

## CHAPITRE 3 calcul du tablier

### 1. Introduction

Le moment fléchissant et l'effort tranchant d'un tablier peuvent être déterminés par les lignes d'influence en n'importe quelle abscisse  $x$  le long du tablier. Mais le problème qui se pose est comment répartir ce moment et cet effort tranchant entre les poutres ? c.à.d. connaître les valeurs de sollicitations de chaque poutre. Plusieurs méthodes ont essayé de répondre à cette question, les plus connues d'entre elles sont :

- la méthode de Courbon qui suppose que l'entretoise est infiniment rigide (hypothèse vérifiée dans les ponts mixtes).
- la méthode de Guyon-Massonnet, la plus répandue, elle suppose que l'entretoise est de rigidité finie cas courant des tabliers en béton.

### 2. Méthode de Guyon-Massonnet

#### 2.1 Aperçu général de la méthode

Cette méthode pratique fut établie par les deux chercheurs Guyon et Massonnet. Elle est largement employée dans les calculs des grillages formés par les poutres, entretoises et dalles ; cet ensemble va former une dalle orthotrope.

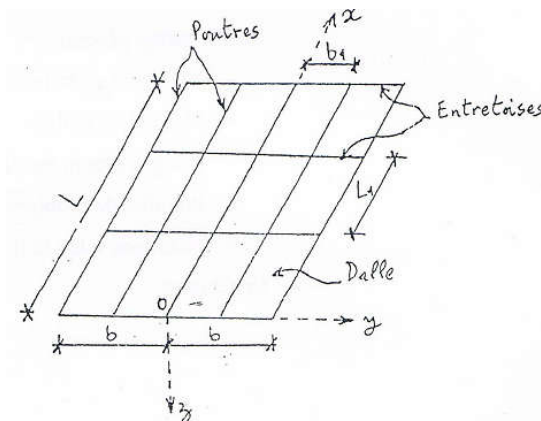


Fig. 1 Eléments constitutifs d'un tablier en B.A ou en B.P.

Une dalle est dite orthotrope si elle admet 2 plans verticaux de symétrie. D'après la figure 1, ces 2 plans sont parallèles aux axes  $ox$  et  $oy$ . Par ailleurs la dalle est isotrope du fait qu'elle admet une infinité de plans verticaux de symétrie.

#### 2.2 Définitions et Notations selon la théorie des plaques

Les signes positifs des moments fléchissant  $M_x$  et  $M_y$ , du moment de torsion  $M_{xy}$ , et des efforts tranchants  $T_x$  et  $T_y$  sont donnés par la figure 2.

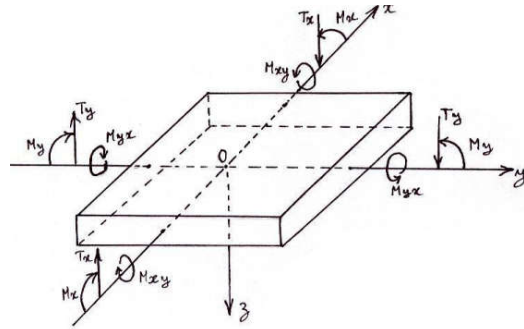


Fig. 2 Conventions de signes des efforts.

Les différents efforts sont obtenus en fonction des contraintes normales  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$ , et tangentielles  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  et  $\tau_{yz}$  régnants dans une plaque d'épaisseur  $h$  (fig. 3). A titre d'exemple  $\tau_{xy}$  est la contrainte de cisaillement appartenant au plan perpendiculaire à l'axe des  $x$  (plan  $yz$ ) et dirigée selon  $y$ .

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{xy} \cdot z \cdot dz$$

$$T_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xz} \cdot dz$$

$$T_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{yz} \cdot dz$$

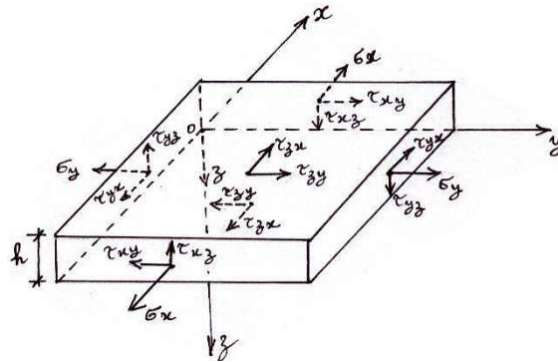


Fig. 3 contraintes dans une plaque.

### 2.3 Rigidité du tablier

#### a. Rigidité dans le sens des poutres (l'axe des $x$ )

D'après la figure 1 la rigidité flexionnelle du tablier dans le sens des poutres (selon  $x$ ), est donnée pour 1 m.l de largeur (selon  $y$ ) par l'expression

$$\rho_p = \frac{E \cdot I_p}{b_1} \quad (6) \quad \text{Où}$$

- $E$  est le module de déformation longitudinale du béton.
- $I_p$  est le moment d'inertie flexionnel de la section de poutre par rapport à son axe neutre.
- $b_1$  est l'entraxe entre 2 poutres consécutives.

La rigidité torsionnelle d'une section de poutre pour 1 ml de largeur du tablier est

$$\gamma_p = \frac{G \cdot I'_p}{b_1} \quad (7)$$

Où  $G$  est le module de déformation transversale du béton.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (8)$$

Avec  $\nu$  le coefficient de poisson. Pour  $\nu=0.15$ , on a

$$G = \frac{E}{2.3} \tag{9}$$

$I'_p$  est le moment d'inertie torsionnelle de la section de poutre.

$$I'_p = \sum_{i=1}^n \frac{b_i \nu_i^3}{\psi_i} \tag{10}$$

Où  $b_i$  et  $\nu_i$  sont les dimensions de la section (i) supposée rectangulaire. Avec  $\nu_i < b_i$  (11)

$\psi_i$  est un coefficient correspondant à la section (i) et qui dépend de ses dimensions  $b_i$  et  $\nu_i$

$$\psi_i = 3 + 1.8 \frac{\nu_i}{b_i} \tag{12}$$

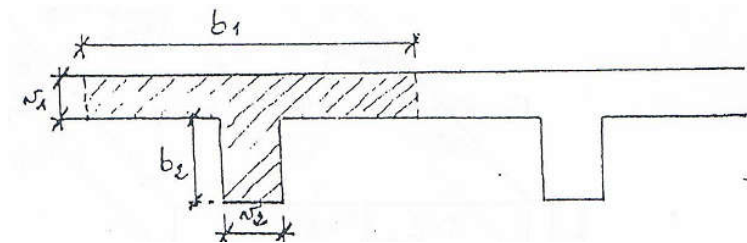


Fig. 4 décomposition d'une section en T en des sections rectangulaires

D'après la section de poutre de la figure 4, on a  $I'_p = \frac{b_1 \cdot \nu_1^3}{\psi_1} + \frac{b_2 \cdot \nu_2^3}{\psi_2}$

D'après la section de poutre de la figure 5, il vient  $I'_p = \sum_{i=1}^3 \frac{b_i \cdot \nu_i^3}{\psi_i}$

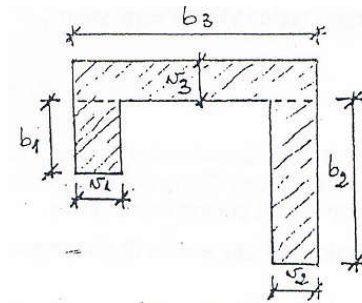


Fig. 5 Décomposition d'une section en U non symétrique en des sections rectangulaires.

**b. Rigidité dans le sens des entretoises (l'axe des y)**

D'après la figure 1 la rigidité flexionnelle du tablier dans le sens des entretoises (selon y), est donnée pour 1 ml de largeur (selon x) par l'expression

$$\rho_E = \frac{E \cdot I_E}{L_1} \tag{13}$$

Où  $I_E$  est le moment d'inertie flexionnel de la section d'entretoise par rapport à son axe neutre.

$L_1$  est l'entraxe entre 2 entretoises consécutives.

La rigidité torsionnelle de la section d'entretoises poutre pour 1ml de longueur du tablier est

$$\gamma_E = \frac{G.I'_E}{L_1} \quad (14)$$

**c. Les paramètres  $\theta$  et  $\alpha$**

c1 - Le paramètre d'entretoisement  $\theta$

Il représente la contribution de chacun des 2 sens ; longitudinal et transversal, dans la rigidité flexionnelle du tablier. Plus grand est  $\theta$  plus souple est l'entretoisement.

$$\theta = \frac{b}{L} \cdot \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_E}} \quad (15)$$

c2 - Le paramètre de torsion  $\alpha$

C'est le rapport entre la moyenne arithmétique des rigidités torsionnelles et la moyenne géométrique des rigidités flexionnelles prises dans les deux sens ; celui des poutres (x) et celui des entretoises (y)

$$\alpha = \frac{\gamma_p + \gamma_E}{2\sqrt{\rho_p \cdot \rho_E}} \quad (16)$$

**2.4 Comportement du tablier**

**2.4.1 Tablier en grillage seulement**

Si le tablier comporte seulement un grillage de poutres et d'entretoises sans la présence de l'hourdis. La rigidité torsionnelle du tablier est négligeable devant sa rigidité flexionnelle.

$$\gamma_p + \gamma_E \ll \sqrt{\rho_p \cdot \rho_E} \quad (17)$$

D'après l'équation 17, on aura  $\alpha = 0$  (18)

**2.4.2 Tablier en dalle pleine seulement**

Si le tablier est constitué d'une dalle pleine sans la présence de poutres et d'entretoises, il est considéré comme une dalle isotrope. Dans ces conditions

$$\rho_p = \rho_E = \rho \quad (19)$$

Avec  $\rho = E \frac{h^3}{12}$  (20)

Où h est l'épaisseur de l'hourdis pris avec une largeur de 1 m. De même

$$\gamma_p = \gamma_E = \rho \quad (21)$$

En remplaçant les équations 20 et 21 dans l'équation 17, on aura  $\alpha = 1$  (22)

**2.4.3 Tablier en dalle orthotrope (cas réel)**

Puisque le tablier comporte à la fois des poutres, des entretoises et un hourdis, son comportement est intermédiaire entre celui d'un grillage ( $\alpha = 0$ ) et celui d'une dalle isotrope ( $\alpha = 1$ ).

$$0 < \alpha < 1 \quad (23)$$

La relation 24 exprime le comportement réel d'une dalle orthotrope qui se base essentiellement les 2 paramètres  $\alpha$  et  $\theta$ . Cette dalle orthotrope est supposée simplement appuyée sur ses 2 bords ; (fig. 7). La structure réelle est remplacée par une dalle équivalente homogène orthotrope dont les rigidités longitudinale et transversale sont différentes. La largeur utile du pont, notée ( $2b$ ), vérifie la relation

$$2b = n.b_1 \tag{24}$$

Où  $n$  est le nombre de poutres longitudinales.

$b_1$  est l'entraxe entre 2 poutres consécutives.

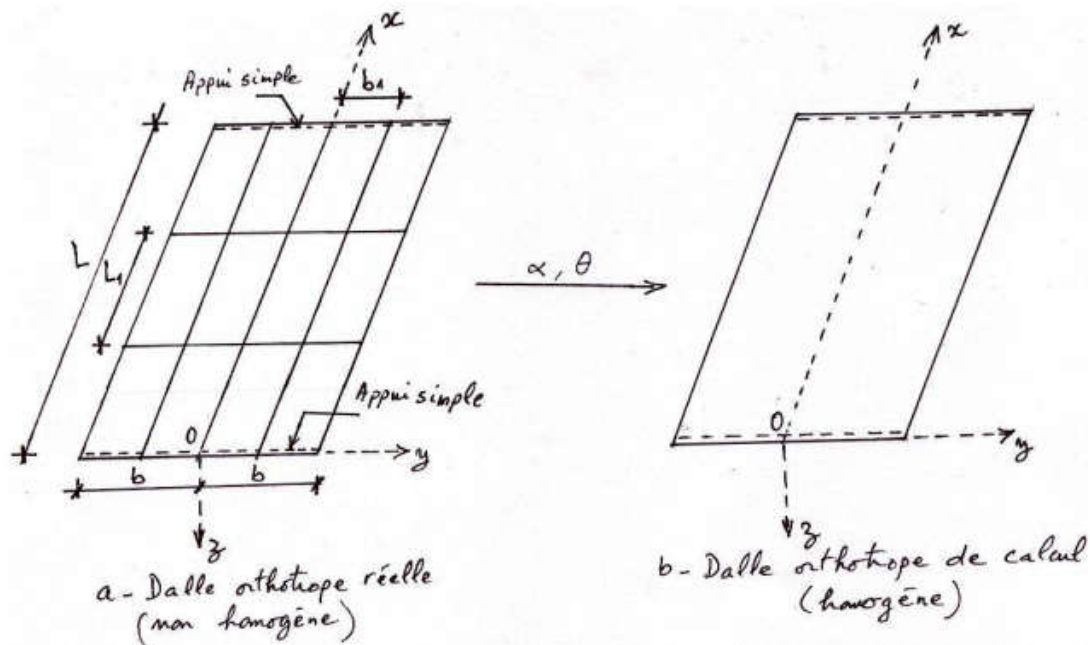


Fig. 7 modélisation du tablier orthotrope d'un pont

## 2.5 Solution du problème

### 2.5.1 Méthode analytique

D'après les conditions aux limites du tablier (fig. 7-b), la théorie des plaques nous donne pour une dalle orthotrope

$$\rho_p \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2\alpha \sqrt{\rho_p \cdot \rho_E} \frac{\partial^4 W}{\partial^2 x \partial^2 y} + \rho_E \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = q(x, y) \tag{25}$$

Où  $W(x,y)$  est le déplacement vertical ; selon l'axe des  $z$ , d'un point de la dalle de coordonnées  $(x,y)$

$q(x,y)$  est la densité de charge par unité de surface.

La solution de l'équation différentielle (26) nous fournit la fonction de déplacement  $W(x,y)$ . Les moments peuvent être calculés en fonction de  $W(x,y)$  par la manière suivante.

$$\text{Moments fléchissant} \begin{cases} M_x = -\rho_p \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ M_y = -\rho_E \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \end{cases} \quad (26)$$

$$\text{Moments de torsion} \begin{cases} M_{xy} = -\gamma_p \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ M_{yx} = -\rho_E \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (27)$$

### 2.5.2 Méthode pratique

#### a- Flexion longitudinale (Poutres)

Pour une poutre donnée située à l'abscisse  $y$  par rapport à l'axe longitudinal ( $ox$ ), on a

$$M_x(x, y) = M_{xm} \cdot \frac{\sum P_i \cdot K_\alpha(y, e_i)}{\sum P_i} \quad (28)$$

Où  $M_{xm}$  est le moment fléchissant moyen de chaque poutre.

$$M_{xm} = \frac{M_{x0}}{n} \quad (29)$$

Où  $M_{x0}$  est le moment fléchissant total revenant au tablier.

$n$  est le nombre de poutres.

$P_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  charge concentrée ayant une excentricité  $e$ , par rapport à l'axe ( $ox$ ).

$k_\alpha$  est le coefficient de répartition transversale des charges. Le  $k_\alpha$  dépend de l'abscisse  $y$  de la poutre choisie, de l'excentricité  $e_i$  de la charge unitaire ( $P_i = 1$ ) et du coefficient  $\alpha$  ; paramètre de torsion.

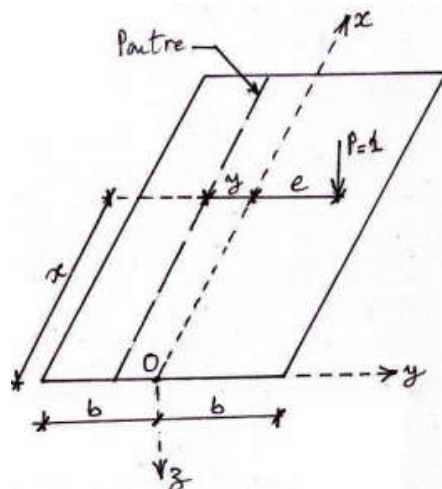


Fig. 8 Représentation des paramètres ( $y$ ) et ( $e$ ) qui influent sur  $k_\alpha$

L'exemple de la figure 9 nous donne le diagramme de  $K_\alpha$  de la poutre centrale ( $y = 0$ ). Supposons que  $M_{xm} = 1335.8$  KN.m, pour calculer le moment fléchissant maximal repris par cette poutre, le

diagramme de  $K_\alpha$  est chargé par la disposition transversale la plus contraignante des roues Bc. En se référant à l'équation 28 et en utilisant le diagramme de la figure 9, on a

$$M_x = M_{xm} \cdot \frac{\sum P_i \cdot K_{\alpha i}}{\sum P_i} \tag{30}$$

Soit 
$$M_x = M_{xm} \cdot \frac{P \sum K_{\alpha i}}{4P} \Rightarrow M_x = M_{xm} \cdot \frac{\sum K_{\alpha i}}{4}$$

$$M_x = 1335.8 \times \frac{(1.082 + 1.304 + 1.082 + 1.304)}{4} \Rightarrow M_x = 1354.9 \text{ KN.m}$$

Donc la poutre centrale reprend un moment  $M_x = 1354.9 \text{ KN.m}$  qui est supérieur au moment moyen  $M_{xm} = 1335.8 \text{ KN.m}$ .

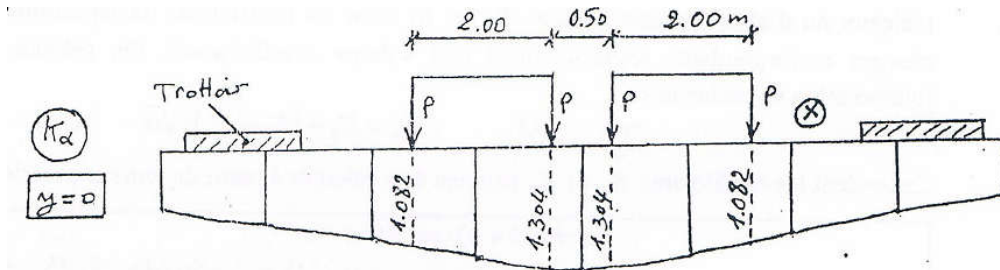


Fig. 9 Diagramme d'influence transversale  $K_\alpha$  d'une poutre centrale ( $y=0$ ) chargée par 2 files de camions Bc.

Dans l'exemple de la figure 10 est tracé le diagramme de  $K_\alpha$  correspondant à la poutre intermédiaire située à l'abscisse ( $y = b/2$ ) par rapport à la poutre centrale. Puisqu'il s'agit d'une charge uniformément répartie, on peut transformer la sommation de l'équation 28 en une intégrale.

$$M_x = M_{xm} \cdot \frac{\int q \cdot dx \cdot K_\alpha}{q \cdot L_c} = M_{xm} \cdot \frac{q \cdot \int K_\alpha dx}{q \cdot L_c}$$

$$M_x = M_{xm} \cdot \frac{S_K}{L_c} \tag{31}$$

Dans l'exemple on a  $M_{xm} = 1341.59 \text{ KN.m}$ ,  $S_K = 6.717$  et  $L_c = 6\text{m}$ . On obtient pour la poutre intermédiaire ( $y = b/2$ ) un moment fléchissant  $M_x = 1341.59 \text{ KN.m}$

Ce moment dépasse de loin le moment fléchissant moyen  $M_{xm} = 1341.59 \text{ KN.m}$ .

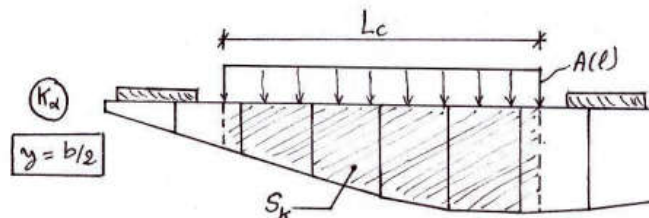


Fig. 10 Diagramme d'influence transversale  $K_\alpha$  d'une Poutre intermédiaire ( $y=b/2$ ) chargée par le système A(1).

Pour calculer les coefficients  $K_\alpha$ , on tire tout d'abord les valeurs des coefficients  $K_0$  et  $K_1$  à partir de tableaux ou d'abaques, sachant que  $K_0$  et  $K_1$  sont les coefficients de répartition transversale de charges correspondants respectivement aux valeurs  $\alpha=0$  et  $\alpha=1$ . On calcule ensuite  $K_\alpha$  par interpolation en racine de  $\alpha$ .

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \sqrt{\alpha} \quad (32)$$

Cependant les coefficients  $K_0$  et  $K_1$  peuvent être calculés à partir de leurs expressions analytiques.

### b- Flexion transversale (Entretoises)

Pour une entretoise donnée située à l'abscisse  $x$  par rapport à l'axe transversal ( $oy$ ), le moment fléchissant est donné par l'expression

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{charges concentrées: } M_y(x,y) = b \sin \frac{\pi x}{L} \cdot \sum P_i \cdot v_\alpha(y, e_i) \\ \text{charges réparties: } M_y(x,y) = b \sin \frac{\pi x}{L} \cdot P_q \cdot S_v \end{array} \right. \quad (33)$$

Où  $b$  est la demi largeur utile de l'ouvrage.

$L$  est la portée du pont.

$P_i$  sont les différentes réactions de l'entretoise dues aux charges concentrées sur le tablier.

Chacune de ces réactions  $P_i$  est excentrée d'une valeur  $e_i$  par rapport à l'axe longitudinal ( $ox$ ).

$P_q$  est la réaction de l'entretoise, sur 1 mètre de largeur du tablier, due à une charge uniformément répartie.

$v_\alpha$  est le coefficient de répartition transversale des réactions  $P_i$ . Le  $v_\alpha$  dépend de l'abscisse  $y$  de la section transversale choisie dans l'entretoise, de l'excentricité  $e_i$  de la réaction unitaire ( $P_i=1$ ), du coefficient  $\alpha$ ; paramètre de torsion.

$S_v$  est l'aire comprise entre le diagramme de  $v_\alpha$  et l'axe horizontal de référence sur la longueur d'application de la charge répartie.

L'exemple de la figure 13 nous donne le diagramme de  $v_\alpha$  pour la section médiane d'une entretoise ( $y=0$ ). Cette entretoise est située à l'abscisse  $x=L/2$ . Le diagramme de  $v_\alpha$  est chargé par les réactions de cette entretoise dues au convoi B<sub>t</sub>. En utilisant l'équation (41) pour des charges concentrées, on a

$$M_y = b \sin \frac{\pi x}{L} \cdot \sum P_i \cdot v_{\alpha i}$$

Sachant que pour cet exemple on a :  $b = 5.2325 \text{ m}$  ;  $P = 170.880 \text{ KN}$  ;  $x = L/2$ , on aura

$$M_y = 5.2325 \times \sin \frac{\pi}{2} \times P \times \sum v_{\alpha i} \Rightarrow M_y = 3585.46 \text{ KN.m}$$



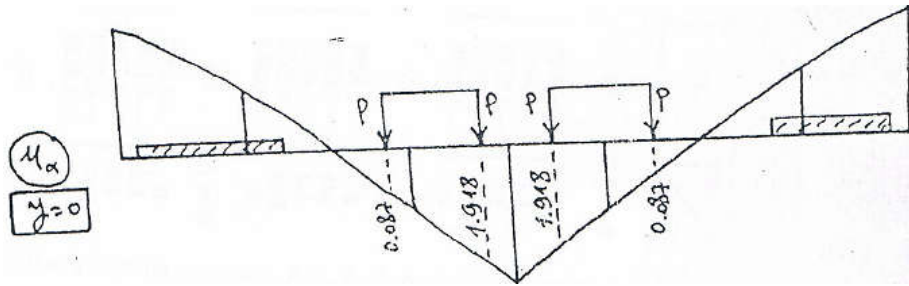


Fig. 13 Diagramme d'influence transversale  $v_\alpha$  d'une entretoise dans sa section médiane ( $y=0$ ) chargée par 2 files de tandem  $B_t$ .

D'après l'exemple de la figure 14, il s'agit du diagramme de  $v_\alpha$  correspondant à la section médiane ( $y = 0$ ) d'une entretoise. Ce diagramme est chargé par la réaction d'entretoise due au système D240. En utilisant l'équation 41 pour le cas de charge répartie, on aura

$$M_y = b \sin \frac{\pi x}{L} \cdot P_q \cdot S_v$$

Sachant que :  $b=5.2325\text{m}$ ,  $P_q=635.69\text{KN}$ ,  $S_\mu = 0.524$ , et  $x = L/2$ , on aura  $M_y=1742.954 \text{ KN.m}$

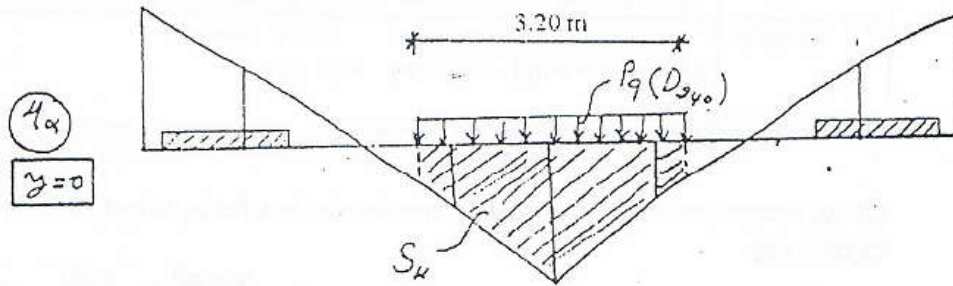


Fig. 14 Diagramme d'influence transversale  $v_\alpha$  d'une entretoise dans sa section médiane ( $y = 0$ ), chargée le système D240.

Le coefficient  $v_\alpha$  calculé à partir des 2 coefficients  $v_0$  et  $v_1$  correspondants respectivement aux valeurs  $\alpha=0$  et  $\alpha = 1$ .

$$v_\alpha = v_0 + (v_1 - v_0) \cdot \sqrt{\alpha} \tag{34}$$

Les valeurs de  $v_0$  et  $v_1$  sont tirées à partir de tableaux ou d'abaques en fonction du paramètre d'entretoisement  $\theta$ . Cependant  $v_0$  et  $v_1$ , peuvent être calculés à partir de leurs expressions analytiques.