Chapitre VI

Introduction à la Commande

Introduction

La commande des robots-manipulateurs a fait l'objet de nombreux travaux. Les principales approches utilisées sont :

– la commande classique de type PID
– la commande par découplage non linéaire
– la commande passive
– la commande fondée sur une fonction de Lyapunov
– la commande adaptative
– la commande robuste à structure variable (modes glissants).

Chapitre VI

Introduction à la Commande

Equations de mouvement

A fin d'appréhender la commande des robots il est utile de rappeler les équations du modèle dynamique du robot dont la forme générale pour un robot à n degrés de liberté est la suivante

$$\Gamma = \mathbf{A}(\mathbf{q})\,\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\,\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}(\mathbf{q}) + \mathbf{diag}(\dot{\mathbf{q}})\,\mathbf{F}_{\mathrm{v}} + \mathbf{diag}(\mathrm{sign}(\dot{\mathbf{q}}))\,\mathbf{F}_{\mathrm{s}}$$

Sous forme plus compacte l'équation de mouvement

$$\Gamma = \mathbf{A}(\mathbf{q})\,\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

Le couple transmis à l'articulation j par un moteur électrique à courant continu ou synchrone commandé en courant (cas idéal) est :

$$\Gamma_j = N_j\, K_{aj}\, K_{Tj}\, u_j$$

Nj : Rapport de réduction, **Kaj** Gain de l'amplificateur, **KTj** Constante de couple du moteur et **uj** est le signal d'entrée de l'amplificateur.

Chapitre VI

Introduction à la Commande

$$\Gamma_j = N_j K_{aj} K_{Tj} u_j$$

La synthèse de la commande consiste à calculer Γ_j, puis à calculer le signal u_j permettant de suivre la consigne désirée.

Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

Le mécanisme est considéré comme un système linéaire et chacune de ses articulations est asservie par une commande décentralisée de type PID à gains constants

$$\Gamma = K_p\,(q^d - q) + K_d\,(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_I \int_{t0}^{t} (q^d - q)\, d\tau$$

$\left.\begin{matrix}\dot{q}^d \\ q^d\end{matrix}\right\}$ vitesse et position articulaire désirées

$\left.\begin{matrix}K_p \\ K_d \\ K_I\end{matrix}\right\}$ des matrices diagonales définies positives, (nxn), des gains proportionnels **Kpj**, dérivés **Kdj** et intégraux KIj.

- ***Inconvénients :***
  - *Dépassements de consigne*
  - *Mauvaise précision dans les mouvements rapides et pourtant c'est utilisé*

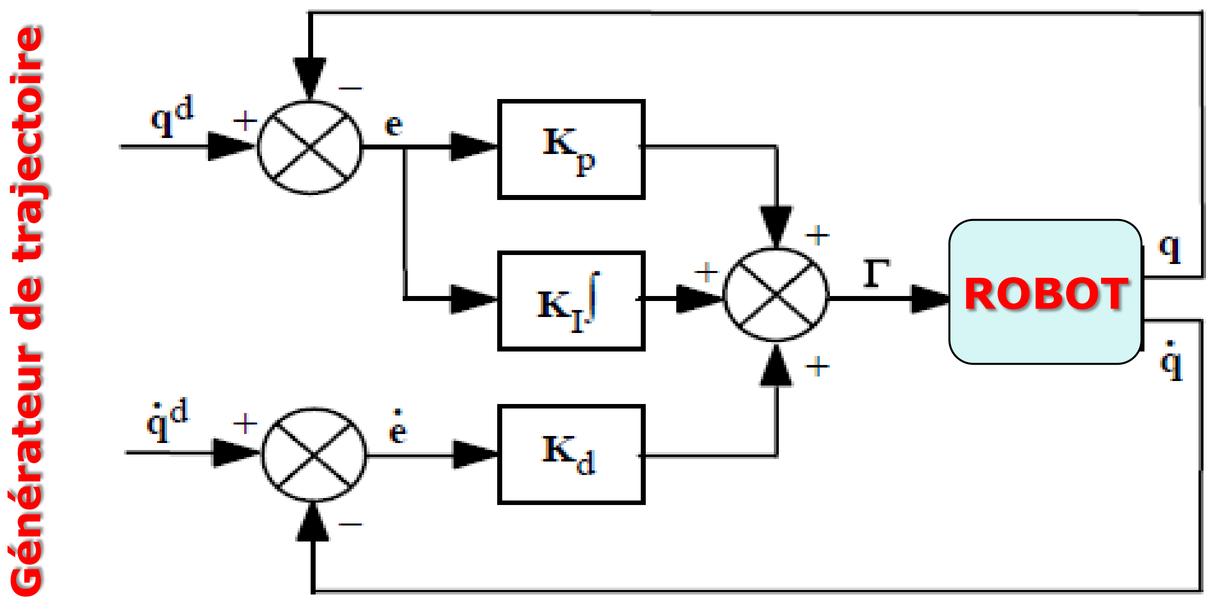
Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

Le schéma de la commande classique PID

$$\Gamma = K_p\,(q^d - q) + K_d\,(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_I \int_{t0}^{t} (q^d - q)\, d\tau$$



Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

Le calcul des gains Kpj, Kdj et KIj est effectué en considérant le modèle de l'articulation j représenté par le système linéaire du deuxième ordre à coefficients constants suivant :

$$\Gamma_j = a_j \ddot{q}_j + F_{vj} \dot{q}_j + \gamma_j$$

Avec aj=Ajj max la valeur maximale des éléments de la diagonale de la matrice d'inertie A et γ_j=0 un couple perturbateur.

On a Γ_j calculé par la loi de commande PID est :

$$\Gamma_j = K_{p_j}(q_j^d - q_j) + K_{d_j}(\dot{q}_j^d - \dot{q}_j) + K_{I_j}\int_{t0}^{t} (q_j^d - q_j)\, d\tau$$

Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

$$K_{p_j}(q_j^d - q_j) + K_{d_j}(\dot{q}_j^d - \dot{q}_j) + K_{I_j}\int_{t0}^{t}(q_j^d - q_j)\, d\tau = aj\,\ddot{q}_j + F_{vj}\,\dot{q}_j$$

qdj est l'entrée et qj est la sortie, donc la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$\frac{q_j(s)}{q_j^d(s)} = \frac{K_{dj}\,s^2 + K_{pj}\,s + K_{Ij}}{aj\,s^3 + (K_{dj} + F_{vj})s^2 + K_{pj}s + K_{Ij}}$$

L'équation caractéristique est

$$\Delta(s) = aj\,s^3 + (K_{dj} + F_{vj})s^2 + K_{pj}s + K_{Ij}$$

Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande Classique (PID)

La solution la plus courante en robotique consiste à <u>choisir les gains</u> de manière à obtenir un <u>pôle triple réel négatif</u>, ce qui donne une réponse rapide sans oscillations. Par conséquent, l'équation caractéristique se factorise de la façon suivante

$$\Delta(s) = aj\,(s + \omega_j)^3$$

Avec ωj >0 est la pulsation propre, elle doit être la plus grande possible mais inférieure à la pulsation de résonnance mécanique un bon choix est $\omega j = \omega r/2$.

La solution pour les gains est donc:

$$\begin{cases} K_{pj} = 3\ aj\ \omega_j^2 \\ K_{dj} + F_{vj} = 3\ aj\ \omega_j \\ KIj = aj\ \omega_j^3 \end{cases}$$

Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande par découplage Non linéaire (Linéarisante)

Quand la tâche d'un robot nécissite des mouvements rapides et une dynamique précise une loi de commande utilisant le modèle du robot est utilisée, et c'est la loi de commande par découplage non linéaire ou Computed torque control. Elle permet de rendre le problème de commande non linéaire un problème linéaire.

Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande par découplage Non linéaire Dans l'espace articulaire

Principe de la commande

Supposons que les vecteurs de positions et de vitesses articulaires sont mesurables et sans bruits. Soient $\hat{A}$ $\hat{H}$ et les valeurs estimées des matrices A et H du modèle dynamique:

Si on définit une loi de commande Γ telle que

$$\Gamma = \hat{A}(q)w(t) + \hat{H}(q, \dot{q})$$

Et dans le cas de modélisation idéale on peut prendre $\ddot{q} = w(t)$

Chapitre VI

Introduction à la Commande

La Commande par découplage Non linéaire Dans l'espace articulaire

Principe de la commande

Avec $w(t) = \ddot{q}^d + K_d(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_p(q^d - q)$

$\ddot{q}^d(t)$, $\dot{q}^d(t)$ et $q^d(t)$ sont: accélération, vitesse et positions désirées

Donc le système en boucle fermée est donnée par :

$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e = 0$ et $e = q^d - q$ l'erreur de suivie

La solution de l'équation d'erreur est globalement asymptotiquement stable

$$\begin{cases} K_{pj} = \omega_j^2 \\ K_{dj} = 2\,\xi_j\,\omega_j \end{cases}$$

On prend $(\xi_j = 1)$ pour avoir la réponse la plus rapide sans dépassement

La Commande par découplage Non linéaire Dans l'espace articulaire

Schéma de la commande