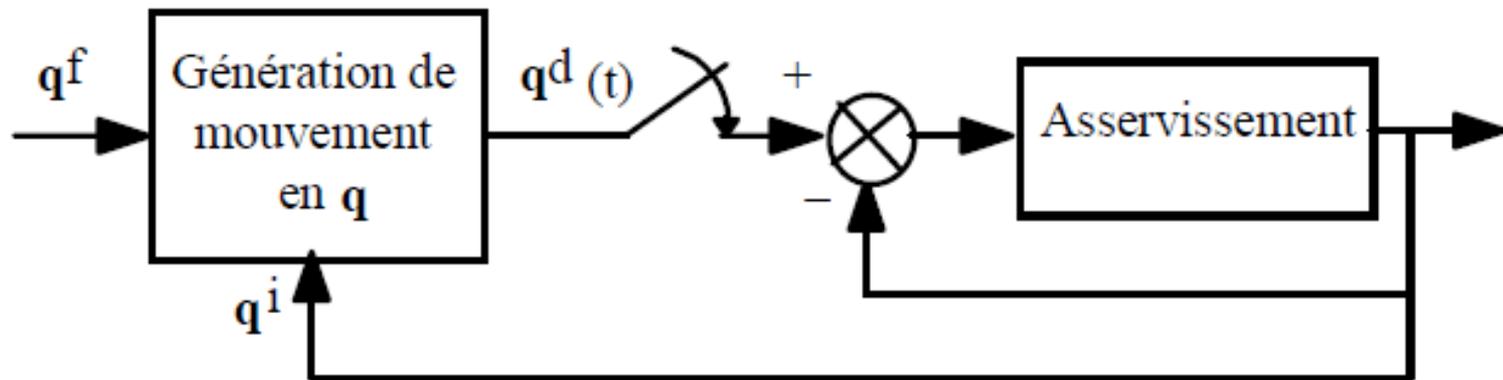


Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement et système de commande

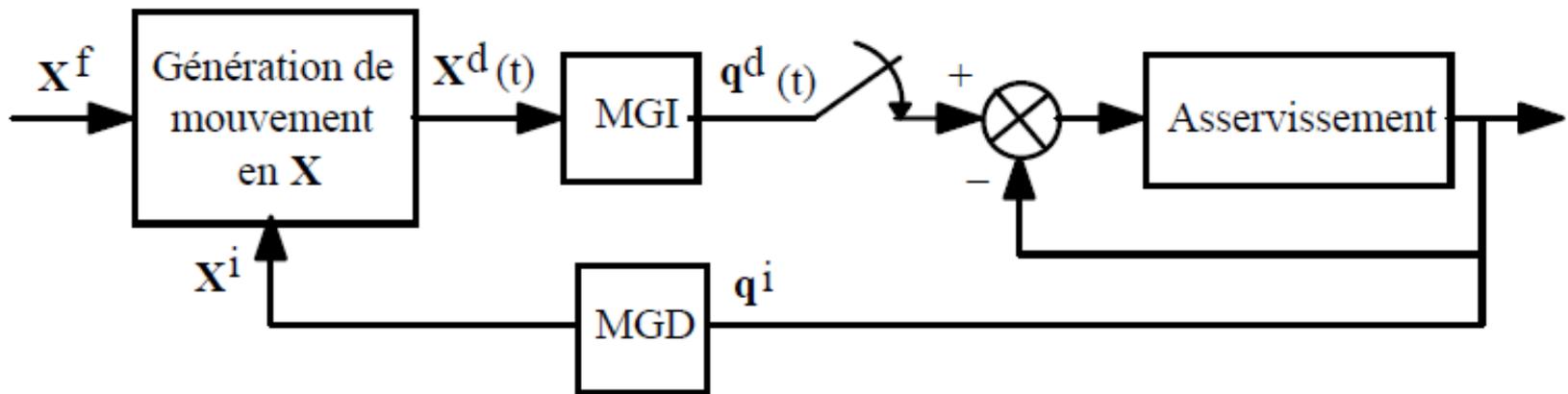


Génération de mouvement dans l'espace articulaire

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement et système de commande



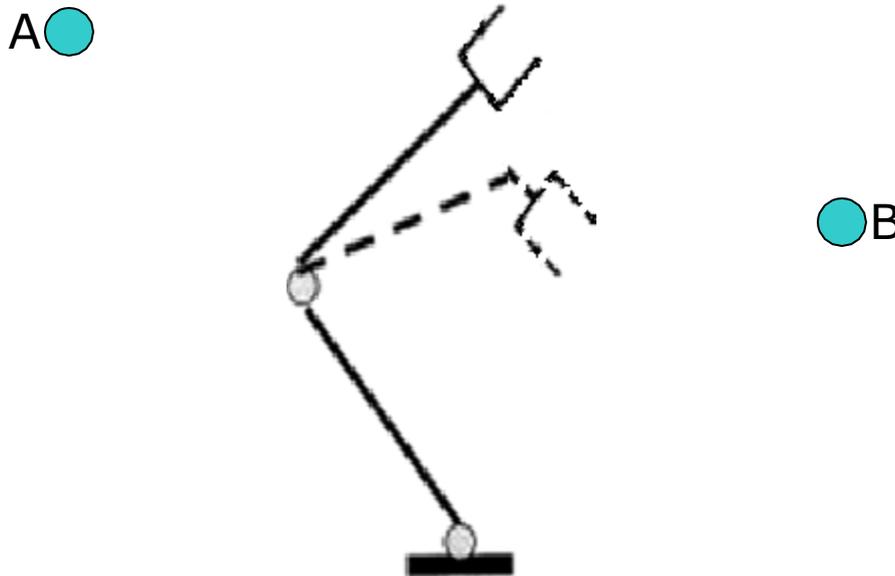
Génération de mouvement dans l'espace cartésien

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

5.I La génération de mouvement

La **génération de mouvements** désigne la fonction qui **calcule les consignes** au système de commande du robot afin de réaliser une tâche de déplacement sous forme de positions successives de l'outil du robot (appelées *points*).



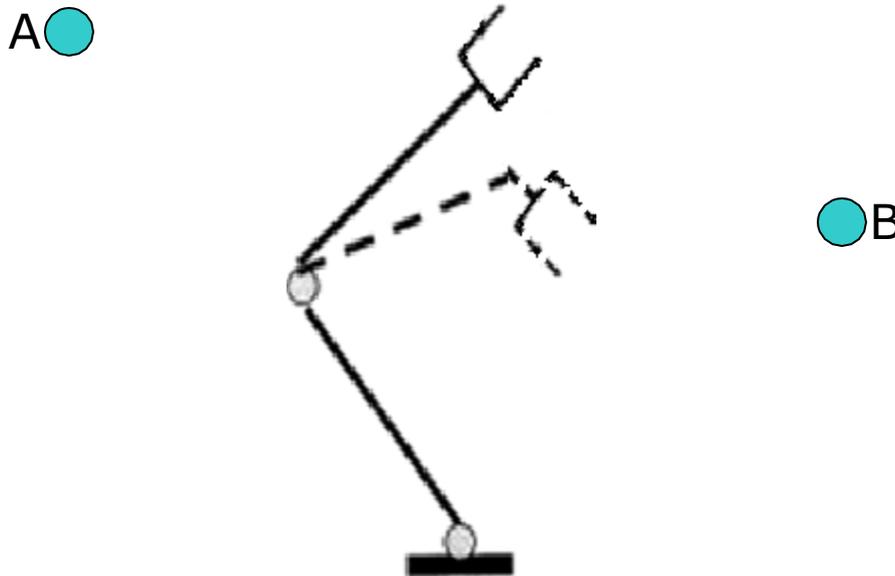
Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

5.I.1 Les classes de mouvement

On peut distinguer les classes de mouvement suivantes :

- ✓ Mouvement entre deux points avec trajectoire libre entre les points



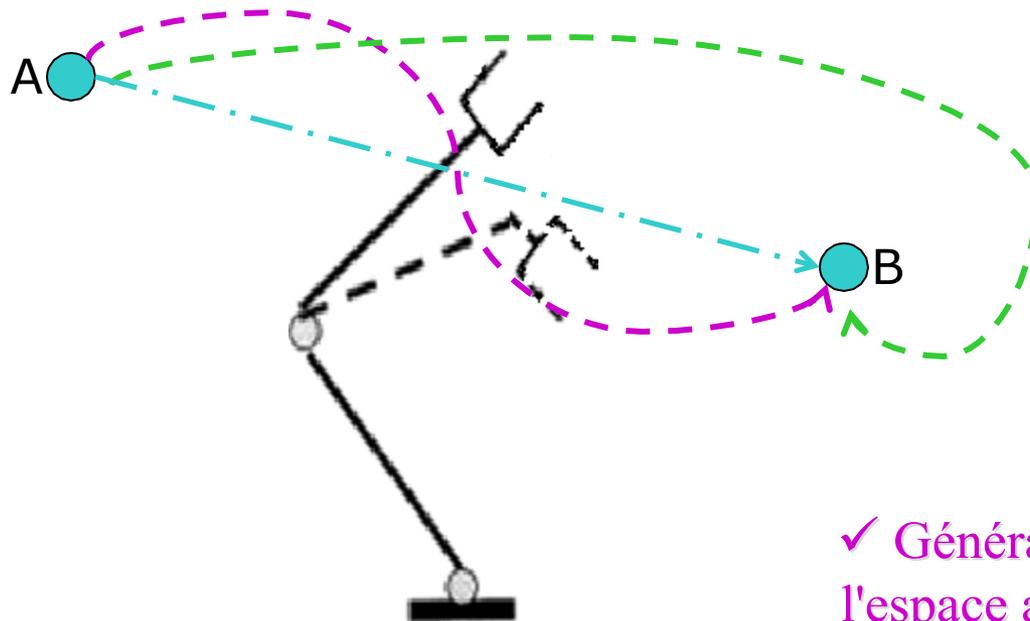
Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

5.I.1 Les classes de mouvement

On peut distinguer les classes de mouvement suivantes :

A). Mouvement entre deux points avec **trajectoire libre entre les points**



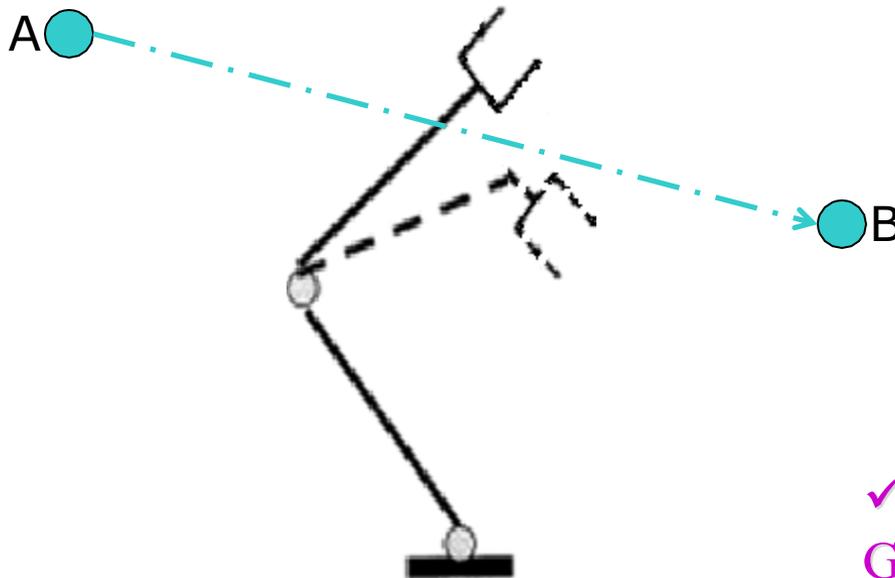
✓ Génération dans l'espace articulaire

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

5.I.1 Les classes de mouvement

B). Le mouvement entre **deux points** avec **trajectoire contrainte** entre les points (trajectoire rectiligne par exemple) ;



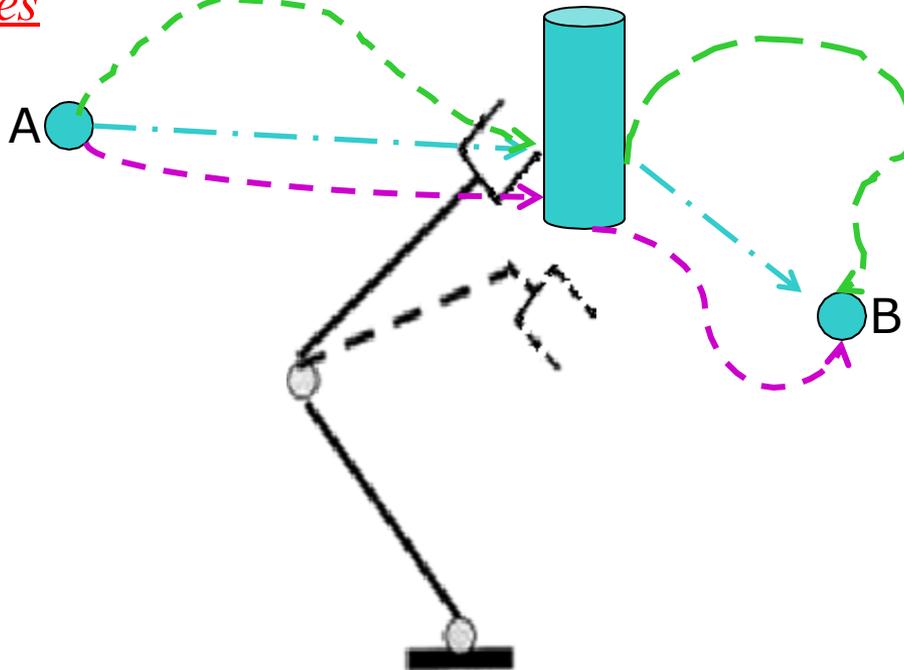
✓ Obligation de
Génération dans
l'espace cartésien

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

5.I.1 Les classes de mouvement

- C). Le mouvement entre deux points *via des points intermédiaires*, spécifiés pour éviter les obstacles, avec trajectoire libre entre les points intermédiaires

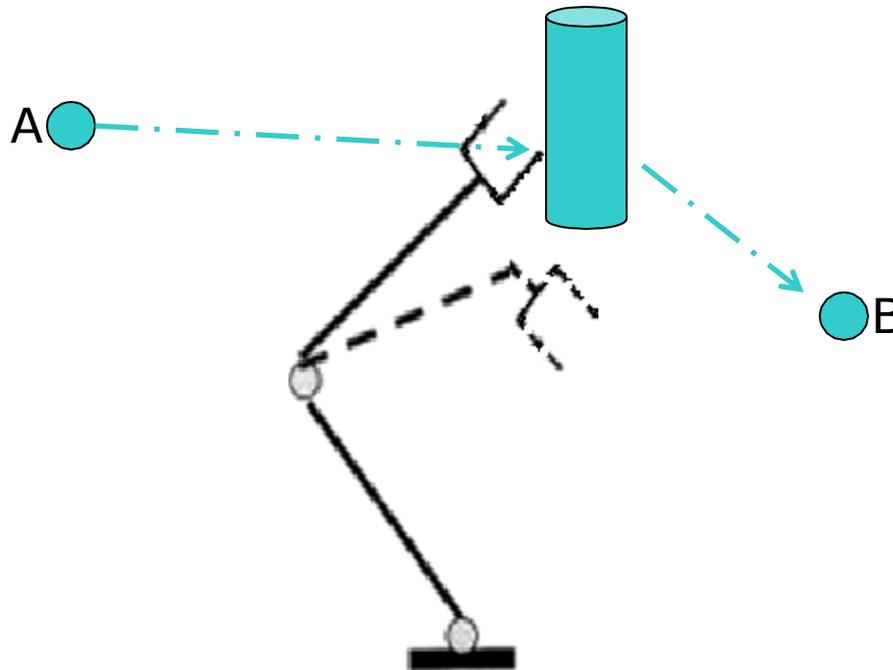


Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

5.I.1 Les classes de mouvement

D). Le mouvement entre deux points *via des points intermédiaires avec trajectoire contrainte entre les points intermédiaires.*



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement dans l'espace articulaire

AVANTAGE

- ✓ – Moins de calculs en ligne (pas de calcul du Modèle géométrique ou cinématique inverse.
- ✓ – Mouvement non affecté par le passage sur les configurations singulières
- ✓ – les contraintes de vitesses et de couples maximaux sont directement déduites des limites physiques des actionneurs.

INCONVENIENT

Géométrie de la trajectoire de l'organe terminal dans l'espace opérationnel est imprévisible bien qu'elle soit répétitive : il y a donc risque collision lorsque le robot évolue dans un environnement encombré (*Espace dégagé*)



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement dans l'espace opérationnel

AVANTAGE

- ✓ Elle permet de contrôler la géométrie de la trajectoire de l'effecteur

INCONVENIENT

- ✓ – **MGI** : Transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire
- ✓ – Mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière ;
- ✓ – Mise en échec si les points de la trajectoire engendrée ne sont pas dans le volume accessible du robot.
- ✓ – Les limites en vitesse et en couple dans l'espace opérationnel varient selon la configuration du robot..... On impose donc au robot de travailler en deçà de ses capacités réelles.



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

- ✓ On considère un robot à n degrés de liberté. Soit \mathbf{q}_i et \mathbf{q}_f les vecteurs de configurations **initiale** et **finale**.
 \mathbf{k}_v et \mathbf{k}_a : les vecteurs des vitesses et accélérations articulaires maximales
- ✓ Le mouvement doit satisfaire ces contraintes cinématiques, une fois vérifié on passe à la contrainte dynamique de couple maximal
- ✓ Plusieurs fonctions permettent de satisfaire le passage par \mathbf{q}_i à $t = 0$ et par \mathbf{q}_f à $t = t_f$. On s'intéresse à **l'interpolation polynomiale**



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Le mouvement entre q_i et q_f en fonction du temps t est décrit par l'équation suivante :

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^i + r(t) \mathbf{D} \quad \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \quad \text{avec} \quad \mathbf{D} = \mathbf{q}^f - \mathbf{q}^i$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \dot{r}(t) \mathbf{D}$$

Les valeurs aux limites de la fonction d'interpolation $r(t)$ sont données

$$\begin{cases} r(0) = 0 \\ r(t_f) = 1 \end{cases}$$

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Interpolation polynomiale

Le recours au calcul polynomial constitue un outil très pratique pour traduire l'évolution de la vitesse et de l'accélération du mouvement comme dérivées première et seconde de la fonction polynomiale considérée.

Les modes d'interpolation polynomiale les plus fréquemment rencontrés sont l'interpolation linéaire et l'interpolation par des polynômes de degrés trois et cinq.

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Interpolation polynomiale linéaire

Le mouvement de chaque articulation est décrit par une équation linéaire en temps

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^i + \frac{t}{t_f} \mathbf{D} \quad \text{avec} \quad \mathbf{D} = \mathbf{q}^f - \mathbf{q}^i$$

Cette loi de mouvement est continue en position mais discontinue en vitesse. L'utilisation d'une telle loi de mouvement est **inacceptable sur les robots réels** à cause des à-coups qu'elle provoque.



Chapitre V

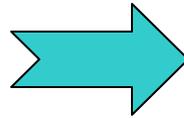
Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Polynôme d'ordre 3

Si on impose une vitesse nulle aux points de départ et d'arrivée. Le degré minimal du polynôme qui satisfait ces quatre contraintes est de degré trois et a pour forme générale

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \mathbf{a}_2 t^2 + \mathbf{a}_3 t^3$$



$$\begin{cases} \mathbf{a}_0 = \mathbf{q}^i \\ \mathbf{a}_1 = \mathbf{0} \\ \mathbf{a}_2 = \frac{3}{t_f^2} \mathbf{D} \\ \mathbf{a}_3 = -\frac{2}{t_f^3} \mathbf{D} \end{cases}$$

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^f(t) - [1 - r(t)] \mathbf{D}$$

$$r(t) = 3 \left(\frac{t}{t_f}\right)^2 - 2 \left(\frac{t}{t_f}\right)^3$$

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Polynôme d'ordre 3

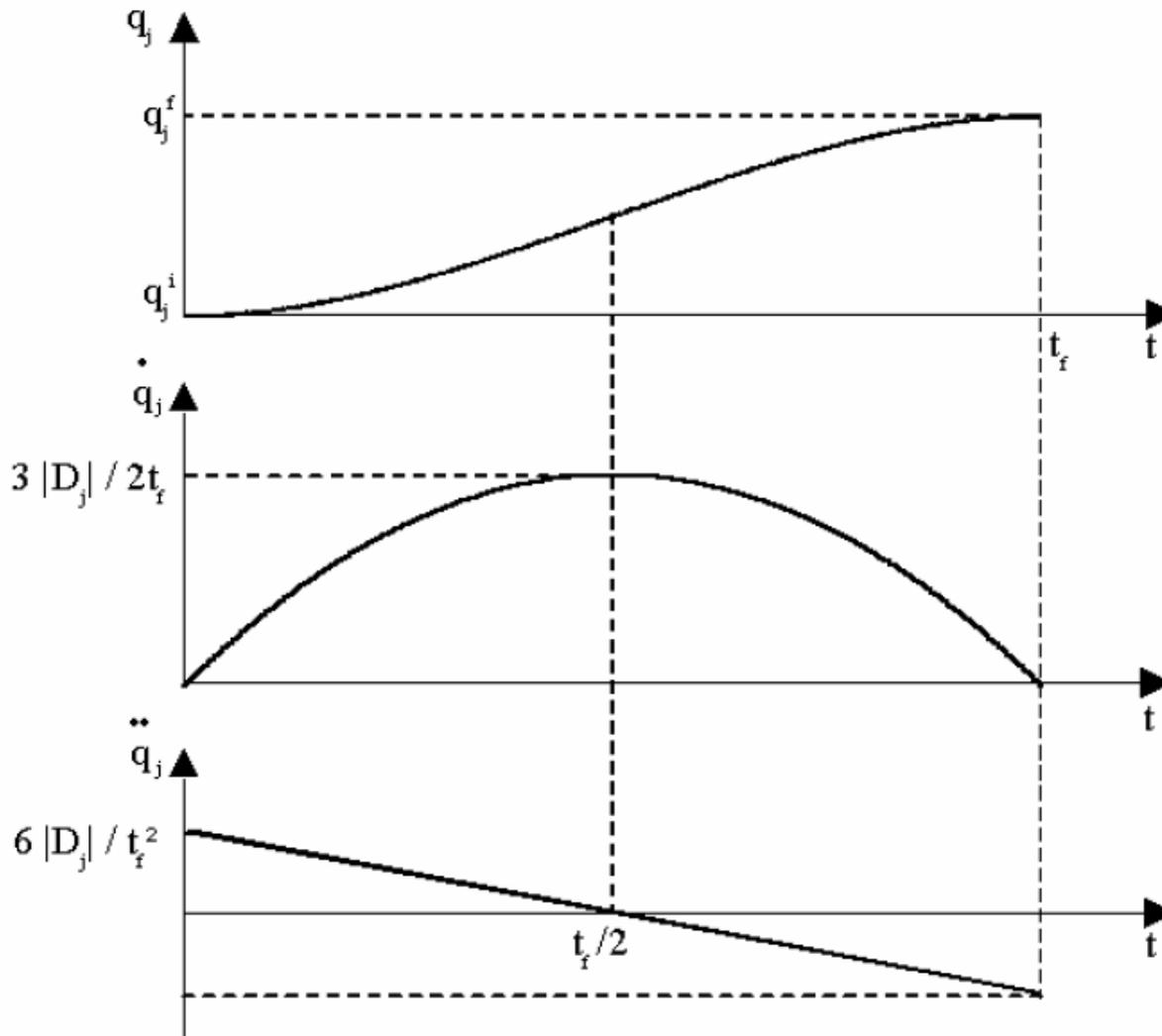
Pour une articulation quelconque j , **la vitesse est maximum** lorsque $t=t_f/2$. Elle a pour valeur :

$$|\dot{q}_{j\max}| = \frac{3|D_j|}{2t_f} \quad \text{avec } |D_j| = |q_j^f - q_j^i|$$

L'accélération est maximum à $t=0$ et à $t=t_f$. Elle vaut $|\ddot{q}_{j\max}| = \frac{6|D_j|}{t_f^2}$

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande



Forme de la trajectoire de degré 3

Position

Vitesse

Accélération



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Polynôme d'ordre 5

Pour les robots à grande vitesse ou transportant des charges importantes, il est nécessaire d'assurer la continuité des accélérations afin d'éviter d'exciter la mécanique. (Mouvement est de classe C2)

Il faut satisfaire six contraintes position, vitesse et accélération, le polynôme d'interpolation doit être de degré cinq.

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{0} \\ \ddot{\mathbf{q}}(t_f) = \mathbf{0} \end{cases}$$



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Polynôme d'ordre 5

La fonction de position peut se mettre sous la forme

$$r(t) = 10 \left(\frac{t}{t_f}\right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f}\right)^4 + 6 \left(\frac{t}{t_f}\right)^5$$

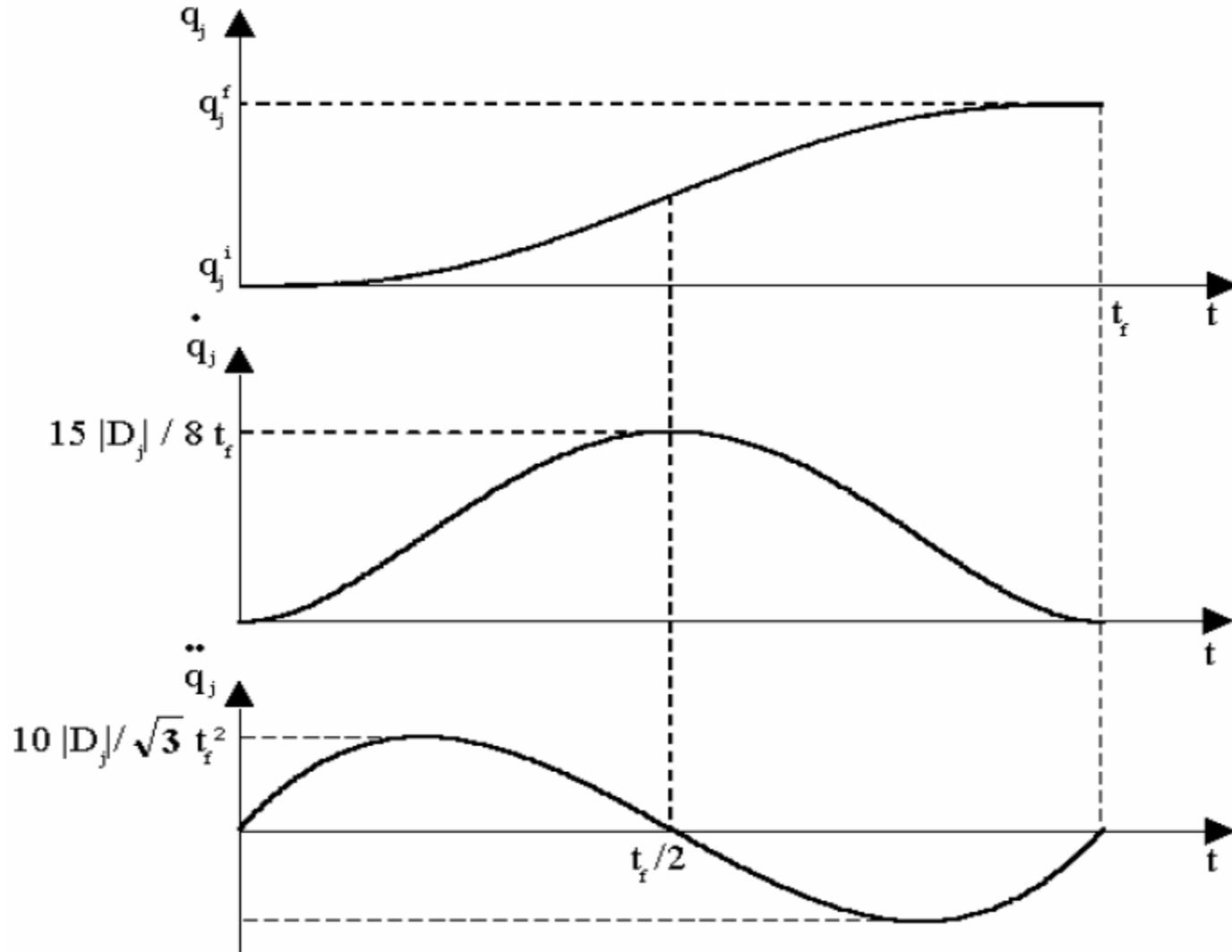
$$|\dot{q}_{j\max}| = \frac{15 |D_j|}{8 t_f}$$

$$|\ddot{q}_{j\max}| = \frac{10 |D_j|}{\sqrt{3} t_f^2}$$



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande



Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Génération de mouvement entre deux points dans l'espace articulaire

Calcul du temps minimum

Si la durée t_f du mouvement n'est pas spécifiée, et que l'on recherche le temps minimum pour passer de la configuration q_i à la configuration q_f tout en respectant les contraintes de vitesse et d'accélération, on calcule le temps minimum pour chaque articulation séparément puis on effectue la coordination des articulations sur un temps commun

Chapitre V

Génération de trajectoires et Commande

Le temps global minimum t_f est le temps mis par l'articulation contraignante, articulation pour laquelle le temps minimum est le plus grand

$$t_f = \max (t_{f1}, \dots, t_{fn})$$

Fonction d'interpolation	Temps minimum
Interpolation linéaire	$t_{fj} = \frac{ D_j }{k_{vj}}$
Polynôme de degré trois	$t_{fj} = \max \left[\frac{3 D_j }{2 k_{vj}}, \sqrt{\frac{6 D_j }{k_{aj}}} \right]$
Polynôme de degré cinq	$t_{fj} = \max \left[\frac{15 D_j }{8 k_{vj}}, \sqrt{\frac{10 D_j }{\sqrt{3} k_{aj}}} \right]$

Chapitre VI

Introduction à la Commande

Introduction

La commande des robots-manipulateurs a fait l'objet de nombreux travaux. Les principales approches utilisées sont :

- la commande classique de type PID
- la commande par découplage non linéaire
- la commande passive
- la commande fondée sur une fonction de Lyapunov
- la commande adaptative
- la commande robuste à structure variable (modes glissants).



Chapitre VI

Introduction à la Commande

Introduction

Forme compacte de l'équation de mouvement $\Gamma = \mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

Le couple transmis à l'articulation j par un moteur électrique à courant continu ou synchrone commandé en courant (cas idéal)

$$\Gamma_j = N_j K_{aj} K_{Tj} u_j$$

N_j : Rapport de réduction, K_{aj} Gain de l'amplificateur, K_{Tj} Constante de couple du moteur et u_j est le signal d'entrée de l'amplificateur.

La synthèse de la commande consiste à calculer Γ_j , puis à calculer le signal u_j permettant de suivre la consigne désirée.



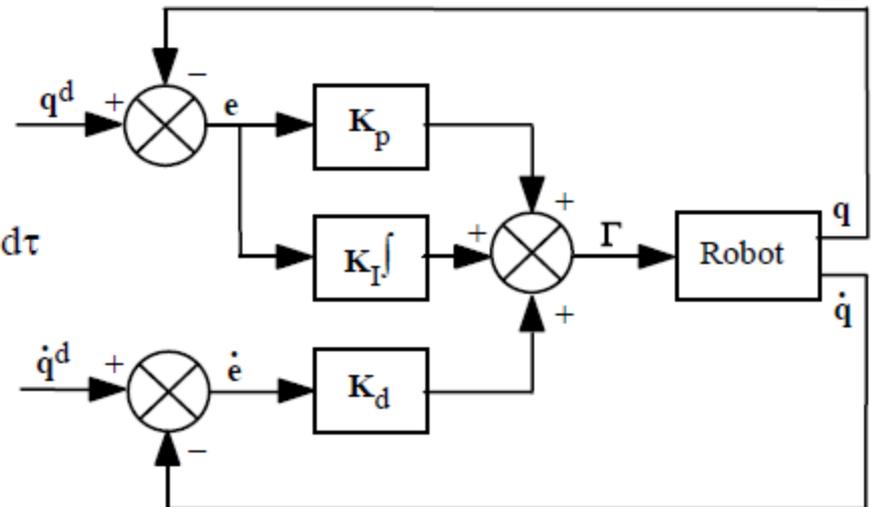
Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

Le mécanisme est considéré comme un système linéaire et chacune de ses articulations est asservie par une commande décentralisée de type PID à gains constants (*dépassements de consigne et une mauvaise précision et pourtant...*)

$$\Gamma = K_p (q^d - q) + K_d (\dot{q}^d - \dot{q}) + K_I \int_{t_0}^t (q^d - q) d\tau$$



Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

$$\Gamma_j = a_j \ddot{q}_j + F_{vj} \dot{q}_j + \gamma_j$$

$$\frac{q_j(s)}{\frac{d}{d}s q_j(s)} = \frac{K_{dj} s^2 + K_{pj} s + K_{Ij}}{a_j s^3 + (K_{dj} + F_{vj})s^2 + K_{pj} s + K_{Ij}}$$

$$\Delta(s) = a_j s^3 + (K_{dj} + F_{vj})s^2 + K_{pj} s + K_{Ij}$$

$$\Delta(s) = a_j (s + \omega_j)^3$$

$$\begin{cases} K_{pj} = 3 a_j \omega_j^2 \\ K_{dj} + F_{vj} = 3 a_j \omega_j \\ K_{Ij} = a_j \omega_j^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_{pj} = 3 a_j \omega_j^2 \\ K_{dj} + F_{vj} = 3 a_j \omega_j \\ K_{Ij} = a_j \omega_j^3 \end{cases}$$