1 Introduction

Une équation dans laquelle la fonction inconnue d'une ou plusieurs variables figure sous le signe intégral est dite équation intégrale. Cette définition générale tient compte de beaucoup de formes naturellement issues de la modélisation des différents problèmes de la mécanique et de la physique mathématique ou par remaniement d'une importante classe de problèmes formulés auparavant par des opérateurs différentiels, notamment les problèmes aux limites et ceux de Cauchy.

La forme ordinaire d'une équation intégrale linéaire est donnée par

$$\alpha(x)u(x) = f(x) + \lambda \int k(x,t)u(t)dt \tag{1}$$

où $\alpha(x), f(x), k(x,t)$ sont des fonctions données, la fonction $u(x)$ qui figure à l'intérieur et à l'extérieur du signe intégral est l'inconnu à déterminer, λ est un paramètre réel ou complexe différent de zéro. La fonction $k(x,t)$ est appelée noyau de l'équation intégrale.

Une équation de la forme (1) dont les bornes d'intégration sont fixées est dite équation intégrale linéaire de Fredholm.

1. Si $\alpha(x) = 0$, l'équation s'écrit

   $$f(x) + \lambda \int_a^b k(x,t)u(t)dt = 0 \tag{2}$$

   et elle est dite de première espèce.
2. Si $\alpha(x) = 1$, l'équation s'écrit

   $$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b k(x,t)u(t)dt = 0 \tag{3}$$

   et elle est dite de seconde espèce.
3. Si $\alpha(x)$ est continue et s'annule en certains points, mais pas en tout point de $[a,b]$, elle est dite de troisième espèce.
4. Si $f(x) = 0$, l'équation s'écrit

   $$u(x) = \lambda \int_a^b k(x,t)u(t)dt = 0 \tag{4}$$

   et elle est dite homogène.