylindre S_1 coaxial à la distribution fermé par deux disques S_2 et S_3.
La hauteur du cylindre S_1 est notée h et son rayon r, r est aussi le rayon des deux disques S_2 et S_3.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \bullet d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_2 \bullet d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_3 \bullet d\vec{s}_3$$

Comme $\vec{E}_2 \perp d\vec{s}_2$ et $\vec{E}_3 \perp d\vec{s}_3$ alors

$$\iint_{S_2} \vec{E}_2 \bullet d\vec{s}_2 = \iint_{S_3} \vec{E}_3 \bullet d\vec{s}_3 = 0$$

Et comme $\vec{E}_1 \parallel d\vec{s}_1$ et dans le même sens, alors :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \bullet d\vec{s}_1 = \iint_{S_1} E_1 . ds_1$$

En plus, en utilisant la symétrie de translation le long de la droite chargée et la symétrie de rotation avec comme axe de rotation la droite chargée, nous trouvons que $E_1 =$ Constante sur la surface S_1.
Donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E_1 \iint_{S_1} ds_1 = E_1 . S_1$$

Nous obtenons donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E_1 . 2\pi . r . h$$

Calcul de la charge à l'intérieur de la surface de GAUSS :

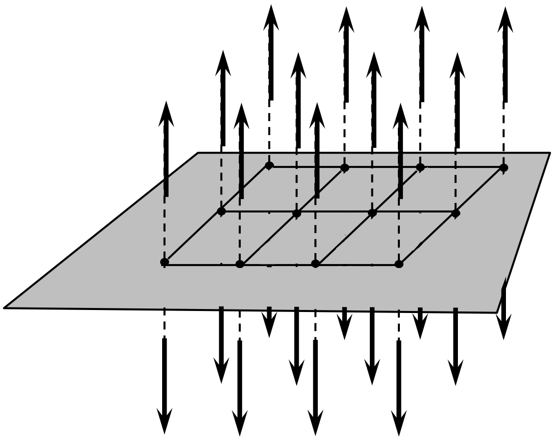
Distribution linéaire uniforme $\quad dq = \lambda . dl \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \lambda \int_{\text{int}} dl \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \lambda . h$

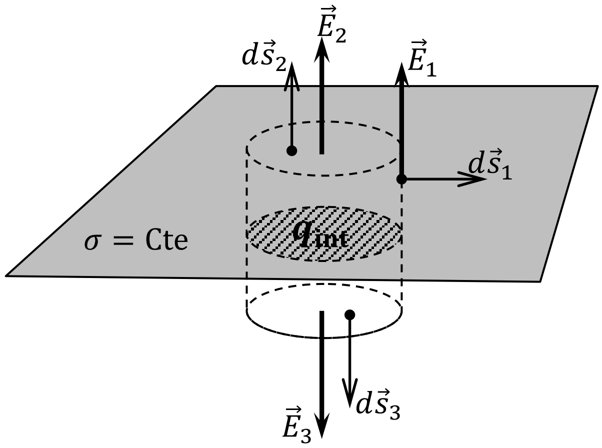
En remplaçant, nous trouvons

$$E_1 . 2\pi . r . h = \frac{\lambda . h}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} = \frac{2K . \lambda}{r}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{2K . \lambda}{r} \vec{e}_\rho}$$

$\vec{e}_\rho$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées cylindriques.

2. Champ électrostatique crée en un point quelconque de l'espace par un plan infini chargée avec une densité surfacique uniforme σ.





Théorème de GAUSS : $\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$

Symétrie du champ électrostatique : Plane.

Surface de GAUSS : Cylindre S_1 dont l'axe est perpendiculaire à la distribution fermé par deux disques S_2 et S_3. La hauteur du cylindre S_1 est notée h et son rayon r, r est aussi le rayon des deux disques S_2 et S_3.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \bullet d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_2 \bullet d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_3 \bullet d\vec{s}_3$$

Comme $\vec{E}_1 \perp d\vec{s}_1$ alors

$$\iint_{S_1} \vec{E}_1 \bullet d\vec{s}_1 = 0$$

Et comme $\vec{E}_2 \parallel d\vec{s}_2$ et $\vec{E}_3 \parallel d\vec{s}_3$ et dans le même sens, alors :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_2} \vec{E}_2 \bullet d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_3 \bullet d\vec{s}_3 = \iint_{S_2} E_2 . ds_2 + \iint_{S_3} E_3 . ds_3$$

En plus, en utilisant la symétrie de translation le long d'une la droite parallèle au plan chargé et la symétrie de part et d'autre du plan chargé, nous trouvons que $E_2 = E_3 = E = \text{Constante}$ (en module) sur les surfaces S_2 et S_3. Donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E \iint_{S_2} ds_2 + E \iint_{S_3} ds_3 = E.(S_2 + S_3)$$

Nous obtenons donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E.2.\pi r^2$$

Calcul de la charge à l'intérieur de la surface de GAUSS :

Distribution surfacique uniforme $dq = \sigma . ds \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \sigma \int_{\text{int}} ds \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \sigma . \pi r^2$

En remplaçant, nous trouvons

$$E.2.\pi r^2 = \frac{\sigma . \pi r^2}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E} = \pm \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{e}_z}$$

$\vec{e}_z$ est le vecteur unitaire perpendiculaire au plan.

EXERCICE 02 :

1. Champ électrostatique crée en un point quelconque de l'espace par un cylindre creux de rayon R et de longueur infinie chargée avec une densité surfacique uniforme σ.

Théorème de GAUSS :

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

Symétrie du champ électrostatique : cylindrique (ou axiale)
Surface de GAUSS : Cylindre S_1 coaxial à la distribution fermé par deux disques S_2 et S_3.
La hauteur du cylindreS_1 est notée h et son rayon r (coordonnées cylindriques), r est aussi le rayon des deux disques S_2 et S_3.

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1\bullet d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_2\bullet d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_3\bullet d\vec{s}_3$$

Comme $\vec{E}_2 \perp d\vec{s}_2$ et $\vec{E}_3 \perp d\vec{s}_3$ alors

$$\iint_{S_2} \vec{E}_2\bullet d\vec{s}_2 = \iint_{S_3} \vec{E}_3\bullet d\vec{s}_3 = 0$$

Et comme $\vec{E}_1 \parallel d\vec{s}_1$ et dans le même sens, alors :

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1\bullet d\vec{s}_1 = \iint_{S_1} E_1.ds_1$$

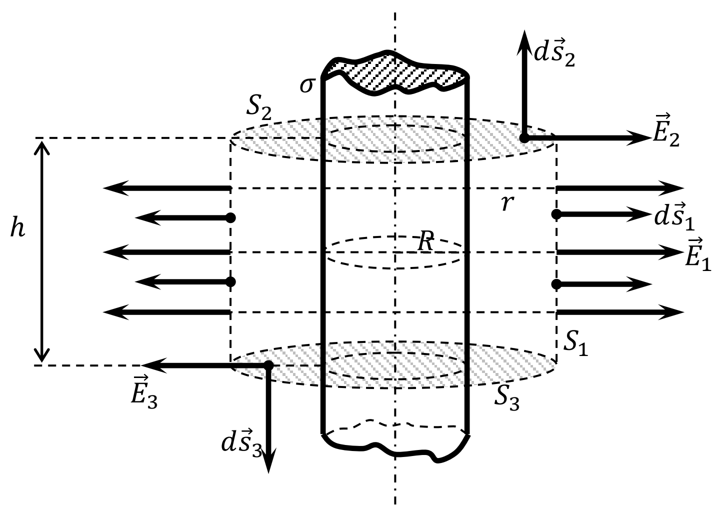
En plus, en utilisant la symétrie de translation le long de l'axe de la distribution et la symétrie de rotation avec comme axe de rotation l'axe de la distribution, nous trouvons que $E_1 =$ Constante sur la surface S_1. Donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = E_1 \iint_{S_1} ds_1 = E_1.S_1$$

Nous obtenons donc :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = E_1.2\pi r.h}$$

Ce résultat est toujours valable pour toute distribution à symétrie cylindrique et pour ce choix de la surface de GAUSS.



Calcul de la charge à l'intérieur de la surface de GAUSS :

Champ à l'intérieur du cylindre chargé $0 \leq r \leq R$:

Distribution surfacique uniforme $\quad dq = \sigma . ds \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \sigma \int_{\text{int}} ds \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = 0$

En remplaçant, nous trouvons

$$E.2\pi r.h = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_{\text{int}}(r) = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}_{\text{int}}(\vec{r}) = \vec{0}}$$

Champ à l'extérieur du cylindre chargé $R \leq r < +\infty$:

Distribution surfacique uniforme

$$dq = \sigma . ds \qquad \Rightarrow \qquad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \sigma \int_{\text{int}} ds \qquad \Rightarrow \qquad \sum q_{\text{int}} = \sigma . 2\pi R . h$$

En remplaçant, nous trouvons

$$E.2\pi r.h = \frac{\sigma.2\pi R.h}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_{\text{ext}}(r) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\frac{1}{r}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\frac{1}{r}\vec{e}_\rho}$$

$\vec{e}_\rho$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées cylindriques.

2. Champ électrostatique crée en un point quelconque de l'espace par un cylindre plein de rayon R et de longueur infinie chargée avec une densité volumique uniforme ρ.

Théorème de GAUSS :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

Symétrie du champ électrostatique : cylindrique (ou axiale)

Surface de GAUSS : Cylindre S_1 coaxial à la distribution fermé par deux disques S_2 et S_3.

La hauteur du cylindreS_1 est notée h et son rayon r (coordonnées cylindriques), r est aussi le rayon des deux disques S_2 et S_3.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \bullet d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E}_2 \bullet d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E}_3 \bullet d\vec{s}_3$$

Comme $\vec{E}_2 \perp d\vec{s}_2$ et $\vec{E}_3 \perp d\vec{s}_3$ alors

$$\iint_{S_2} \vec{E}_2 \bullet d\vec{s}_2 = \iint_{S_3} \vec{E}_3 \bullet d\vec{s}_3 = 0$$

Et comme $\vec{E}_1 \parallel d\vec{s}_1$ et dans le même sens, alors :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E}_1 \bullet d\vec{s}_1 = \iint_{S_1} E_1 . ds_1$$

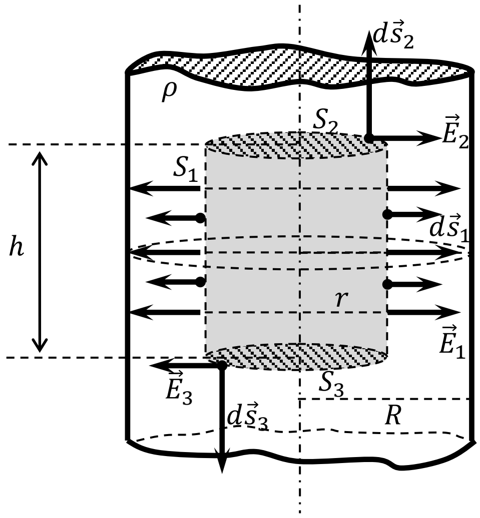
En plus, en utilisant la symétrie de translation le long de l'axe de la distribution et la symétrie de rotation avec comme axe de rotation l'axe de la distribution, nous trouvons que $E_1 =$ Constante sur la surface S_1. Donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E_1 \iint_{S_1} ds_1 = E_1 . S_1$$

Nous obtenons donc :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E_1 . 2\pi r . h}$$

Ce résultat est toujours valable pour toute distribution à symétrie cylindrique et pour ce choix de la surface de GAUSS.



Calcul de la charge à l'intérieur de la surface de GAUSS :

<u>Champ à l'intérieur du cylindre chargé $0 \leq r \leq R$:</u>

Distribution volumique uniforme

$$dq = \rho.d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \rho \int_{\text{int}} d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \rho.\pi r^2.h$$

En remplaçant, nous trouvons

$$E.2\pi r.h = \frac{\rho.\pi r^2.h}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{\text{int}}(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}_{\text{int}}(\vec{r}) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r.\vec{e}_\rho}$$

<u>Champ à l'extérieur du cylindre chargé $R \leq r < +\infty$:</u>

Distribution surfacique uniforme

$$dq = \rho.d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \rho \int_{\text{int}} d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \rho.\pi R^2.h$$

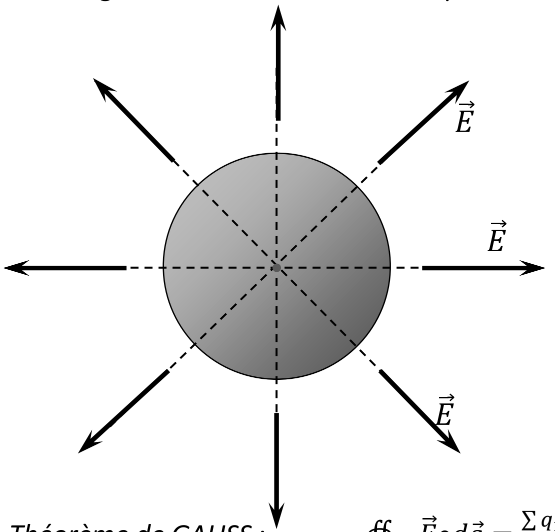
En remplaçant, nous trouvons

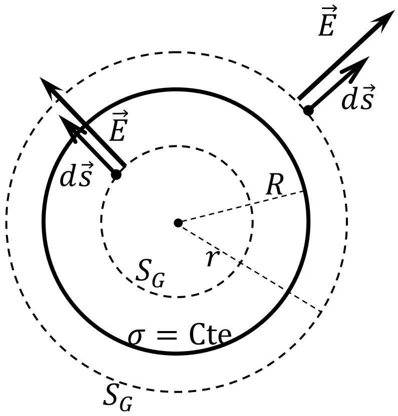
$$E.2\pi r.h = \frac{\rho.\pi R^2.h}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{\text{ext}}(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\frac{1}{r}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\frac{1}{r}\vec{e}_\rho}$$

$\vec{e}_\rho$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées cylindriques.

EXERCICE 03 :

1. Champ électrostatique crée en un point quelconque de l'espace par une sphère « creuse » chargée avec une densité surfacique uniforme σ (rayon R).





Théorème de GAUSS : $\oint\!\!\oint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$

Symétrie du champ électrostatique : Sphérique.
Surface de GAUSS : Sphère concentrique à la distribution de rayon r.

Comme $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ et dans le même sens, alors :

$$\oint\!\!\oint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_G} E.ds$$

En plus, en utilisant la symétrie de rotation par rapport au centre de la sphère chargée, nous trouvons que $E = \text{Constante}$ (en module) sur la surface de GAUSS S_G . Donc :

$$\oint\!\!\oint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E \iint_{S_G} ds = E.S_G$$

Nous obtenons donc :

$$\boxed{\oint\!\!\oint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E.4\pi.r^2}$$

Ce résultat est toujours valable pour une distribution à symétrie sphérique.

Calcul de la charge à l'intérieur de la surface de GAUSS :
Champ à l'intérieur de la sphère chargée $0 \leq r \leq R$:
Distribution surfacique uniforme $dq = \sigma.ds \Rightarrow \sum q_{\text{int}} = \int dq = \sigma \int_{\text{int}} ds \Rightarrow \sum q_{\text{int}} = 0$
En remplaçant, nous trouvons

$$E.4\pi.r^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_{\text{int}} = 0} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\vec{E}_{\text{int}}(\vec{r}) = \vec{0}}$$

Champ à l'extérieur de la sphère chargée $R \leq r < +\infty$:
Distribution surfacique uniforme

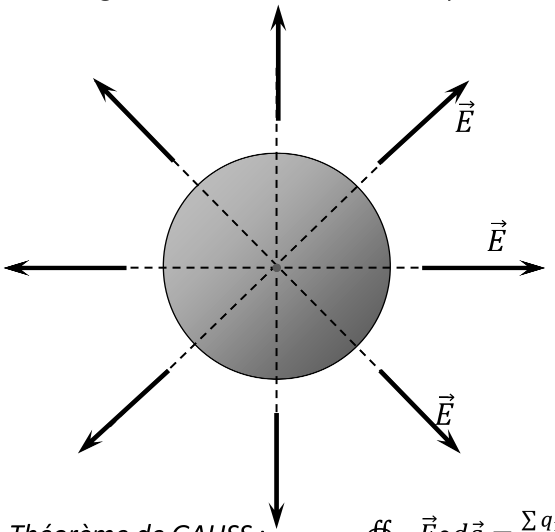
$$dq = \sigma.ds \qquad \Rightarrow \qquad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \sigma \int_{\text{int}} ds \qquad \Rightarrow \qquad \sum q_{\text{int}} = Q = \sigma.4\pi.R^2$$

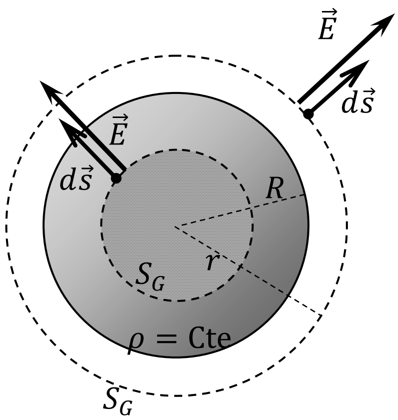
En remplaçant, nous trouvons

$$E.4\pi.r^2 = \frac{\sigma.4\pi.R^2}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_{\text{ext}}(r) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} = K\frac{Q}{r^2}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\vec{E}_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\vec{e}_r = K\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r}$$

$\vec{e}_r$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées sphériques.

2. Champ électrostatique crée en un point quelconque de l'espace par une sphère « pleine » chargée avec une densité volumique uniforme ρ (rayon R).





Théorème de GAUSS : $\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$

Symétrie du champ électrostatique : Sphérique.
Surface de GAUSS : Sphère concentrique à la distribution de rayon r.

Comme $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ et dans le même sens, alors :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_G} E.ds$$

En plus, en utilisant la symétrie de rotation par rapport au centre de la sphère chargée, nous trouvons que $E = \text{Constante}$ (en module) sur la surface de GAUSS S_G . Donc :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E \iint_{S_G} ds = E.S_G$$

Nous obtenons donc :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E.4\pi.r^2}$$

Calcul de la charge à l'intérieur de la surface de GAUSS :
<u>Champ à l'intérieur de la sphère chargée $0 \le r \le R$:</u>

Distribution volumique uniforme

$$dq = \rho.d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \rho \int_{\text{int}} d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \rho.\frac{4\pi}{3} r^3$$

En remplaçant, nous trouvons

$$E.4\pi.r^2 = \frac{\rho.4\pi.r^3}{3.\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{\text{int}}(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}_{\text{int}}(\vec{r}) \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r.\vec{e}_r}$$

<u>Champ à l'extérieur de la sphère chargée $R \le r < +\infty$:</u>
Distribution surfacique uniforme

$$dq = \rho.d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = \int dq = \rho \int_{\text{int}} d\tau \quad \Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = Q = \rho.\frac{4\pi}{3} R^3$$

En remplaçant, nous trouvons

$$E.4\pi.r^2 = \frac{\rho.4\pi.R^3}{3.\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{\text{ext}}(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} = K\frac{Q}{r^2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E}_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\vec{e}_r = K\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r}$$

$\vec{e}_r$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées sphériques.

EXERCICE 04 :

1. Distribution volumique : $dq = \rho . d\tau \quad \Rightarrow \quad Q = \iiint \rho . d\tau$

Distribution volumique uniforme : $\rho = Cte \quad \Rightarrow \quad Q = \rho . \tau$

$$\boxed{\rho = \frac{Q_A}{\tau_A} = \frac{Q}{\pi . a^2 . L}}$$

2. Equilibre électrostatique (influence totale).

$$\begin{cases} Q_{int} = -Q_A = -Q \\ Q_{int} + Q_{ext} = Q_B = -2Q \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} Q_{int} = -Q \\ Q_{ext} = -Q \end{cases}$$

3. Distribution surfacique (Conducteur) : $dq = \sigma . dS \quad \Rightarrow \quad Q = \iint \sigma . dS$

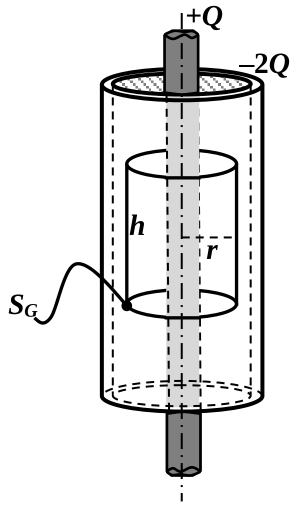
Distribution surfacique uniforme (par symétrie) : $\sigma = Cte \quad \Rightarrow \quad Q = \sigma . S$

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{Q_{int}}{S_{int}} = \frac{-Q}{2\pi . b . L}} \quad ; \quad \boxed{\sigma_2 = \frac{Q_{ext}}{S_{ext}} = \frac{-Q}{2\pi . c . L}}$$

4. Théorème de GAUSS :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie cylindrique***, donc la surface de GAUSS est un cylindre de rayon r et de hauteur h ayant le même axe que la distribution de charge et fermé par deux disques de rayon r.



$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E} \bullet d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{E} \bullet d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{E} \bullet d\vec{s}_3$$

A partir de la figure

$$\vec{E} \parallel d\vec{s}_1 \quad ; \quad \vec{E} \perp d\vec{s}_2 \quad ; \quad \vec{E} \perp d\vec{s}_3$$

Donc

$$\vec{E} \bullet d\vec{s}_1 = E . ds_1 \quad ; \quad \vec{E} \bullet d\vec{s}_2 = 0 \quad ; \quad \vec{E} \bullet d\vec{s}_3 = 0$$

Et

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{E} \bullet d\vec{s}_1 = \iint_{S_1} E . ds_1 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation et de translation E est constant sur la surface S_1.

$$\iint_{S_1} E . ds_1 = E . S_1 = E . 2\pi r . h$$

Donc

$$\boxed{E . 2\pi r . h = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

Zone 1 : $0 \leq r \leq a$

$$\sum q_{int} = \rho . \tau = \rho . \pi r^2 . h \quad \Rightarrow \quad E_1 = \frac{\rho . r}{2\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \boxed{E_1 = 2K \frac{Q}{a^2 . L} r}$$

Zone 2 : $a \leq r \leq b$

$$\sum q_{int} = \rho.\tau = \rho.\pi a^2.h \qquad \Rightarrow \qquad E_2 = \frac{\rho.a^2}{2\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad \text{et} \qquad \boxed{E_2 = 2K\frac{Q}{L}\frac{1}{r}}$$

Zone 3 : $b \leq r \leq c$

$$\sum q_{int} = \rho.\tau + \sigma_1.S_{int} = \rho.\pi a^2.h + \sigma_1.2\pi.b.h$$

En remplaçant

$$E_3 = \frac{1}{2\pi.\varepsilon_0.r}\left(\frac{Q}{L}h + \frac{-Q}{L}h\right) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_3 = 0}$$

Zone 4 : $c \leq r$

$$\sum q_{int} = \rho.\tau + \sigma_1.S_{int} + \sigma_2.S_{ext} = \rho.\pi a^2.h + \sigma_1.2\pi.b.h + \sigma_2.2\pi.c.h$$

En remplaçant

$$E_4 = \frac{1}{2\pi.\varepsilon_0.r}\left(\frac{Q}{L}h + \frac{-Q}{L}h + \frac{-Q}{L}h\right) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_4 = -2K\frac{Q}{L}\frac{1}{r}}$$

5. Différence de potentiel : $\boxed{dV = -E.dr}$

Différence de potentiel entre la surface de A et B. Donc nous utilisons E_2 .

$$dV = -E_2.dr \qquad \Rightarrow \qquad V_b - V_a = \int_a^b dV = -\int_a^b 2K\frac{Q}{L}\frac{1}{r}.dr$$

En intégrant

$$V(r=b) - V(r=a) = V_b - V_a = -2K\frac{Q}{L}ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Et

$$\boxed{V(r=a) - V(r=b) = 2K\frac{Q}{L}ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

EXERCICE 05 :

6. Distribution linéaire uniforme : $dq = \lambda.dl \quad \Rightarrow \quad Q = \int \lambda.dl = \lambda.l$

$$\boxed{\lambda = \frac{Q_A}{l_A} = -\frac{Q}{L}}$$

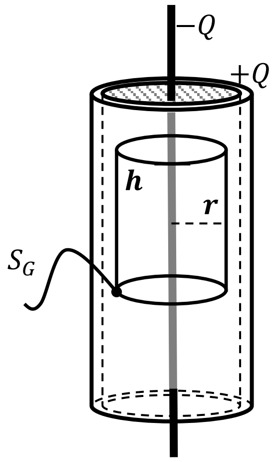
Distribution volumique uniforme : $dq = \rho.d\tau \quad \Rightarrow \quad Q = \iiint \rho.d\tau = \rho.\tau$

$$\boxed{\rho = \frac{Q_B}{\tau_B} = \frac{Q}{\pi(b^2-a^2).L}}$$

7. Théorème de GAUSS :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie cylindrique***, donc la surface de GAUSS est un cylindre de rayon r et de hauteur h ayant le même axe que la distribution de charge et fermé par deux disques de rayon r.



$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = \iint_{S_1} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_1} + \iint_{S_2} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_2} + \iint_{S_3} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_3}$$

A partir de la figure

$$\vec{E} \parallel \overrightarrow{dS_1} \quad ; \quad \vec{E} \perp \overrightarrow{dS_2} \quad ; \quad \vec{E} \perp \overrightarrow{dS_3}$$

Donc

$$\vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_1} = E.dS_1 \quad ; \quad \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_2} = 0 \quad ; \quad \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_3} = 0$$

Et

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = \iint_{S_1} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS_1} = \iint_{S_1} E.dS_1 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation et de translation E est constant sur la surface S_1.

$$\iint_{S_1} E.dS_1 = E.S_1 = E.2\pi r.h$$

Donc

$$\boxed{E.2\pi r.h = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

Zone 1 : $0 < r \leq a$

$$\sum q_{int} = \lambda.l_{int} = \lambda.h \quad \Rightarrow \quad E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \quad \text{et} \quad \boxed{E_1 = -2K\frac{Q}{L}\frac{1}{r}}$$

Zone 2 : $a \leq r \leq b$

$$\sum q_{int} = \lambda.l_{int} + \rho.\tau_{int} = \lambda.h + \rho.\pi(r^2-a^2).h \quad \Rightarrow \quad E_2 = \frac{\lambda + \rho.\pi(r^2-a^2)}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

$$\boxed{E_2 = 2K\frac{Q}{L}\left(\frac{r^2-b^2}{b^2-a^2}\right)\frac{1}{r}}$$

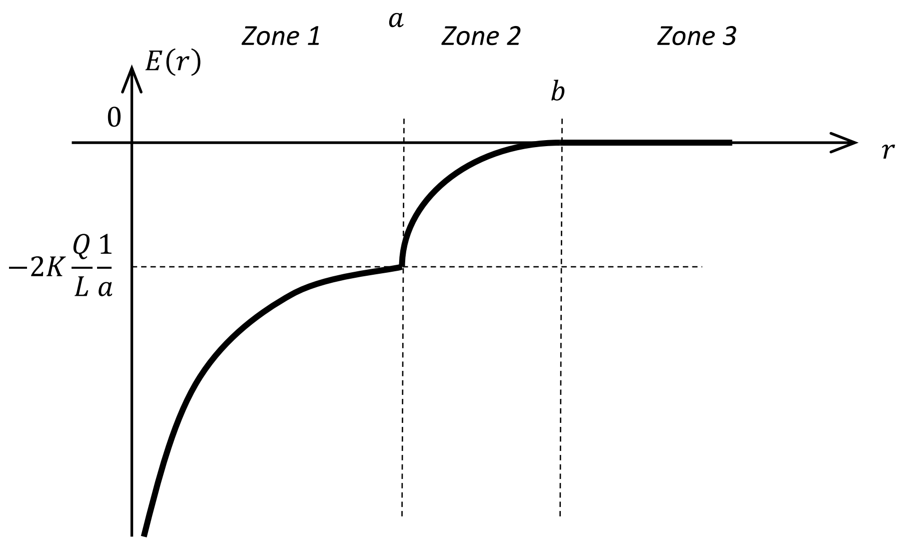
Zone 3 : $b \leq r \leq c$

$$\sum q_{int} = \lambda.l_{int} + \rho.\tau_{int} = \lambda.h + \rho.\pi(b^2-a^2).h = \left(-\frac{Q}{L} + \frac{Q}{L}\right)h = 0$$

Donc

$$\boxed{E_3 = 0}$$

8. Représentation du champ



9. Différence de potentiel : $\boxed{dV = -E.dr}$

Différence de potentiel entre la surface de A et B. Donc nous utilisons E_2 .

$$dV = -E_2.dr \qquad \Rightarrow \qquad V_b - V_a = \int_a^b dV = -\int_a^b 2K\frac{Q}{L}\left(\frac{r^2-b^2}{b^2-a^2}\right)\frac{1}{r}.dr$$

En intégrant

$$V_b - V_a = -2K\frac{Q}{L(b^2-a^2)}\int_a^b \frac{r^2-b^2}{r}.dr = -2K\frac{Q}{L(b^2-a^2)}\left[\frac{r^2}{2} - b^2.\ln(r)\right]_a^b$$

Et en remplaçant

$$V(r=b) - V(r=a) = V_b - V_a = -2K\frac{Q}{L(b^2-a^2)}\left\{\frac{b^2-a^2}{2} - b^2.\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right\}$$

donc

$$\boxed{V(r=a) - V(r=b) = K\frac{Q}{L}\left\{1 - \frac{2b^2}{b^2-a^2}.\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right\}}$$

EXERCICE 06 :

1. Densités volumiques :

$$Q_A = \int dq = \iiint \rho_A . d\tau$$

Comme la distribution est uniforme

$$Q_A = \rho_A \iiint d\tau = \rho_A . \tau_A \qquad \Rightarrow \qquad Q_A = +Q = \rho_A . \frac{4}{3}\pi . a^3$$

Finalement

$$\boxed{\rho_A = \frac{3Q}{4\pi . a^3}}$$

De la même manière

$$Q_B = \int dq = \iiint \rho_B . d\tau$$

Comme la distribution est uniforme

$$Q_B = \rho_B \iiint d\tau = \rho_B . \tau_B \qquad \Rightarrow \qquad Q_B = -Q = \rho_B . \frac{4}{3}\pi . (b^3 - a^3)$$

Et

$$\boxed{\rho_B = \frac{-3Q}{4\pi . (b^3 - a^3)}}$$

2. Théorème de GAUSS :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie sphérique***, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ donc $\vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = E . dS$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \oiint_{S_G} E . ds = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E . S_G = E . 4\pi . r^2$$

Finalement

$$\boxed{E . 4\pi . r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

<u>Zone 1 :</u> $0 \leq r \leq a$ (intérieur de la sphère A)

$$\sum q_{int} = \rho_A \iiint d\tau = \rho_A . \frac{4}{3}\pi . r^3 \quad \Rightarrow \quad E_1 . 4\pi . r^2 = \rho_A . \frac{4}{3 . \varepsilon_0}\pi . r^3 \quad \text{et} \quad \boxed{E_1 = \frac{\rho_A}{3\varepsilon_0} r = K\frac{Q}{a^3} r}$$

<u>Zone 2 :</u> $a \leq r \leq b$ (intérieur de la couche sphérique B)

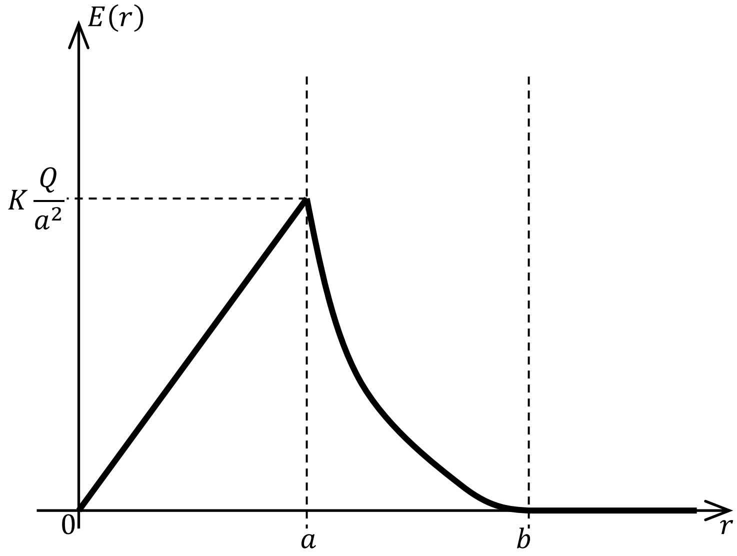
$$\sum q_{int} = Q_A + \rho_B \iiint d\tau = Q + \rho_B . \frac{4}{3}\pi . (r^3 - a^3) \qquad \Rightarrow \qquad E_2 . 4\pi . r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} + \rho_B . \frac{4}{3\varepsilon_0}\pi . (r^3 - a^3)$$

$$E_2 = K\frac{Q}{r^2} + \frac{\rho_B}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{a^3}{r^2}\right) \qquad \text{ou} \qquad \boxed{E_2 = K\frac{Q}{(b^3 - a^3)}\left(\frac{b^3}{r^2} - r\right)}$$

Zone 3 : $r \geq b$ (extérieur de la distribution sphérique)

$$\sum q_{int} = Q_A + Q_B = +Q - Q = 0 \quad \Rightarrow \quad E_3.4\pi.r^2 = 0 \quad \text{et} \quad \boxed{E_3 = 0}$$

3. Allure de $E(r)$:



4. Différence de potentiel :

$$dV = -E.dr \quad \Rightarrow \quad \int_0^a dV = -\int_0^a E_1.dr = -\int_0^a K\frac{Q}{a^3}r.dr$$

En intégrant

$$V_a - V_0 = -K\frac{Q}{a^3}\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^a \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_a - V_0 = -K\frac{Q}{2a}}$$

EXERCICE 07 :

1. **Calcul des charges Q_1 et Q_2.**

Distribution volumique non uniforme :

$$Q_1 = \iiint \rho.d\tau = \int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{2\sigma}{r} r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\varphi = 2\sigma \left[\frac{r^2}{2}\right]_0^a [-\cos\theta]_0^\pi [\varphi]_0^{2\pi}$$

Donc

$$\boxed{Q_1 = 4\pi\sigma.a^2}$$

Distribution surfacique uniforme

$$Q_2 = \iint \sigma.ds = \sigma.S_2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{Q_2 = 4\pi\sigma.b^2}$$

2. **Calcul du champ électrique**

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie sphérique***, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ donc $\vec{E}\bullet d\vec{s} = E.dS$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \oiint_{S_G} E.ds = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G.

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = E.S_G = E.4\pi.r^2$$

Finalement

$$\boxed{E.4\pi.r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

<u>Zone 1 :</u> $(0 \le r \le a)$

$$\sum q_{int} = \iiint \rho.d\tau = \int_0^r \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{2\sigma}{r} r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\varphi = 4\pi\sigma.r^2$$

Donc

$$E_1.4\pi.r^2 = \frac{4\pi\sigma.r^2}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

<u>Zone 2 :</u> $(a \le r \le b)$

$$\sum q_{int} = Q_1 = 4\pi\sigma.a^2 \qquad \Rightarrow \qquad E_2.4\pi.r^2 = \frac{4\pi\sigma.a^2}{\varepsilon_0} \qquad \text{et} \qquad \boxed{E_2 = \frac{\sigma.a^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}}$$

<u>Zone 3 :</u> $(r \ge b)$

$$\sum q_{int} = Q_1 + Q_2 = 4\pi\sigma.(a^2+b^2) \qquad \Rightarrow \qquad E_3.4\pi.r^2 = \frac{4\pi\sigma.(a^2+b^2)}{\varepsilon_0} \qquad \text{et} \qquad \boxed{E_3 = \frac{\sigma.(a^2+b^2)}{\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}}$$

3. Calcul du potentiel électrique.

Symétrie sphérique : $dV = -\vec{E}\bullet d\vec{r} = -E.dr \quad \Rightarrow \quad V = -\int E.dr$

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ E_2 = \dfrac{\sigma.a^2}{\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} \\ E_3 = \dfrac{\sigma.(a^2+b^2)}{\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} V_1 = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}r + C_1 \\ V_2 = \dfrac{\sigma.a^2}{\varepsilon_0}\dfrac{1}{r} + C_2 \\ V_3 = \dfrac{\sigma.(a^2+b^2)}{\varepsilon_0}\dfrac{1}{r} + C_3 \end{cases}$$

Condition à l'infini (pour une distribution finie) : $V_3(\infty) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = 0$

Continuité en $r = b$:

$$V_3(b) = V_2(b) \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma.(a^2+b^2)}{\varepsilon_0}\frac{1}{b} = \frac{\sigma.a^2}{\varepsilon_0}\frac{1}{b} + C_2 \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{\sigma.b}{\varepsilon_0}$$

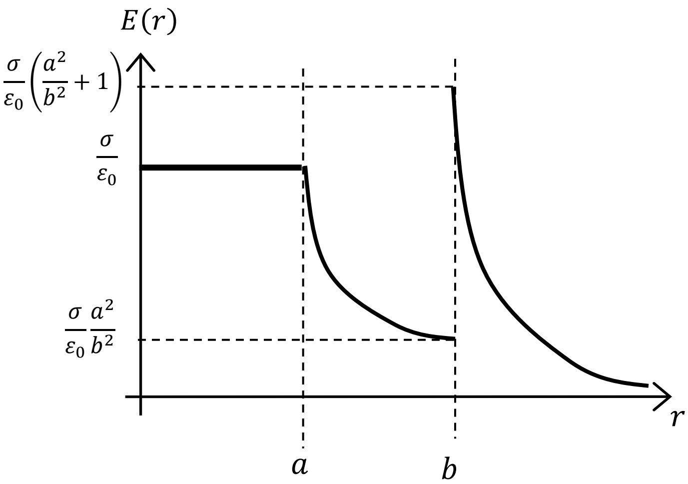
Continuité en $r = a$:

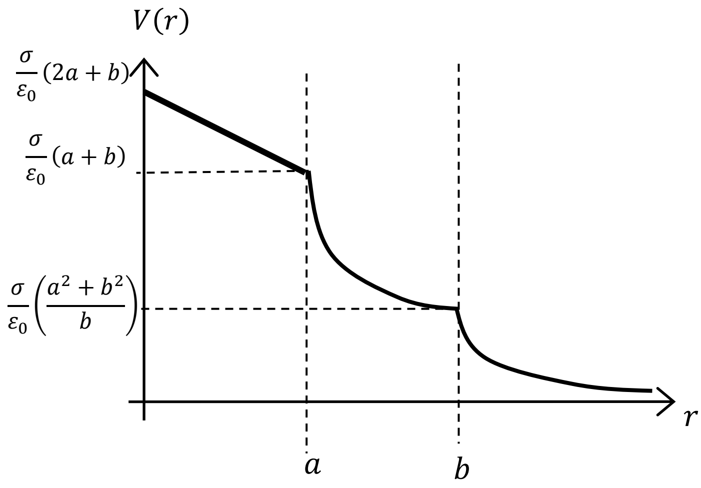
$$V_2(a) = V_1(a) \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma.a}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma.b}{\varepsilon_0} = -\frac{\sigma.a}{\varepsilon_0} + C_1 \quad \text{et} \quad C_1 = \frac{\sigma.(2a+b)}{\varepsilon_0}$$

Donc

$$\boxed{V_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(2a+b-r)} \quad ; \quad \boxed{V_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{a^2}{r} + b\right)} \quad ; \quad \boxed{V_3 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{a^2+b^2}{r}\right)}$$

Représentation de $E(r)$ et $V(r)$.





5. Calcul de la différence de potentiel électrique

$$V = V_a - V_b = V_2(r=a) - V_2(r=b) \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}a.\left(1 - \frac{a}{b}\right)}$$

EXERCICE 08 :

1. Théorème de GAUSS :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie sphérique***, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ donc $\vec{E}\bullet d\vec{s} = E.dS$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \oiint_{S_G} E.ds = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G.

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = E.S_G = E.4\pi.r^2$$

Finalement

$$\boxed{E.4\pi.r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La sphère étant conductrice, la distribution est surfacique σ.

Zone 1 : $0 \le r \le R_a$ (intérieur de la sphère)

$$\sum q_{int} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{int}.4\pi.r^2 = 0 \quad \text{et} \quad \boxed{E_{int} = 0}$$

Zone 2 : $r \ge R_a$ (extérieur de la sphère)

$$\sum q_{int} = Q_{0A} \quad \Rightarrow \quad E_{ext}.4\pi.r^2 = \frac{Q_{0A}}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \boxed{E_{ext} = K\frac{Q_{0A}}{r^2}}$$

2. Potentiel : $dV = -E.dr \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = -\int E.dr}$

$$\begin{cases} V_{int} = V_A = Cte \\ V_{ext} = K\dfrac{Q_{0A}}{r} + C \end{cases}$$

Condition à l'infini : $V_{ext}(r \to +\infty) = 0 \quad \Rightarrow \quad C = 0$ et $V_{ext} = K\frac{Q_{0A}}{r}$.

Continuité en $r = R_a$: $V_{ext}(r = R_a) = V_{int}(r = R_a) \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_A = K\frac{Q_{0A}}{R_a}}$

3. Equilibre électrostatique : (Conducteur B est neutre)

$$\begin{cases} q_{int} = -Q_{1A} \\ q_{int} + q_{ext} = Q_B = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} q_{int} = -Q_{1A} \\ q_{ext} = +Q_{1A} \end{cases}}$$

4. Théorème de GAUSS :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie sphérique***, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ donc $\vec{E}\bullet d\vec{s} = E.ds$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = \oiint_{S_G} E.ds = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G.

$$\oiint_{S_G} \vec{E}\bullet d\vec{s} = E.S_G = E.4\pi.r^2$$

Finalement

$$\boxed{E.4\pi.r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

Zone 2 : $R_a \leq r \leq R_b$ (entre les deux sphères conductrices)

$$\sum q_{int} = Q_{2A} \quad \Rightarrow \quad E_2.4\pi.r^2 = \frac{Q_{2A}}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \boxed{E_2 = K\frac{Q_{2A}}{r^2}}$$

5. Différence de potentiel : $dV = -E.dr$

Différence de potentiel entre les deux sphères. Donc nous utilisons E_2 .

$$dV = -E_2.dr \quad \Rightarrow \quad V_B - V_A = \int_a^b dV = -\int_a^b K\frac{Q_{2A}}{r^2}.dr = \left[K\frac{Q_{2A}}{r}\right]_a^b$$

En intégrant

$$V_B - V_A = K\frac{Q_{2A}}{R_b} - K\frac{Q_{2A}}{R_a}$$

Et

$$\boxed{V_B - V_A = KQ_{2A}\frac{R_b - R_a}{R_bR_a}}$$

6. Puisque la sphère B est reliée au sol alors $V_B = 0$. Donc :

$$V_A = KQ_{2A}\frac{R_b - R_a}{R_bR_a}$$

Or d'après la question 2.

$$V_A = K\frac{Q_{0A}}{R_a}$$

En comparant, on trouve :

$$\boxed{Q_{2A} = Q_{0A}\frac{R_b}{R_b - R_a}}$$

Comme $R_b > R_b - R_a$ $\Rightarrow$ $\frac{R_b}{R_b - R_a} > 1$, d'où $\boxed{Q_{2A} > Q_{0A}}$

Ce phénomène est appelé ***condensation de charge***.

EXERCICE 09 :

1. Calcul de la constante A : Distribution volumique.

$$Q = \int dq = \iiint \rho . d\tau$$

L'élément de volume en coordonnées sphériques $d\tau = r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\varphi$

$$Q_{\text{électron}} = \int_0^{+\infty}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} A.\exp\left(\frac{-2r}{a_0}\right) r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\varphi = A\int_0^{+\infty} \exp\left(\frac{-2r}{a_0}\right) r^2 dr \int_0^{\pi} \sin\theta \, . d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

En utilisant l'intégrale

$$\int r^2 . e^{\alpha . r} dr = \left(\frac{r^2}{\alpha} - \frac{2r}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3}\right) e^{\alpha . r} \qquad \text{avec} \quad \alpha = -\frac{2}{a_0}$$

Il vient que

$$\int_0^{+\infty} \exp\left(\frac{-2r}{a_0}\right) r^2 dr = \left[\left(\frac{r^2}{\alpha} - \frac{2r}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3}\right) e^{\alpha . r}\right]_0^{+\infty} = -\frac{2}{\alpha^3} = \frac{a_0^3}{4}$$

Donc

$$Q_{\text{électron}} = 4\pi . A \frac{a_0^3}{4} = \pi A . a_0^3$$

En utilisant la neutralité de l'atome

$$Q_{\text{électron}} = \pi A . a_0^3 = -e \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{A = -\frac{e}{\pi . a_0^3}}$$

2. Théorème de GAUSS :

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie sphérique***, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ donc $\vec{E} \bullet d\vec{s} = E . dS$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = \oiint_{S_G} E . ds = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E . S_G = E . 4\pi . r^2$$

Finalement

$$\boxed{E . 4\pi . r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

Calcul des charges intérieures

$$\sum q_{int} = Q_{\text{proton}} + \int_0^{r}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} A.\exp\left(\frac{-2r}{a_0}\right) r^2 \sin\theta \, dr d\theta d\varphi$$

$$\sum q_{int} = e + A\int_0^{r} \exp\left(\frac{-2r}{a_0}\right) r^2 dr \int_0^{\pi} \sin\theta \, . d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = e + 4\pi . A . \left[\left(\frac{r^2}{\alpha} - \frac{2r}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3}\right) e^{\alpha . r}\right]_0^{r}$$

En remplaçant α et A nous trouvons

$$\sum q_{int} = e\left(\frac{2.r^2}{a_0^2} + \frac{2r}{a_0} + 1\right)e^{-\frac{2}{a_0}r}$$

D'où le champ

$$E.4\pi.r^2 = \frac{e}{\varepsilon_0}\left(\frac{2.r^2}{a_0^2} + \frac{2r}{a_0} + 1\right)e^{-\frac{2}{a_0}r}$$

Donc

$$\boxed{E = Ke\left(\frac{2}{a_0^2} + \frac{2}{a_0 r} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-\frac{2}{a_0}r}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{E} = Ke\left(\frac{2}{a_0^2} + \frac{2}{a_0 r} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-\frac{2}{a_0}r}.\vec{e}_r}$$

3. Discussion :

$r \gg a_0 \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{2}{a_0}r} \approx 0$ et $\vec{E} = \vec{0}$ (L'atome étant neutre le champ très loin de l'atome est nul).

$r \ll a_0 \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{2}{a_0}r} \approx 1$ et $\vec{E} = (K\,e/r^2).\vec{e}_r$ (C'est le champ crée par le noyau seul).