

Chapitre

4

# Transformations avancées

# *L'ouverture morphologique*

# L'OUVERTURE MORPHOLOGIQUE

---

Soit le problème suivant : Comment se débarrasser du bruit qui peut être présent sur une image (ici, on voudrait simplement conserver le mot bonjour) ?



# L'OUVERTURE MORPHOLOGIQUE

---

L'ouverture morphologique consiste à effectuer une érosion, puis une dilatation d'une image à l'aide du même élément structurant.

Soit  $I \subseteq \mathbb{Z}^n$  et  $E \subseteq \mathbb{Z}^n$ , on définit **l'ouverture** de I par E comme

$$I \circ E = (I \ominus E) \oplus E$$

# L'OUVERTURE MORPHOLOGIQUE

Exemple : calculer le résultat de  $I \circ \Gamma_8$

0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I$

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I \ominus \Gamma_8$

0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I \circ \Gamma_8 = (I \ominus \Gamma_8) \oplus \Gamma_8$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

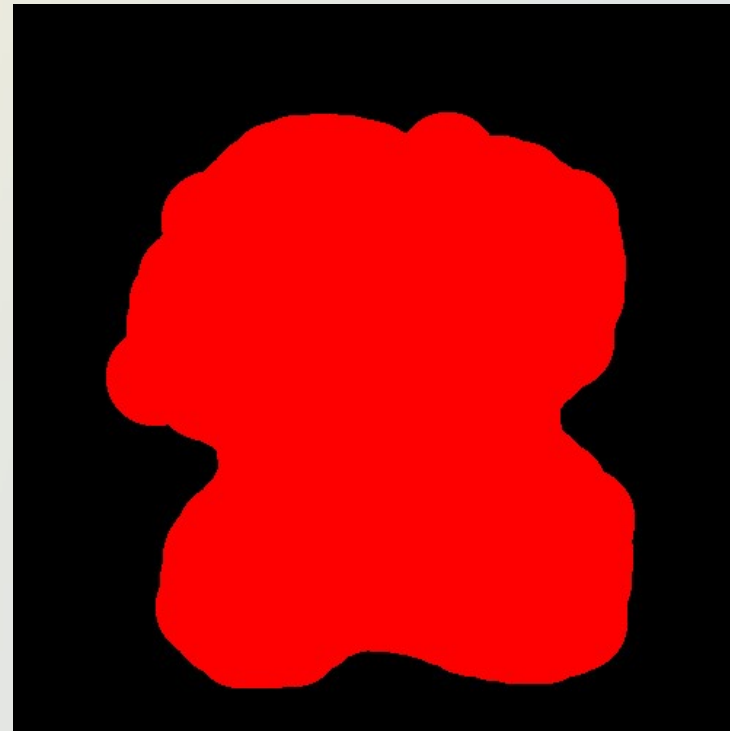
$\Gamma_8$

L'ouverture permet de supprimer de l'objet les branches où l'élément structurant ne passe pas.

# L'OUVERTURE MORPHOLOGIQUE

---

On peut voir l'ouverture morphologique comme une **peinture de l'objet  $I$  avec un pinceau de la forme de  $E$**  : tous les endroits de  $I$  où  $E$  ne passe pas ne seront pas peints (et seront absents du résultat).



$I$

$I \circ E$

# L'OUVERTURE MORPHOLOGIQUE

---

Bonjour

/

Bonjour

$I \circ 2\Gamma_8$

# L'OUVERTURE MORPHOLOGIQUE

---

On peut proposer une autre définition, équivalente à la première :

Soit  $I \subseteq \mathbb{Z}^n$  et  $E \subseteq \mathbb{Z}^n$ , l'ouverture de  $I$  par  $E$  est

$$I \circ E = \bigcup_{E_x \subseteq I} E_x$$

Cette définition est à comparer à celle de l'érosion  $\ominus E = \bigcup_{E_x \subseteq I} \{x\}$



# *La fermeture morphologique*

# LA FERMETURE MORPHOLOGIQUE

---

La fermeture morphologique est l'opération duale de l'ouverture, et consiste à réaliser une dilatation suivie d'une érosion.

Soit  $I \subseteq \mathbb{Z}^n$  et  $E \subseteq \mathbb{Z}^n$ , on définit la fermeture de  $I$  par  $E$  comme

$$I \bullet E = (I \oplus E) \ominus E$$

# LA FERMETURE MORPHOLOGIQUE

Exemple : calculer le résultat de  $I \bullet \Gamma_8$

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I$

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I \oplus \Gamma_8$

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I \bullet \Gamma_8 = (I \oplus \Gamma_8) \ominus \Gamma_8$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$\Gamma_8$

La fermeture permet de boucher les trous ou les petites « encoches » sur les bords de l'objet.

# LA FERMETURE MORPHOLOGIQUE

---

On peut voir la fermeture morphologique comme une **peinture du complémentaire de l'objet  $I$  avec un pinceau de la forme de  $\check{E}$**  : tous les endroits de  $I$  où  $\check{E}$  ne passe pas ne seront pas peints (et seront ajoutés à l'objet).

*Propriétés de la fermeture et de  
l'ouverture*

# PROPRIÉTÉS DE L'OUVERTURE ET DE LA FERMETURE

---

Quel que soit l'élément structurant, l'ouverture est anti-extensive et la fermeture est extensive.

$$\text{Pour tout } I \subseteq \mathbb{Z}^n \text{ et pour tout } E \subseteq \mathbb{Z}^n, \\ (I \circ E) \subset I \subset (I \bullet E)$$

# PROPRIÉTÉS DE L'OUVERTURE ET DE LA FERMETURE

L'érosion et la dilatation possèdent ces propriétés seulement si l'élément structurant contient l'origine. Pourquoi pas la fermeture et l'ouverture ?

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$I$

1	0	1
0	0	1
0	0	0

$E$

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$(I \ominus E) \not\subset I$

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

$((I \ominus E) \oplus E) \subset I$

Si l'érosion fait « sortir » le résultat de  $I$ , la dilatation qui suit fera « rentrer » le résultat final dans  $I$ .

# PROPRIÉTÉS DE L'OUVERTURE ET DE LA FERMETURE

---

L'ouverture et la fermeture sont toutes deux des **opérateurs croissants du point de vue de l'image** :

Si  $A_1 \subset A_2$ , alors

$$(A_1 \circ E) \subset (A_2 \circ E)$$

$$(A_1 \bullet E) \subset (A_2 \bullet E)$$

Du point de vue de l'élément structurant, **l'ouverture est décroissante** tandis que **la fermeture est croissante** :

Si  $E_1 \subset E_2$ , alors

$$(A \circ E_2) \subset (A \circ E_1)$$

$$(A \bullet E_1) \subset (A \bullet E_2)$$



# PROPRIÉTÉS DE L'OUVERTURE ET DE LA FERMETURE

---

La dernière propriété de l'ouverture et de la fermeture, **qui est essentielle à connaître**, est **l'idempotence** :

Pour tout  $I \subseteq \mathbb{Z}^n$  et pour tout  $E \subseteq \mathbb{Z}^n$ ,

$$I \circ E = (I \circ E) \circ E$$

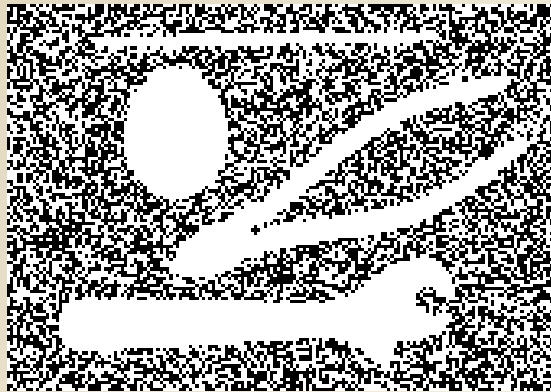
$$I \bullet E = (I \bullet E) \bullet E$$

Il **n'est pas utile** de répéter plusieurs fois une même ouverture ou une même fermeture sur la même image !

*Cas pratiques*

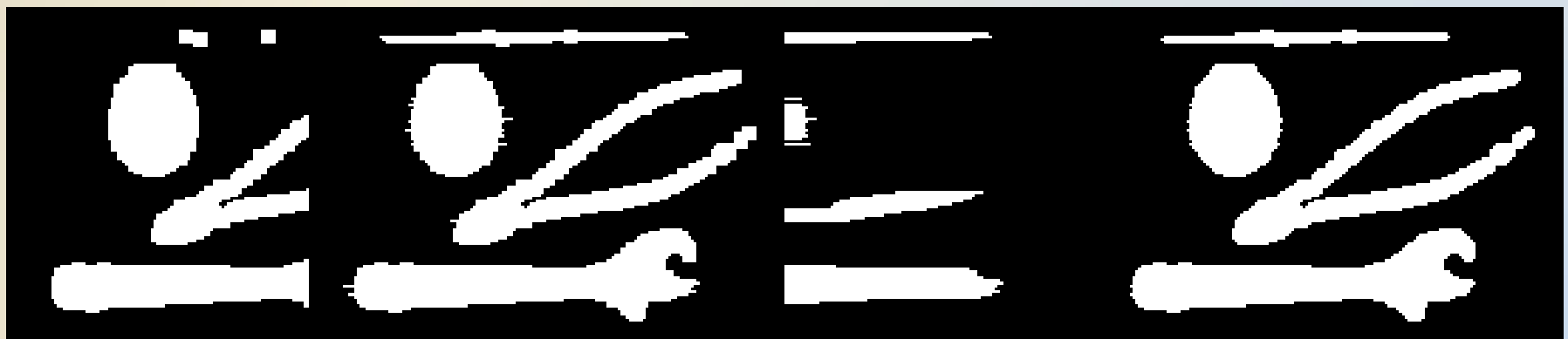
# CAS PRATIQUE : SUPPRIMER DU BRUIT

Comment supprimer le bruit et extraire les outils de l'image ?



*Im*

```
Im = imread('tools_noise.png');  
D = strel('disk', 3);  
Op1 = imopen(Im, D);  
L = strel('line', 30, 0);  
Op2 = imopen(Im, L);  
Add = Op1 + Op2;  
Gamma4 = strel('diamond', 1);  
Op3 = imopen(Add, Gamma4);
```



*Op1*

*Add*

*Op2*

*Op3*

# CAS PRATIQUE : SUPPRIMER DU BRUIT ( 2 )

---

Comment supprimer le bruit et extraire les lettres de l'image ?



$Im$



$C = Im \cdot \Gamma_4$



$R = C \circ 2\Gamma_8$

```
Im = imread('bonjourbruit.png');  
Gamma4 = strel('diamond', 1);  
C = imclose(Im, Gamma4);  
DeuxGamma8 = strel('square', 5);  
R = imopen(C, DeuxGamma8);
```

# CAS PRATIQUE : LES RÉSIDUS

Quelles parties de mon terrain où je faisais atterrir mon drone (voir diapo 55) puis-je vendre car elles ne me serviront jamais ?



*Dr*

```
Terrain = imread('terrain.png');  
Dr = imread('drone.png');  
Op = imopen(Terrain, logical(Dr));  
R = Terrain - Op;
```

On s'intéresse uniquement aux parties du terrain qu'aucune partie du drone ne touchera jamais lors de l'atterrissage.

$R = \text{Terrain} - \text{imopen}(\text{Terrain}, \text{logical}(\text{Dr}))$

# LES RÉSIDUS

---

On appelle généralement **résidu** la partie « modifiée » par une transformation morphologique.

Par exemple, le **résidu  $R$  de l'ouverture** d'une image  $I$  par un élément structurant  $E$  permet d'obtenir les parties de  $I$  éliminées par l'ouverture :

$$R = I \setminus (I \circ E)$$