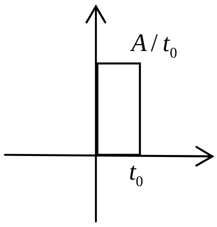
# TD n=°1 Module : Asservissement Linéaire

## Transformée de Laplace, Equations différentielle et Fonctions de transfert

1. Calculer la transformée de Laplace de la pulsation :




2. Trouver la transformée de Laplace des fonctions suivantes : 1. $f(t)=te^{-2t}, t\geq 0$, -2. $f(t)=2e^{-2t}\cos(wt), t\geq 0$ 3. $f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t^2\sin(wt) & t\geq 0\end{cases}$

3. Trouver la transformée de Laplace inverse **des fonctions suivantes** : 1. $F(s)=\dfrac{1}{s(s+2)}$ (avec deux méthodes : produit de convolution et décomposition en fractions simples),2. $F(s)=\dfrac{1}{s(s^2+w^2)}$.3. $F(s)=\dfrac{2s+12}{s^2+2s+5}$ .4. $F(s)=\dfrac{s(s+2)}{s^2(s+1)(s+3)}$ .5 . $F(s)=\dfrac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}=s+2+\dfrac{s+3}{(s+1)(s+2)}$ .

4. Soit une fonction $f(t)$ dont la transformée de Laplace est : $F(s)=\dfrac{4}{(s^2+8s)}$.
   a. Calculer $\lim\limits_{t\to\infty} f(t)$ sans calculer l'expression analytique de f(t).
   b. Calculer la transformée de Laplace inverse de F(s) et sa limite quand t tend vers l'infini.

5. Soit une fonction $f(t)$ dont la transformée de Laplace est : $F(s)=\dfrac{2s+1}{(s^2+s+1)}$. Trouver la valeur initiale de $\dfrac{df(t)}{dt}$.

6. Résoudre les équations différentielles suivantes en utilisant la méthode de la transformée de Laplace p56:
   a. $\ddot{x}+5\dot{x}+6x=0 \quad \dot{x}(0)=a, x(0)=b.$
   b. $\ddot{x}+2\dot{x}+5x=3 \quad \dot{x}(0)=0, x(0)=0.$
   c. $\dot{x}+2x=\delta(t) \quad x(0)=0.$
   d. $\ddot{x}+2\zeta\omega_n\dot{x}+\omega_n^2x=0 \quad \dot{x}(0)=a, x(0)=b.$
   e. $\ddot{x}+2\zeta\omega_n\dot{x}+\omega_n^2x=u(t) \quad \dot{x}(0)=0, x(0)=0.$
   f. $\dot{x}+ax=A\sin(wt) \quad x(0)=b.$

7. Calculer la réponse indicielle [1] et impulsionnelle [2] du système donné par l'équation différentielle suivante : $\ddot{y}+12\dot{y}+32y=\dot{x}$ avec toute condition initiale est nulle.

8. Soit l'équation différentielle : $\dddot{y}+3\ddot{y}+7\dot{y}+5y=\ddot{u}+4\dot{u}+3u$ avec u est l'entrée du système et y est sa sortie. Calculer la fonction de transfert correspondante sachant que les conditions initiales sont nulles.

9. Soit la fonction de transfert $F(s)=\dfrac{2s+1}{s^2+6s+2}$.
   a. Calculer les réponses indicielle et impulsionnelle de ce système.
   b. Donner l'équation différentielle correspondante.

10. Calculer les pôles et les zéros des fonctions de transfert suivantes : $F(s)=\dfrac{s(s+2)}{s^2(s+1)(s+3)}$ $F(s)=\dfrac{1}{s(s^2+w^2)}$ et $F(s)=\dfrac{1}{1-e^{-s}}$

[1] :La réponse indicielle correspond à la réponse à un signal d'entrée qui est l'échelon unitaire
[2] :La réponse impulsionnelle d'1 système correspond à la réponse à un signal d'entrée qui est l'impulsion de Dirac

**Dr. Dalila DJOUDI**