

TP 01

CALCULE SUR LES VECTEURS ET MATRICES

**** Programmer en Matlab**

EXERCICE 01

Soit le polynôme $P(x) = x^4 - 2x^3 + 12x - 24$

- a/ Donner la représentation de ce polynôme dans MATLAB
- b/ Donner le résultat de `polyval(P,4)` et de `polyval(polyder(P),4)` en justifiant les calculs
- c/ Donner la commande MATLAB qui permet de trouver les racines de $P(x)$

EXERCICE 02

Soit la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & -10 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

- a/ Créer la matrice A à l'aide de MATLAB
- b/ Extraire les blocs suivants de la matrice A :
$$b1 = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -10 & -2 \end{pmatrix} \quad b2 = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -1 \\ 1 & 7 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$
- c/ Donner les valeurs de $A(3,2)$, $A(2 :4,3)$, $A(3, :)$, `tril(A)`
- d/ Ecrire à l'aide de MATLAB la matrice D définie par :
 $D = \text{Id} - A \cdot A^t$ où Id désigne la matrice identité et A^t la matrice transposée de A.
- e/ Définir la matrice $B = [0.5 \cdot \text{ones}(4,2) - 2 \cdot \text{ones}(4,2)]$ et donner le résultat obtenu. Le produit de A et B est-il possible ? Justifier votre réponse. Si oui quelle est la commande MATLAB qui permet de faire ce produit ?

SOL- EXERCICE 01

```
1 >> % declaration du vecteur representative
2 >> % du polynome P(x)
3 >> P=[1 -2 0 12 -24];
4 >> polyval(P,4) % calcul  $P(4)=4^4-2*4^3+12*4-24$ 
5
6 ans =
7
8     152
9
10 >> polyval(polyder(P),4) % calcul  $P'(4)=4*4^3-6*4+12$ 
11
12 ans =
13
14     172
15
16 >> % pour calculer les racines de P(x)
17 >> roots(P)
18
19 ans =
20
21    -2.2894
22    1.1447 + 1.9827i
23    1.1447 - 1.9827i
24    2.0000
25
26 >>
```

SOL- EXERCICE 02

```
1 >> A=[1 -4 -1 1; 1 7 1 -2; 1 4 -1 2; 3 -10 -2 5]
2
3 A =
4
5     1     -4     -1     1
6     1     7      1    -2
7     1     4     -1     2
8     3    -10     -2     5
9
10 >> % ou bien
11 >> A=[1 -4 -1 1
12     1 7 1 -2
13     1 4 -1 2
14     3 -10 -2 5]
15
16 A =
17
18     1     -4     -1     1
19     1     7      1    -2
20     1     4     -1     2
21     3    -10     -2     5
22
23 >> b1=A(3:4, 2:3)
24
25 b1 =
26
```

```

27     4     -1
28    -10    -2
29
30 >> b2=A(1:3 , 1:3)
31
32 b2 =
33
34     1     -4     -1
35     1     7      1
36     1     4     -1
37
38 >> A(3 ,2)
39
40 ans =
41
42     4
43
44 >> A(2 :4 ,3)
45
46 ans =
47
48     1
49    -1
50    -2
51
52 >> A(3 , :)
53
54 ans =
55
56     1     4     -1     2
57
58 >> tril(A)
59
60 ans =
61
62     1     0     0     0
63     1     7     0     0
64     1     4    -1     0
65     3    -10    -2     5
66
67 >> % definir D = Id-A.*A'
68 >> D=eye(4)-A.*A'
69
70 D =
71
72     0     4     1     -3
73     4    -48    -4    -20
74     1    -4     0     4
75    -3    -20     4    -24
76

```

```

77 >> B = [0.5*ones(4,2)-2*ones(4,2)]
78
79 B =
80
81     -1.5000     -1.5000
82     -1.5000     -1.5000
83     -1.5000     -1.5000
84     -1.5000     -1.5000
85
86 >> size(A)
87
88 ans =
89
90      4      4
91
92 >> size(B)
93
94 ans =
95
96      4      2
97
98 >> % pour multiplier A et B; le nombre de colonnes de A
99 >> % doit etre egale aux nombre de lignes de B
100 >> % ici ColonneA=LigneB=4, donc c'est possible
101 >> % la commande est :
102 >> A*B
103
104 ans =
105
106      4.5000      4.5000
107     -10.5000     -10.5000
108      -9.0000      -9.0000
109      6.0000      6.0000
110
111 >>

```

EXERCICE 03

1. Utilisez les commandes Matlab pour :

a) Créez la matrice M.

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

b) Extraire la deuxième ligne de M

c) Extraire la troisième colonne de M

2. Indiquez pour chacune des opérations ci-dessous, ce que vaut la matrice D, au final :

a) $D = M'$

b) $D = \text{ones}(4,4) * \text{zeros}(4,4)$

c) $D = \text{diag}(M)$

SOL- EXERCICE 03

```
1 % Creez la matrice M.
2 >> M=[1 2 3;-1 0 -3; 0 2 4]
3
4 M =
5
6     1  2  3
7    -1  0 -3
8     0  2  4
9
10 >>
11 % Extraire la deuxieme ligne de M
12 >> M(2,:)
13
14 ans =
15
16    -1  0 -3
17
18 >>
19 % Extraire la troisieme colonne de M
20 >> M(:,3)
21
22 ans =
23
24     3
25    -3
26     4
27
28 >>
```

```

29 >> D=M'
30
31 D =
32
33     1 -1 0
34     2 0 2
35     3 -3 4
36
37 >> D=ones(4,4)*zeros(4,4)
38
39 D =
40
41     0 0 0 0
42     0 0 0 0
43     0 0 0 0
44     0 0 0 0
45
46 >> D=diag(M)
47
48 D =
49
50     1
51     0
52     4

```

EXCERCICE 04

Dans un script intitulé « poly.m »

- Créer un polynome $P(x) = 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 2x + 1$
- Tracer sa courbe représentative dans une figure sur l'intervalle $[-10, 10]$
- Trouver ses racines avec la commande roots et afficher les.
- A l'aide de l'algorithme d'HORNER évaluer $P(x)$ pour $x = 3$ (la valeur de x doit être donnée en entrée)
- Vérifier la valeur obtenue à l'aide de la commande de MATLAB polyval

SOL- EXCERCICE 04

```
1 %*****Departement TC-ST*****%
2 %*****Serie de Tp Methodes Numerique*****%
3 %*****Exercice 0*****%
4 % Exercice 0 %
5 % Il existe differentes manieres d'evaluer un polynome et on souhaite %
6 % programmer l'algorithme d'HORNER qui permet de calculer %
7 % rapidement la valeur d'un polynome P en un point x. %
8 % Dans un script intitule " poly.m " %
9 % %
10 % ** Creer un polynome  $P(x) = 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 2x + 1$  %
11 % ** Tracer sa courbe representative dans une figure sur l'intervalle %
12 %  $[-10, 10]$  %
13 % ** Trouver ses racines avec la commande roots et afficher les. %
14 % ** A l'aide de l'algorithme d'HORNER evaluer  $P(x)$  pour  $x=3$  %
15 % ( la valeur de x doit etre donnee en entree) %
16 % ** Verifier la valeur obtenue a l'aide de la commande de MATLAB %
17 % polyval %
18 %*****M.LICHOURI*****%
19 % Creer un polynome  $P(x) = 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 2x + 1$ 
20 %  $P1=2*x^5 + 3*x^4 + 4*x^3 + 8*x^2 + 2*x + 1$  ;
21
22 % Tracer sa courbe representative dans une figure sur l'intervalle $[-10, 10]$ 
23  $x=-10:10$ ; % intervalle  $[-10,10]$ 
24  $P1=2*x.^5 + 3*x.^4 + 4*x.^3 + 8*x.^2 + 2*x + 1$  ;
```

```

25 figure(1); % nommer la figure
26 plot(x,P1); % représenter P en fonction de x
27 hold on % figer la figure
28 title('polynome P1 en fonction de x') % le titre du graphe
29 hold off % relacher la figure
30
31 % Trouver ses racines avec la commande roots et afficher les.
32 roots(P1)
33
34 % A l'aide de l'algorithme d'HORNER evaluer P(x) pour x=3
35
36 %*****Algorithm de Horner*****%
37 % http://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/pf/node18.html %
38 % Au temps jadis, les physiciens et les astronomes devaient faire tous %
39 % leurs calculs a la main, et ces calculs pouvaient etre tres compliques. %
40 % Il fallait souvent evaluer des quantites polynomiales, par exemple %
41 %  $5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$  pour  $x=8$ . L'approche naive d'arriver au resultat est %
42 % de calculer  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$  et  $x^4$  pour la valeur choisie  $x=8$ , ce qui %
43 % represente 3 multiplications, puis  $5x^4$ ,  $4x^3$ ,  $3x^2$  et  $2x$ , ce qui %
44 % represente 4 multiplications supplementaires. En ajoutant les sommes a la %
45 % liste des operations necessaires, on obtient en tout 7 multiplications et %
46 % 4 additions. Remplacons en effet  $5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$  par l'expression %
47 % equivalente  $x(x(x(x*5-4)+3)-2)+1$  %
48 %*****%
49 x=3;
50 % horner(2*x^5 + 3*x^4 + 4*x^3 + 8*x^2 + 2*x + 1)
51 % ans =
52 % x*(x*(x*(x*(2*x + 3) + 4) + 8) + 2) + 1
53 % x=3
54 % x =
55 % 3
56 % z=x*(x*(x*(x*(2*x + 3) + 4) + 8) + 2) + 1
57 % z =
58 % 916
59 % Verifier la valeur obtenue a l'aide de la commande de MATLAB polyval
60 P2=[2 3 4 8 2 1] % extraire les differents coefficients du polynome P
61 % et les mettre dans l'ordre dans un vecteur.
62 z2=polyval(P2,x) % evaluer le polynome avec la valeur x.

```

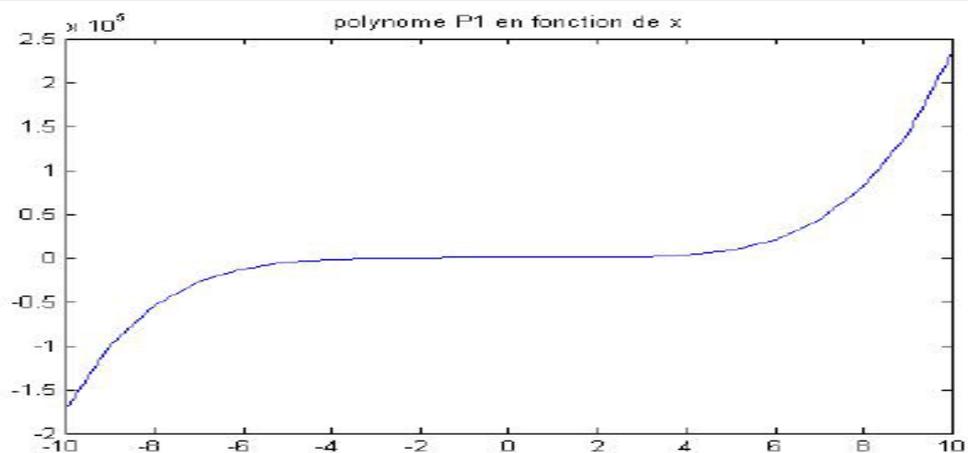


FIGURE 1 – Représentation du polynôme P en fonction de x