RÉSUMÉ DU COURS

COMPOSITION CLASSIQUE DES VITESSES ET DES ACCÉLÉRATIONS

Référentiel $(Oxyz)$: Fixe	Référentiel $(O'x'y'z')$: En mouvement
$\begin{cases} \overrightarrow{OM}(t) = x(t).\vec{e}_x + y(t).\vec{e}_y + z(t).\vec{e}_z \\ \vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = x^{\bullet}.\vec{e}_x + y^{\bullet}.\vec{e}_y + z^{\bullet}.\vec{e}_z \\ \vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = x^{\bullet\bullet}.\vec{e}_x + y^{\bullet\bullet}.\vec{e}_y + z^{\bullet\bullet}.\vec{e}_z \end{cases}$	$\begin{cases} \overrightarrow{O'M}(t) = x'(t).\vec{e}_{x'} + y'(t).\vec{e}_{y'} + z'(t).\vec{e}_{z'} \\ \vec{v}'(t) = \dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} = x'^{\bullet}.\vec{e}_{x'} + y'^{\bullet}.\vec{e}_{y'} + z'^{\bullet}.\vec{e}_{z'} \\ \vec{a}'(t) = \dfrac{d\vec{V'}}{dt} = x'^{\bullet\bullet}.\vec{e}_{x'} + y'^{\bullet\bullet}.\vec{e}_{y'} + z'^{\bullet\bullet}.\vec{e}_{z'} \end{cases}$

Relation entre les vecteurs positions : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$

Relation entre les vecteurs vitesses :

$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_e$	Vitesse d'emportement $\vec{v}_e = \dfrac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega} \times \overrightarrow{O'M}$

Relation entre les vecteurs accélérations :

	Accélération d'emportement	Accélération de Coriolis
$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_e + \vec{a}_c$	$\vec{a}_e = \dfrac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} \times \overrightarrow{O'M} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \overrightarrow{O'M}\right)$	$\vec{a}_c = 2.\vec{\omega} \times \vec{v}'$

$\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire de rotation des axes $\left(\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'}\right)$.

TRANSFORMATION DE GALILÉE (pour des référentiels galiléens)

$\begin{cases} t' = t \\ x' = x - v_e.t \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$	$\begin{cases} v_{x'} = v_x - v_e \\ v_{y'} = v_y \\ v_{z'} = v_z \end{cases}$	$\begin{cases} a_{x'} = a_x \\ a_{y'} = a_y \\ a_{z'} = a_z \end{cases}$	$v_e = \text{constante}$

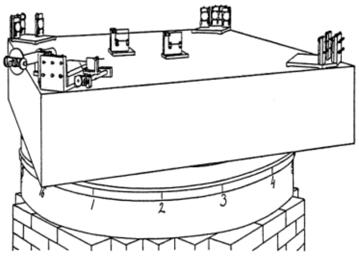
EFFET DOPPLER

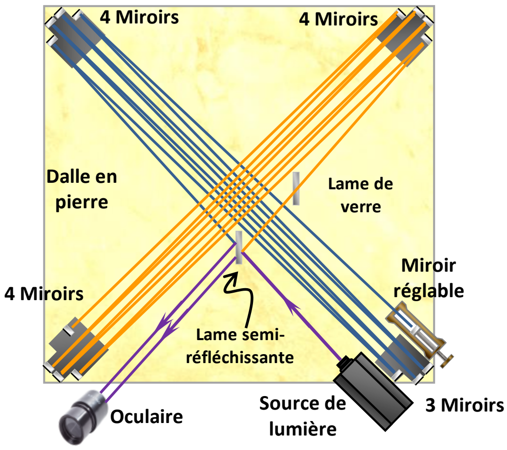
L'émetteur et le récepteur se déplacent sur la même droite.

$$f_{\text{réc}} = \left(\frac{c - v_{\text{réc}/O}}{c - v_{\text{ém}/O}}\right) f_{\text{ém}}$$

$v_{\text{réc}/O}$: vitesse du récepteur par rapport au référentiel absolue (milieu de propagation).
$v_{\text{ém}/O}$: vitesse de l'émetteur par rapport au référentiel absolue (milieu de propagation).
c : vitesse de l'onde par rapport au référentiel absolue (milieu de propagation).

EXPÉRIENCE DE MICHELSON ET MORLEY





v_e : vitesse de la terre par rapport à l'éther.
c : vitesse de la lumière dans le référentiel absolu de l'éther.
v' : vitesse de la lumière par rapport à la terre.

$$\beta_e = v_e/c$$

Onde se propageant parallèlement au déplacement de terre par rapport à l'éther.

$$v'_\parallel = c \pm v_e \qquad \text{et} \qquad t_1 = \frac{2l/c}{1-\beta_e^2}$$

Onde se propageant perpendiculairement au déplacement de terre par rapport à l'éther.

$$v'_\perp = \sqrt{c^2 - v_e^2} \qquad \text{et} \qquad t_2 = \frac{2l/c}{\sqrt{1-\beta_e^2}}$$

Pour $\beta_e \ll 1$:

$$\Delta t = \frac{l}{c}\beta_e^2 \qquad \text{et} \qquad \Delta\phi = k.c\Delta t = \frac{2\pi}{\lambda} l\beta_e^2$$

TRANSFORMATION DE GALILÉE DES ÉQUATIONS DE L'ÉLECTROMAGNETISME

Force de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = q(\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}')$$

Champ électromagnétique

$\vec{E} = \vec{E}' - \vec{v}_e \times \vec{B}'$	$\vec{B} = \vec{B}'$

Dérivées

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - v_e \frac{\partial}{\partial x'}$$

Equations de Maxwell

Référentiel $(Oxyz)$: Fixe	**Référentiel $(O'x'y'z')$: En mouvement**
$div(\vec{E}) = 0$	$div'(\vec{E}') = -\vec{v}_e \bullet \overrightarrow{rot}'(\vec{B}')$
$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\overrightarrow{rot}'(\vec{E}') = -\dfrac{\partial \vec{B}'}{\partial t'}$
$div(\vec{B}) = 0$	$div'(\vec{B}') = 0$
$\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\overrightarrow{rot}'(\vec{B}') = \dfrac{1}{c^2}\left(\dfrac{\partial \vec{E}'}{\partial t'} - v_e \dfrac{\partial \vec{E}'}{\partial x'} - \vec{v}_e \times \dfrac{\partial \vec{B}'}{\partial t'} + \vec{v}_e \times v_e \dfrac{\partial \vec{B}'}{\partial x'}\right)$

Equations de propagation

$$\Delta\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta'\vec{B}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}'}{\partial t'^2} - \frac{v_e^2}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}'}{\partial x'^2} + \frac{2v_e}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}'}{\partial t' \partial x'} = \vec{0}$$

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta'\vec{E}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}'}{\partial t'^2} - \frac{v_e^2}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}'}{\partial x'^2} + \frac{2v_e}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}'}{\partial t' \partial x'} = \vec{0}$$

SÉRIE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 01
RELATIVITÉ GALILÉENNE

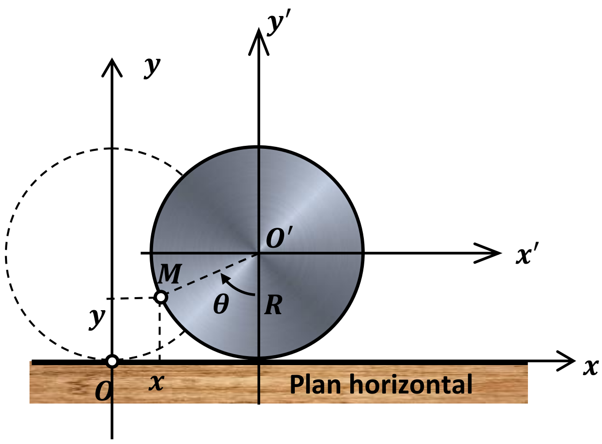
EXERCICE 01 :

Deux hommes veulent traverser une rivière de $1\ km$ de large, dont la vitesse du courant d'eau est $2\ km/h$. Le premier homme rame dans une direction perpendiculaire au bord de rivière atteint le point B, l'autre homme rame de façon à atteindre le point C à l'opposé de A.
Si les deux hommes ont une vitesse constante par rapport à l'eau $v = 4\ km/h$

1. Décrivez les deux mouvements AB et AC des deux hommes.
2. Quel homme arrive en premier ?
3. Pour quelle vitesse de courant les deux hommes ne peuvent-ils pas atteindre la rive opposée ?

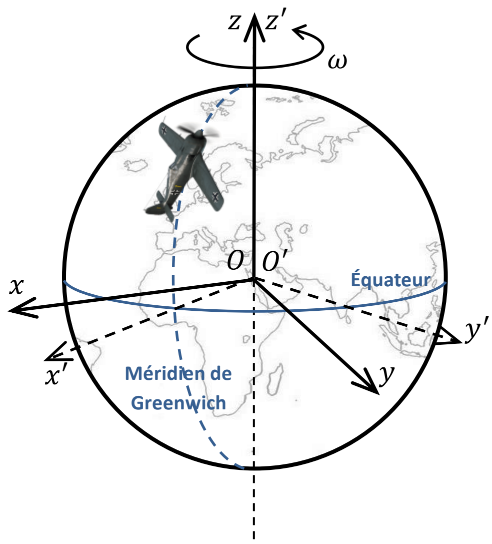
EXERCICE 02 :

Un cylindre de rayon R roule sans glisser sur un plan horizontal comme le montre la figure ci-contre. Le repère (Oxy) est le repère lié au sol (considéré comme galiléen et absolu), le repère $(O'x'y')$ est le repère lié au cylindre (mobile) d'origine O' (axe du cylindre) et dont les axes $(O'x')$ et $(O'y')$ sont parallèles respectivement aux axes (Ox) et (Oy).



1. Trouver les coordonnées x' et y' dans le repère $(O'x'y')$ d'un point matériel M situé sur la périphérie du cylindre en fonction de l'angle de rotation $\theta(t)$ et de R. On donne à $t = 0$ $\theta(0) = 0$ (extrémité inférieure du cylindre).
2. Exprimer la relation entre les coordonnées (x, y) du repère fixe et les coordonnées (x', y') du repère mobile, en fonction de R et de θ. En déduire les coordonnées x et y dans le repère (Oxy) du point matériel M.
3. Calculer dans le repère (Oxy), en fonction de $\theta(t)$ et de $\theta^{\bullet}(t)$ les composantes v_x et v_y de la vitesse du point M. Que deviennent ces composantes quand le point M touche le plan horizontal ?
4. A quelle condition pouvons-nous considérer que le référentiel $(O'x'y')$ soit aussi un référentiel galiléen ? Comparer dans ce cas les accélérations $\vec{a}$ et $\vec{a}'$ dans les deux référentiels.

EXERCICE 03 :



Un avion se déplace le long du méridien de Greenwich en partant de l'équateur vers le pôle nord avec une vitesse constante de $600\ km/h$ par rapport à la terre comme le montre la figure ci-contre.
La terre du fait de sa rotation sur elle-même est considérée comme un référentiel mobile noté $(O'x'y'z')$. Nous utilisons le référentiel géocentrique $(Oxyz)$, considéré comme fixe, dont l'origine O est confondue avec O' et dont l'axe (Oz) est confondu avec l'axe $(O'z')$ (axe de rotation de la terre).

1. Trouver l'expression du vecteur vitesse de l'avion par rapport au repère fixe en précisant la vitesse d'emportement (utiliser les coordonnées sphériques).
2. En déduire les coordonnées de l'avion dans le repère $(O'x'y'z')$ et dans le repère $(Oxyz)$.
3. Trouver les expressions vectorielles de l'accélération d'emportement et l'accélération de Coriolis du mouvement de l'avion pour un observateur lié au référentiel $(Oxyz)$.
4. En déduire l'accélération de l'avion pour un observateur lié au référentiel $(Oxyz)$.
5. Reprendre le même exercice dans le cas d'un avion se déplaçant avec une même vitesse le long le l'équateur en allant d'est en ouest en partant du méridien de Greenwich.

EXERCICE 04 :

Une voiture se déplace avec une vitesse constante par rapport au sol sur une route en ligne droite. Sur le bord de la route se tient un observateur immobile pouvant mesurer la fréquence de l'onde sonore émise par la voiture en déplacement grâce à un récepteur de fréquences sonores.
Quand la voiture s'approche de l'observateur, le récepteur mesure une fréquence $f_{\text{réc}1} = 1140\ Hz$.
Quand la voiture s'éloigne de l'observateur, le récepteur mesure une fréquence $f_{\text{réc}2} = 980\ Hz$.

Si nous considérons que le récepteur se trouve sur la trajectoire de la voiture durant les deux mesures, quelle est alors la vitesse de la voiture $v_{\text{ém}}$ et la fréquence émise par celle-ci $f_{\text{ém}}$ c'est-à-dire la fréquence absolue mesurée quand la voiture et le récepteur sont immobiles par rapport au milieu de propagation (l'air).

On donne : la vitesse du son dans l'air $c = 340{,}29\ m/s$ à la pression atmosphérique et à une température de $15\ °C$.

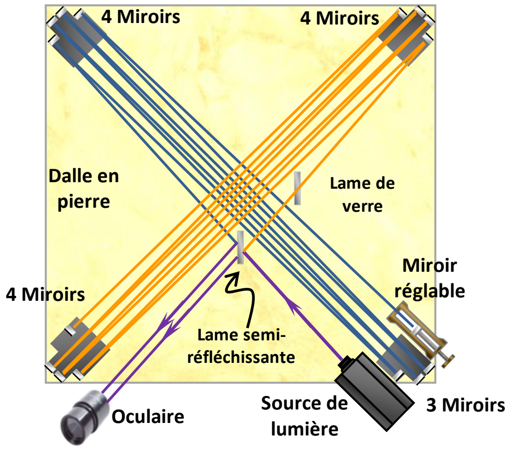
EXERCICE 05 :

Décrire l'expérience de la roue dentée de Fizeau qui lui a permis de mesurer la vitesse de la lumière.

Historiquement Fizeau avec son dispositif se trouvait au mont Valérien à Suresnes et le miroir réfléchissant le rayon lumineux était placé au balcon d'un ami sur la butte Montmartre à une distance de $8633\ m$. A quelle vitesse devait tourner la roue dans ce cas pour obtenir une première interruption complète du faisceau (le point lumineux disparait) ? Sachant que la roue comportait 720 dents de largeurs égales entre elles et de même largeur que les vides entre les dents.

EXERCICE 06 :

L'expérience de Michelson-Morley avait pour but de mettre en évidence la présence d'un hypothétique éther dans lequel la Terre se déplace, et qui définit le référentiel d'inertie dans lequel la lumière se propage à la vitesse c. Le résultat négatif de cette expérience est à la base d'un des principes fondamentaux de la relativité restreinte. Le principe de l'expérience est de réaliser un interféromètre dit de Michelson (figure ci-contre), qui permet de comparer les temps d'aller-retour dans deux bras perpendiculaires de même longueur l, lorsque ceux-ci sont en mouvement par rapport à l'éther. La longueur déployée des bras est de $l = 22\ m$. La source de lumière utilisée était une lampe à vapeur de Sodium de longueur d'onde $\lambda = 589\ nm$.



1. Sachant que la distance moyenne Terre-Soleil est de 150 millions de kilomètres, estimer la vitesse v_e de la Terre par rapport à l'éther.
2. En utilisant la loi de composition des vitesses de Galilée, déterminer le temps d'aller retour d'un rayon lumineux le long de chacun des deux bras. On supposera que le mouvement de la Terre coïncide avec la direction de l'un des bras.
3. En déduire, dans la limite $v_e \ll c$, le déphasage qui devrait être observé en sortie de l'interféromètre lorsqu'on éclaire l'interféromètre en lumière monochromatique. Comment observer expérimentalement ce déphasage ?
4. Le résultat de l'expérience historique a donné une absence de déphasage à mieux qu'un centième de frange. Si l'éther existait, quelle serait sa vitesse maximale par rapport à la Terre ? Commenter.

EXERCICE 07 :

1. Montrer que le champ magnétique est invariant par rapport à la transformation classique de référentiel galiléen. Le champ électrique est-il invariant par la même transformation ?
2. Montrer que la forme locale du théorème de Gauss en absence de charge n'est pas invariante par rapport à la transformation galiléenne dans le cas de référentiels galiléens.
3. Montrer que la forme locale de l'équation de Maxwell-Faraday est invariante par le changement de référentiel galiléen (groupe de transformation de Galilée).

EXERCICE 08 :

Montrer que les équations de propagation du champ électromagnétique ne sont pas invariantes par rapport à la transformation classique (composition des vitesses) de référentiels galiléens. En déduire la vitesse de propagation dans le référentiel en déplacement (utiliser le cas à une dimension).

EXERCICE 09 :

Montrer que l'équation de conservation de charges sous sa forme locale est invariante par transformation de Galilée pour tous les référentiels galiléens.