

## (تمثيل المعلومات في الحاسوب وأنظمة العد الرقمية)

### 4-1- مقدمة:

كما رأينا سابقاً أن الحاسوب هو آلة رقمية، تستخدم لتخزين المعلومات (البيانات) ومعالجتها، وأن الدارات الإلكترونية، هي التقنية المعتمدة في تنفيذ مكوناته المختلفة سواء تلك التي تقوم بالمعالجة (وحدة المعالجة المركزية)، أو التي تخزن المعطيات.

لا بد من التنويه من أن البيانات Data، هي عبارة عن النصوص، والأرقام، والصور، والاصوات التي يتم تخزينها، ومعالجتها من قبل الحاسب، لكن كلمة البيانات قد لا تعني لنا الكثير، ولفهمها بشكل جيد، فإنها تحتاج إلى ترجمة، أو تفسير، أو معالجة لتصبح معلومات Information. إذن فالمعلومات هي المعنى الذي يُعطى للبيانات عن طريق تفسيرها بالشكل المناسب.

تُسمى الدارات الإلكترونية الداخلة في تركيب الحاسوب بالدارات الإلكترونية الرقمية Digital Circuits، لأنها تتعامل مع المعلومات الممثلة رقمياً، وهناك حالتان للدارة الإلكترونية هما:

0: الدارة مفتوحة والتيار الكهربائي لا يمر.

1: الدارة مغلقة والتيار الكهربائي يمر.

الدارة الإلكترونية الرقمية البسيطة، تأخذ إحدى حالتين OFF،ON، أو يرمز إليها (1)، (0). سنتناول في هذا الفصل المبادئ المستخدمة في التمثيل الرقمي للمعلومات داخل الحاسوب.

### 4-2- المبدأ العام لتمثيل المعلومات في الحاسوب:

تُتمثل المعلومات (البيانات) داخل الحاسوب بأنواعها المختلفة (التعليمات، الأعداد، الحروف، الصور، الأصوات،... الخ) بسلاسل من الخانات الثنائية، وتُمثل الخانة الثنائية والتي تأخذ إحدى حالتين (1)، (0) باستخدام الدارات الإلكترونية (العناصر الأساسية للحاسوب). تُسمى الخانة الثنائية بت (bit: binary digit)، ويرمز إليها بـ b. تُنظم هذه الخانات في سلاسل ذات طول ثابت تُسمى كلمات Words، وهي تمثل وحدة المعلومات الأساسية في عمليات التخزين، والمعالجة.

في بدايات الحاسوب اعتمدت كلمة بطول 6 خانات، وهي تُعطي 64 رقماً مختلفاً، فكانت كافية لتمثيل 26 حرفاً من الحروف الإنكليزية، و10 أرقام عشرية إضافية إلى علامات الترقيم والرموز الحسابية. حديثاً تُستخدم سلسلة من 8 خانات ثنائية لتكوين كلمة الحاسوب التي تُسمى بايت Byte، ويرمز لها B لترميز المحارف (تُسمى "المحارف" لتمييزها عن الحروف العادية القابلة للطباعة، والتي تُمثل في واقع الأمر جزءاً فقط من المحارف). لم يكن هذا الاختيار عشوائياً، لأن مجموعة من 8 أرقام ثنائية تستطيع تمثيل (256) رقماً مختلفاً ذلك أن  $2^8 = 256$ ، وبذلك نستطيع ترميز ما يكفي من المحارف التي تشمل أبجدية الحاسوب من حروف، وأرقام، وعلامات ترقيم، ورموز خاصة بالحاسوب.

إن، تُمثل المعلومات داخل الحاسوب بشكل سلاسل من الخانات الثنائية، وعملية الترميز هي ترجمة المعلومات المراد معالجتها إلى كلمات مؤلفة من الخانات الثنائية، تقابل كل منها عنصراً من عناصر المعلومات. وتوجد طرق عدة معيارية عالمية لترميز المحارف على ثمانية خانات ثنائية. حيث يعتمد تنظيم البيانات داخل الحاسب على التصميم الداخلي لدوائر الحاسب، ونظام التشفير Coding System المستخدم. ويتكون تنظيم البيانات داخل الحاسب من مجموعة من عناصر البيانات Data Elements الهرمية مرتبة من الأصغر إلى الأكبر، نذكر منها:

- **البت Bit:** أصغر عناصر البيانات في الحاسب هو البت، وهو اختصار الرقم الثنائي Binary digit-BIT، وتسمى بالخانة، وتأخذ كما ذكرنا سابقاً أحد القيمتين الثنائيتين 0 أو 1.
- **البايت Byte:** مجموعة البتات (الأرقام الثنائية) المطلوبة لتمثيل الحروف في نظم التشفير المستخدمة داخل الحاسب تسمى Byte، وتعتبر الوحدة الأساسية للبيانات في معظم نظم الحاسبات الحديثة، ويمكن تعريفها على النحو التالي:

البايت هي مجموعة متتالية من 8 بت، واللازمة لتمثيل حرف أبجدي، أو حرف خاص في ذاكرة الحاسب. يتم وصف سعة التخزين للذاكرة وأجهزة التخزين لمعظم الحاسبات في العادة بالبايت. وتقاس سعة التخزين بمقياس يسمى الكيلو بايت Kilobyte (اختصاراً KB)، والذي يتضمن  $1024 = 2^{10}$  موضع تخزين (بايت)، أو مضاعفاته الموضحة بالجدول التالي:

1 Kilo Byte (KB)	1024 Byte
1 Mega Byte (MB)	1024 Kilo Byte
1 Giga Byte (GB)	1024 Mega Byte
1 Tera Byte (TB)	1024 Giga Byte

• **الكلمة Word:** تعتبر الكلمة هي عنصر البيانات الرئيسي بالحاسب. وتعتبر الكلمة تجمعاً من البت، أو البايت، والتي يمكن نقلها من الدوائر الإلكترونية (ناقل البيانات Data Bus) بين وحدة التخزين الرئيسي، والمسجلات Registers بوحدة الحاسب، والمنطق.

لذلك يكون للحاسب ذات طول الكلمة 32 بت، سعة مسجلات 32 بت. وتنتقل البيانات والتعليمات داخل وحدة المعالجة المركزية في تجمعات من 32 بت، ولذلك تقوم هذه بتشغيل البيانات بشكل أسرع من الحواسيب ذات طول الكلمة 16 بت، وبذلك لا يعتمد حجم الكلمة Word Size على سعة المسجلات بوحدة المعالجة المركزية فقط ولكن يعتمد على سعة وعرض ناقل البيانات Data Bus Width والذي تتحرك خلاله البيانات والتعليمات. تعمل الحواسيب بنمط الكلمات ثابتة الطول عندما تكون كل كلمة مكونة من عدد ثابت من البت، أو البايت، وتتكون الكلمات ثابتة الطول في العديد من الحواسيب من 4 بايت (32 بت). بينما تعمل بنمط الكلمات متغيرة الطول عندما يعتمد طول الكلمة على التعليمة التي يتم تنفيذها، وحجم عناصر البيانات التي يتم معالجتها، ويتراوح طول الكلمة في هذه الحالة من بايت واحد إلى 256 بايت.

• **الصفحة Page:** تعتبر الصفحة من عناصر البيانات الهامة في نظم الحواسيب الحديثة، وتعرف بأنها عنصر البيانات بالحاسب الذي ينشأ طبقاً لنمو الذاكرة الافتراضية Virtual Memory المؤقتة على أجهزة التخزين الثانوية لتخزين الفائض عن سعة الذاكرة الرئيسية.

ويتم نقل الصفحات بين التخزين الرئيسي والتخزين الثانوي في عملية الذاكرة الافتراضية فيما يعرف باسم نقل الصفحات Paging، والذي يمكن تعريفه على النحو التالي:

عملية نقل الصفحات هي طريقة لتنظيم صفحات الذاكرة الرئيسية، تنقسم فيها الذاكرة إلى مناطق ذات سعة ثابتة (تسمى بحيز الصفحات)، وتنقسم البرامج والبيانات إلى مناطق بنفس السعة (تسمى الصفحات). يقوم نظام التشغيل بتعيين الحيز لصفحات البرنامج النشطة فقط، وتخزن بقية الصفحات في أوساط التخزين الثانوية، حيث يمكن تحويلها إلى الذاكرة الرئيسية كلما دعت الحاجة إلى ذلك.

عملية نقل صفحات البرامج، والبيانات بصفة مستمرة، بين الذاكرة الرئيسية والتخزين الثانوي يعرف باسم نظام الذاكرة الافتراضية Virtual Memory System، ويعرف المعدل الذي يتم به نقل الصفحات في فترة زمنية محددة، بأنه معدل تحويل الصفحات Raging Rate. وتتكون الصفحة في معظم الحواسيب من 2KB إلى 4KB.

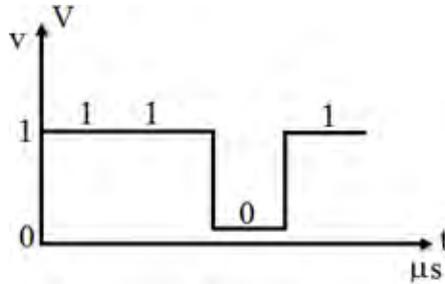
ومع أن الترميز يجري على كلمة من 8 خانات ثنائية، فإن الحواسيب تستخدم كلمات أطوالها من مضاعفات العدد 8 مثل 8، 16، 32، 64، لأغراض التعليمات، ومعالجة المعلومات (البيانات). يبين الشكل (4-1) الأنواع الأساسية للمعلومات الممثلة في الحاسوب.



الشكل (4-1) الأنواع الأساسية للمعلومات

#### 4-2-1- التمثيل الإلكتروني للبيانات:

تنقل البيانات إلى الذاكرة الرئيسية في الحاسوب، ويتم تداولها، ومعالجتها من خلاله، بواسطة إشارات كهربائية، تسمى النبضات، والإشارة الواحدة هي (نبضة)، نظراً لصغرها وللمدة القصيرة جداً التي تمر خلالها الإشارة، وقد تصل سرعتها إلى  $1\mu s$ ، وتخزن الإشارة رقمية (bit). تدل الإشارة في حال وجودها على مرور التيار (ON)، وفي حال غيابها على عدم مرور التيار (OFF)، وبهذا يمكننا استخدام النظام الثنائي لتمثيل البيانات في الذاكرة الرئيسية للحاسوب بواسطة ظهور الإشارة، أو غيابها، واصطلاحاً على ترميز الإشارة بالرمز (1)، فمثلاً إذا أردنا تخزين السلسلة الثنائية (1101) داخل ذاكرة الحاسوب، يتم تمثيلها إلكترونياً على شكل إشارات، أو نبضات كما في الشكل (4-2).

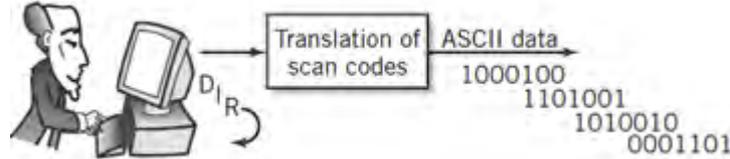


الشكل (2-2) تمثيل السلسلة الثنائية على شكل نبضات

#### 4-2-2- النظم القياسي الأميركي لتبادل المعلومات (أسكي ASCII)..

يطلق على هذا النظام اسم ASCII، ويعني النظام القياسي الأميركي لتبادل المعلومات، المصطلح اختصار

للعبارة American Natural Standard Code Information Interchange،



حيث وضعت الشركات الأميركية العاملة في ميدان الحواسيب نظام ASCII وكان هدفها تصميم ترميز عام يستخدم في نظم معالجة البيانات ونظم الاتصالات. وهو نظام قياسي Standard، حيث فرض من هيئة المواصفات الأميركية على جميع شركات صناعة الحواسيب على تبنيه والعمل به، ولما كانت الشركات الأميركية منتشرة في العالم ورائدة في وضع النظم الحاسوبية، ونظم شبكات المعلومات، فقد تم تبني هذا النظام عالمياً، لذلك يستخدم النظام "أسكي" لتبادل المعلومات بين الحواسيب كما يسمح بإمكانية الربط بين الحواسيب المختلفة والمحيطات المتصلة بها كالطابعات.

الجدول (1-2) ترميز المحارف وفق نظام ASCII.

Dec	Hex	Name	Char	Ctrl-char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char
0	0	Null	NUL	CTRL-@	32	20	Space	64	40	@	96	60	`
1	1	Start of heading	SOH	CTRL-A	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	Start of text	STX	CTRL-B	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	End of text	ETX	CTRL-C	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	End of xmit	EOT	CTRL-D	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	Enquiry	ENQ	CTRL-E	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	Acknowledge	ACK	CTRL-F	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	Bell	BEL	CTRL-G	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	Backspace	BS	CTRL-H	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	9	Horizontal tab	HT	CTRL-I	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	0A	Line feed	LF	CTRL-J	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	Vertical tab	VT	CTRL-K	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	Form feed	FF	CTRL-L	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	Carriage feed	CR	CTRL-M	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	Shift out	SO	CTRL-N	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	Shift in	SI	CTRL-O	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	Data line escape	DLE	CTRL-P	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	Device control 1	DC1	CTRL-Q	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	Device control 2	DC2	CTRL-R	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	Device control 3	DC3	CTRL-S	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	Device control 4	DC4	CTRL-T	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	Neg acknowledge	NAK	CTRL-U	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	Synchronous idle	SYN	CTRL-V	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	End of xmit block	ETB	CTRL-W	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	Cancel	CAN	CTRL-X	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	End of medium	EM	CTRL-Y	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	Substitute	SUB	CTRL-Z	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	Escape	ESC	CTRL-[	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	File separator	FS	CTRL-\	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	Group separator	GS	CTRL-]	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	Record separator	RS	CTRL-^	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	Unit separator	US	CTRL-`	63	3F	?	95	5F	`	127	7F	DEL

وهو النظام المستخدم في جميع الأنظمة الحاسوبية الحديثة. تم في البداية تصميم النظام ASCII على أساس قاعدة ترميزية مشكلة من سبع ثنائيات مما يتيح ترميز 128 حرفاً، وهذا يلبي طاقة التمثيل المطلوبة لترميز كل أحرف اللغة الانكليزية إضافة إلى بعض الرموز، ثم توسع النظام بإضافة ثنائية أخرى لتصبح قاعدته الترميزية مشكلة من ثماني ثنائيات، فأصبحت طاقته الترميزية تتسع لـ 256 حرفاً مختلفاً، وأمكن بذلك إضافة أحرف لا يمكن ترميزها بسبع ثنائيات. يبين الجدول (1-2) ترميز المحارف وفق المعيار ASCII.

### 3-4- أنظمة العد الرقمية.

استخدم الإنسان تاريخياً العديد من أنظمة العد منها نظام العد الستيني البابلي الذي ما زلنا نستخدمه في تنظيم التوقيت من حيث تقسيمنا الساعة إلى ستين دقيقة، والدقيقة إلى ستين ثانية، ونظام العد الروماني المستخدم في الفهرسة حتى يومنا هذا. وفي الحقبة ما بين القرنين الأول والثاني الميلاديين قام الهندوس بتطوير نظام العد العشري. إن هذا النظام الأكثر استخداماً وألفة لنا.

وبوجه عام يُعرّف نظام العد:

- بقاعدة (أساس)  $a$  حيث  $a$  عدد صحيح موجب أكبر من الصفر (  $a$  تساوي العشرة في النظام العشري).

- وبمجموعة من الرموز  $S = \{S_0, S_1, S_2, S_3, \dots, S_{a-1}\}$ .

ويجري التعبير عن أي عدد صحيح موجب بالشكل  $X = X_n X_{n-1} \dots X_0$

حيث  $X_i \in S$ ، ويحقق العلاقة التالية:

$$X = \sum_{i=0}^n X_i a^i$$

فالعدد 267 في النظام العشري هو:

$$267 = 7 \times 10^0 + 6 \times 10^1 + 2 \times 10^2$$

يبين الجدول (4-2) أهم أنظمة العد المستخدمة.

الجدول (4-2) أهم نظم العد.

نظام العد	القاعدة أو الأساس	الرموز المستخدمة
نظام العد الثنائي	2	1,0
نظام العد الثماني	8	7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,0
نظام العد العشري	10	9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,0
نظام العد الست عشري	16	9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,0 F, E, D, C, B, A

وتستخدم الأحرف الأبجدية في أنظمة العد ذات القاعدة التي تزيد عن العشرة، فنمثل العدد 10 بالحرف A والعدد 11 بالحرف B والعدد 12 بالحرف C، وهكذا.

#### 4-3-1- قواعد أنظمة العد الرقمية:

تتشارك كل أنظمة العد بمجموعة من القواعد العامة أهمها:

لموقع الرقم أهمية في تحديد الكمية التي يمثلها. فمثلاً الرقم 5 في نظام العد العشري في موقع الآحاد يمثل الكمية 5، لكن عندما يوجد في موقع العشرات فإنه يمثل الكمية 50، وهكذا نرى أن المقصود بكتابة الرقم 247 في النظام العشري هو:

$$247 = 7 \times 10^0 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^2$$

والمقصود بكتابة العدد 10100 في النظام الثنائي هو:

$$10100 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = (20)_{10}$$

وبوجه عام فإن:

- ✓ إزاحة الرقم إلى اليسار موقعاً واحداً، يعني ضربه بقيمة الأساس مرة واحدة.
  - ✓ إزاحة الرقم إلى اليمين موقعاً واحداً، تعني قسمته على قيمة الأساس مرة واحدة.
  - ✓ نفس أنظمة الحساب تستخدم في أنظمة العد كافة.
  - ✓ تستخدم أحرف اللغة الإنكليزية بالإضافة إلى رموز الأرقام للدلالة على أرقام أنظمة العد التي يزيد أساسها عن عشرة (كما في نظام العد الستة عشري المبين في الجدول (2-2))، ولا نميز الأحرف الصغيرة أو الكبيرة.
- وفيما يلي عن أعداد ممثلة بأنظمة عد مختلفة:

$$112_{10} = 160_8 = 70_{16} = 1110000_2$$

يشير الرقم المكتوب بخط صغير (دليل) إلى يمين العدد، إلى أساس نظام العد المستخدم، والرقم الموجود في الخانة الأولى من اليمين في العدد هو الرقم (الخانة) الأقل قيمة (أهمية) (LSD: Least Significant Digit)، أما الرقم الموجود في الخانة الأخيرة إلى يسار العدد، فهو الرقم (الخانة) الأعلى قيمة (أهمية) (MSD: Most Significant Digit).

نستخدم في حياتنا اليومية نظام العد العشري، وتمثيل ذلك في الحاسوب ليس مستحيلاً، ولكنه صعب، إذ يتطلب التمييز بين 10 حالات للدارات الإلكترونية لتوافق الأرقام العشرة المستخدمة في نظام العد العشري. على حين وجدنا أن الدارات الإلكترونية الرقمية قادرة على أن تميز حالتها ON، OFF بسهولة، ولهذا فإن النظام الثنائي 0، 1 هو النظام المعتمد منذ الأجيال الأولى للحواسيب.

ولا يعني التمثيل الثنائي للأعداد داخل الحاسوب بالضرورة أنه يجب أن تدخل الأعداد إلى الحاسوب بشكلها الثنائي، وهي تدخل بالأشكال المألوفة (باللغات الطبيعية) مع تحديد نظام العد المستخدم، ثم يقوم الحاسوب بتنفيذ مجموعة من التعليمات تُحوّل هذه الأعداد إلى ما يكافئها في النظام الثنائي.

يتكون العدد في النظام الثنائي من مجموعة أرقام، يأخذ كلٌّ منها إحدى قيمتين صفر أو واحد. ومن ثم فإن كل عدد في هذا النظام، يمثل كمتتالية من الأصفار والواحدات.

$$\begin{aligned} N_2 &= A_n A_{n-1} A_{n-2} \dots\dots\dots A_0 \\ &= A_0 \times 2^0 + A_1 \times 2^1 + A_2 \times 2^2 + \dots\dots\dots \\ &= A_0 + A_1 \times 2 + A_2 \times 4 + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

فالعدد  $1101_2$  في النظام الثنائي قيمته في النظام العشري هي:

$$X = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = (13)_{10}$$

الجدول (2-3) ترميز الأعداد من 0 حتى 15 في النظامين الثنائي والعشري.

عدد من أربع خانات ثنائية	ما يقابله في النظام العشري
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7

8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

#### 4-3-2-1- للعمليات الحسابية في النظام الثنائي:

تجرى العمليات الحسابية في النظام الثنائي بطريق مشابهة لما تعلمناه في النظام العشري من حيث وجود جدول للجمع وآخر للضرب، وكذلك حمل الناتج المساوي لأساس نظام العد من خانة إلى أخرى. نعرض فيما يلي أمثلة لطريقة إجراء هذه العمليات.

#### الجمع الثنائي:

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ ويُحمل الرقم واحد إلى الخانة التالية}$$

$$0 + 0 = 0$$

مثال:

$$\begin{array}{r} 110 = 6_{10} \\ 101 = 5_{10} \\ \hline 1011 = 11_{10} \end{array} \quad \begin{array}{r} 11011.01 \\ +101.10 \\ \hline 100000.11 \end{array}$$

الطرح الثنائي: تجرى عملية الطرح تماماً كما في النظام العشري، فعندما تكون خانة المطروح أكبر من خانة المطروح منه، يستعير المطروح منه واحداً من الخانة التي إلى يساره ثم تُجرى عملية الطرح.

$$0 - 1 = 1 \text{ ويستعار واحد من الخانة التي تقع إلى يسار هذه الخانة.}$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 0 = 0$$

مثال:

$$\begin{array}{r} 10110 = 22_{10} \\ - 1010 = 5_{10} \\ \hline 1100 = 12_{10} \end{array}$$

الضرب الثنائي: تجرى عملية الضرب تماما كما في النظام العشري، وفق القواعد التالية:

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$0 \times 0 = 0$$

مثال:

$$\begin{array}{r} 10101 = 21_{10} \\ \times 1101 = 13_{10} \\ \hline 10101 \\ 00000 \\ 10101 \\ 10101 \\ \hline 100010001 = 273_{10} \end{array} \quad \begin{array}{r} 11.01 \\ \times 101.1 \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ 0000 \\ 1101 \\ \hline 10001.111 \end{array}$$

إذا بدأنا الضرب بأقل الخانات قيمة، تجري الإزاحة خانة إلى اليسار. أما إذا بدأنا الضرب بأعلى الخانات قيمة، فتجري الإزاحة خانة لليمين.

القسمة الثنائية: تجرى عملية القسمة تماما كما في النظام العشري، وفق القواعد التالية:

$$1 / 0 \quad \text{عدم تعيين}$$

$$1 / 1 = 1$$

$$0 / 1 = 0$$



مثال:

تمثيل العدد 15+ باستخدام 16 خانة ثنائية:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

القيمة المطلقة للعدد خانة الإشارة +

ويمكننا تمثيل العدد 15- كالعدد الموجب مع جعل قيمة البت الخيرة (اليسرى) تساوي الواحد، لتمييزه عن العدد

الموجب، فيكون على الشكل التالي:

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

القيمة المطلقة للعدد خانة الإشارة -

ملاحظة:

لا بد من الإشارة إلى أن تنفيذ بعض العمليات الحسابية (الجمع، الطرح) على عددين ممثلين بهذه الطريقة، قد يؤدي إلى تجاوز القيمة الناتجة الحد الأقصى للأعداد الممكن تمثيلها بالخانات الثنائية المستخدمة لتمثيل تلك الأعداد.

مثال: جمع عددين موجبين ممثلين بستّ خانات، تستعمل الخانة السادسة لتمثيل الإشارة.

$$\begin{array}{r}
 011010 = 26_{10} \\
 + 010010 = 18_{10} \\
 \hline
 101100 = 44_{10}
 \end{array}$$

فائض من خانة الإشارة

نلاحظ حصول زيادة في العدد أثر في خانة الإشارة، وأدى إلى نتيجة خاطئة، ويمكن التغلب على هذه المشكلة باعتماد تمثيل مختلف للأعداد السالبة.

#### 4-3-2-3-4-تمثيل الأعداد السالبة في النظام الثنائي:

يستخدم الحاسوب نظرية الإتمام للتعبير عن الأعداد السالبة، ولتحويل عمليات الطرح إلى عمليات جمع للأعداد السالبة. ولما كانت الأعداد ممثلة في الحاسوب بشكلها الثنائي، فإن الإتمام المستخدم، هو الإتمام إلى الواحد، والإتمام إلى الاثنين، سنبين فيما يلي معنى الإتمام في النظام العشري التقليدي، ثم كيفية استخدامه للتعبير عن الأرقام السالبة في النظام الثنائي.

#### 4-3-2-3-4- الإتمام:

الإتمام الرياضي يكافئ عملية الطرح في أي نظام عد. في نظام العد العشري يوجد نوعان من الإتمام: الإتمام إلى التسعة، والإتمام إلى العشرة.

الإتمام إلى العشرة: إن متمم عدد عشري A إلى العشرة، هو رقم B إذا أضفناه إلى العدد الأول كانت النتيجة من الشكل  $10^N$  أي  $A + B = 10^N$ ، حيث N عدد (1، 2، 3، ...) .

مثال:

العدد	المتمم
1	9
4	6
34	66
101	899

الإتمام على التسعة: هو عدد B إذا أضفناه إلى العدد الأول A كانت النتيجة أقل بواحد من  $10^N$  أي:  
 $A + B = 10^N - 1$

مثال:

العدد	المتمم
1	8
4	5
34	65
101	898

وبنفس الطريقة يجري تعريف الإتمام إلى اثنين (يُسمى المتمم الثنائي) والإتمام إلى الواحد (يُسمى المتمم الأحادي) في النظام الثنائي.

المتمم الثنائي في النظام الثنائي:

متمم العدد الثنائي  $(1101)_2$  هو العدد الذي إذا أضيف إلى العدد المذكور كانت النتيجة  $(10000)_2$ . أي  
 $(0011)_2$  لأن:

$$1101 + 0011 = 10000$$



أمثلة:

1- الترميز الثنائي المعطى للعددين 1 و -1 هما:

ترميز +1:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ترميز -1:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

2- لتحويل العدد  $13_{10}$ ، أو  $1101_2$  إلى القيمة السالبة في النظام الثنائي نحسب متممه الثنائي:

- المتمم الأحادي للعدد  $1101_2$  هو  $0010$ .
- نضيف واحداً، يصبح العدد مساوياً  $-13_{10} = 0011_2$ .

للتحقق نجمع العددين:  $1101 + 0011 = 0000$

ويمثل العدد 13 و -13 في كلمة من /16 خانة/ كما يلي:

ترميز  $+13_{10}$ :

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ترميز  $-13_{10}$ :

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3- أوجد التمثيل الثنائي للعدد الثماني السالب  $(-6372)_8$  بعدد خانات يساوي 16 خانة ثنائية.

✓ نوجد التمثيل الثنائي للقيمة المطلقة للعدد  $(6372)_8$ ، كما يلي:

$$110\ 011\ 111\ 010_2 = 6372_8$$

✓ حتى يصبح عدد الخانات /16/ نضيف أصفاراً إلى يسار الرقم:

$$0000\ 110\ 011\ 111\ 010$$

✓ نستخدم قاعدة المتمم الثنائي:

✓ نعكس الخانات (101 000 100 001 1111).

✓ نضيف واحداً إلى الناتج، نحصل على العدد المطلوب:  $(-6372)_8 = (1111\ 001\ 100\ 000\ 110)_2$ .

للتحقق نجمع العددين:

$$\begin{array}{r} 110\ 011\ 111\ 010_2 \\ + 1111\ 001\ 100\ 000\ 110 \\ \hline 0000\ 000\ 000\ 000\ 000 \end{array}$$

#### 4-2-3-4- تمثيل الأعداد الكسرية في النظام الثنائي:

يتكون العدد الكسري من جزأين، الأول يمثل القسم الصحيح من العدد، والثاني يمثل القسم الكسري من العدد. رأينا في الفقرات السابقة كيفية تمثيل القسم الصحيح الموجب والسالب، وسنرى فيما يلي كيفية تمثيل الجزء الكسري في الذاكرة.

الجزء الكسري هو عدد  $b$  محصور بين 0 و 1 ويُرمز في نظام العد المستخدم ذي القاعدة  $a$  بحيث يحقق ما يلي:

$$b = 0.b_1b_2\dots b_m$$

$$b = \sum_{i=1}^m b_i \cdot a^{-i}$$

حيث:  $i$  تدل على ترتيب الرقم الموجود  $b_i$  إلى يمين الفاصلة.

فعندما نكتب 0.123 في النظام العشري فإننا نقصد:

$$0.123 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$$

#### Fractional Binary Numbers

- الأعداد الثنائية الكسرية:

بالرغم من إنها ليست مستخدمة عموماً، ويمكن تعريف العدد الثنائي الكسري بنفس الأسلوب كأعداد صحيحة، يستخدم فقط 0 و 1 في هذا النظام. تماماً كما في الإطار العشري، تمثيل تقسيمات نظام العد إلى قيم أقل من وحدة. يمكن إيجاد العدد العشري المكافئ للعدد الثنائي الكسري وفق العلاقة التالية:

$$N_{10} = b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_m 2^{-m}$$

حيث:  $N_{10}$ : العدد العشري الأساس الأقل من واحد.

$b_1 b_2 \dots b_{m-1} b_m$ : العدد الثنائي الأساس الأقل من واحد.

$m$ : عدد الأرقام في العدد الثنائي الأساس.

عندما نكتب 0.1<sub>2</sub> في النظام الثنائي فإنه يعبر عن المقدار:

$$0.1_2 = 1 \times 2^{-1} = (0.5)_{10}$$

مثال: حدد المكافئ العشري للعدد الثنائي  $0.11010_2$ .

الحل: يمكن ايجاده باستخدام العلاقة السابقة، كما يلي:

$$N_{10} = b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_m 2^{-m}$$

$$m = 5$$

حيث:

$$N_{10} = (1) 2^{-1} + (1) 2^{-2} + (0) 2^{-3} + (1) 2^{-4} + (0) 2^{-5}$$

$$N_{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} \Leftrightarrow N_{10} = 0.812510$$

لتحويل (تبدیل) العدد العشري الأساس الذي يكون أقل من 1 إلى المكافئ الثنائي يتطلب ضربه بشكل متكرر بـ 2. نتيجة كل ضرب تعطي جزءاً كسرياً و جزءاً صحيحاً 0 أو 1، والجزء الصحيح هو الذي يحدد إذا كان ذلك الرقم 0 أو 1 الذي سيدخل في تركيب المكافئ الثنائي. عملية الضرب الأولى، تعطي الخانة الأكثر أهمية  $b_1$ ، وعملية الضرب الأخيرة تعطي إما 0 أو 1 لأجل الخانة الأقل أهمية  $b_m$ .

مثال: جدّ المكافئ الثنائي للعدد العشري  $0.3125_{10}$ .

الحل: باستخدام الضرب المتتالي، نجد:

$b_1 = 0$	بالتالي	$2(0.3125) = 0.6250$
$b_2 = 1$	بالتالي	$2(0.625) = 1.250$
$b_3 = 0$	بالتالي	$2(0.25) = 0.5$
$b_4 = 1$	بالتالي	$2(0.5) = 1.0$

وهكذا، نجد إن  $0.3125_{10}$  مكافئ لـ  $0.0101_2$ . يمكن أن يُمثل  $0.010100_2$ ، لان الأصفار المتأخرة لا تكون ذات أهمية في العدد الأقل من 1.

✓ تُمثل الأعداد الكسرية في الحاسوب باستخدام إحدى طريقتين:

❖ طريقة الفاصلة الثابتة.

❖ طريقة الفاصلة العائمة.

#### 4-3-2-4-1- طويق الف فطسل الف لثباتة:

تستند طريقة الفاصلة الثابتة (Fixe Point) إلى تمثيل الجزء الكسري الموجود بعد الفاصلة فقط في الذاكرة، إذ لا حاجة إلى تمثيل الصفر قبل الفاصلة وتستخدم الخانة الموجودة في أقصى اليسار لتمثيل إشارة العدد. وهكذا يمكن تمثيل الجزء الكسري +0.5 بالشكل:

العدد	تمثيل الجزء الكسري	تمثيل الإشارة
+0.5	1000000	0

والجزء الكسري -0.5 بالشكل:

العدد	تمثيل الجزء الكسري	تمثيل الإشارة
-0.5	1000000	1

يمكن دمج تمثيل القسامين الصحيح، والكسري من الأعداد الكسرية في عدد من الخانات وتوضع إشارة العدد في الخانة الأخيرة، ويجري تقسيم منطقة التخزين بين هذين الجزأين.

القسم الكسري	القسم الصحيح	الإشارة
--------------	--------------	---------

ويمكن تطبيق الإتمام كما لو كنا نتعامل مع أعداد صحيحة.

يبين الجدول التالي تمثيل بعض الأعداد الكسرية بواسطة الفاصلة الثابتة باستعمال 16 خانة ثنائية خُصص ثمان منها للقسم الكسري (نفرض أن الفاصلة موجودة بعد الخانة الثامنة):

العدد في النظام العشري	التمثيل بواسطة الفاصلة الثابتة
1.5	00000001 10000000
-1.5	11111110 10000000

يحدد عدد الخانات الثنائية المخصصة لتمثيل القسم الكسري دقة التمثيل. ففي المثال السابق تُمثل أول خانة من اليمين العدد  $a = 2^{-8}$  أي الفرق بين أي عدد كسري ممثل بهذه الطريقة، والعدد التالي سيكون  $a$ . تسمح هذه الطريقة بتمثيل مجموعة من الأعداد الكسرية الفارق بين عددين متجاورين فيها هو  $a$ .

#### 4-3-2-4-2- طويق لف فطس ل ق ع ائ م ة:

تستخدم طريقة الفاصلة العائمة (Floating Point) لتمثيل الأعداد الكسرية بدرجة عالية من الدقة، إذ نحتاج إلى استخدام أكبر عدد من الأرقام الدالة على العدد. تستند الطريقة المستخدمة للتمثيل إلى استخدام القاعدة الأساسية لتمثيل الأعداد الحقيقية المشابهة للتمثيل اللوغاريتمي، والتي تقوم على تمثيل العدد بالشكل:  $X = M \times B^E$  حيث:

•  $M$  هو الجزء الأعظمي (Magnitude) من العدد ويسمى بالجزء العشري (Mantissa).

•  $B$  القاعدة (Base) المستخدمة في التمثيل.

•  $E$  هو الجزء الأسّي (Exponent).

نورد أمثلة على ترميز أعداد ضمن القاعدة  $B = 10$ :

$$21 \times 10^3 = 21000$$

$$-21 \times 10^3 = -21000$$

$$21 \times 10^{-3} = 0.021$$

$$-21 \times 10^{-3} = -0.021$$

نلاحظ أننا لتمثيل القيم الأربع السابقة، نحتاج إلى: الجزء العشري من العدد، إشارة الجزء العشري، الجزء الأسّي، إشارة الجزء الأسّي، إضافةً إلى معلومتين إضافيتين هما القاعدة المستخدمة التي سنرفعها إلى الأس، وموقع نقطة الجذر (radix point) في الجزء العشري. إن الأسس المختلفة المستخدمة لتمثيل الأعداد الكسرية في الحواسيب التجارية هي الثنائي، الثماني، والست عشري.

وباختصار إن تمثيل الأعداد الكسرية في الحاسوب باستخدام طريقة الفاصلة العائمة، يجري بتمثيل الجزأين، الجزء العشري والأسّي للعدد باستخدام طريقة الفاصلة الثابتة (باعتبار النقطة الأسية في أقصى اليمين، يكون الجزآن السابقان عددين صحيحين). ولا حاجة إلى تمثيل القاعدة  $B$  ضمن العدد لأنه متضمن دارات الحاسوب.



تزداد الدقة في تمثيل العدد  $M \times B^E$  بازدياد عدد الخانات الثنائية المستخدمة في تمثيل الجزء العشري  $M$ ، ثم أن مجال الأعداد التي يمكن تمثيلها، يتحدد بالقاعدة المستخدمة  $B$  وعدد الخانات المستخدمة في تمثيل الجزء الأسّي  $E$ . إن تمثيل الأعداد بهذه الطريقة، لا يعطي شكلاً وحيداً للعدد فمثلاً:

$$1.0 \times 10^{18}, 0.1 \times 10^{19}, 100 \times 10^{16}, 1000000 \times 10^{12}$$

كلها أشكال مختلفة للعدد نفسه.

عادة نرغب في التعامل مع شكل وحيد معياري للأعداد الممثلة بالفاصلة العائمة ضمن الحاسوب. وللحصول على الشكل المعياري للتمثيل بالفاصلة العائمة لعدد (والذي يعني الاحتفاظ بأكبر عدد ممكن من الأرقام الدالة في تمثيل العدد). نزيح الأرقام الممثلة للجزء العشري للعدد نحو اليسار حتى يكون الرقم الأول الممثل لهذا الجزء ذا دلالة فيه، ونقوم بالمقابل بإنقاص الجزء الأسّي بعدد مرات الإزاحة التي قمنا بها (بافتراض أن الجزء الأسّي، يُعبر عن القوة 2).

مثال: عملية تعبير العدد  $125 \times 10^{06}$  باستخدام 8 خانات (6 خانات للجزء العشري وخانة للجزء الأسّي).

الجزء العشري						الأسّي	
0	0	0	1	2	5	0	6
0	0	2	2	5	0	0	5
0	1	2	5	0	0	0	4
1	2	5	0	0	0	0	3

#### ملاحظات:

نواجه بعض المشاكل في تمثيل العدد صفر بهذه الطريقة. فالجزء العشري بالطبع سيكون مساوياً للصفر، ولكن يمكن أن يأخذ الجزء الأسّي أية قيمة حيث  $0 \times B^E$  مساوي للقيمة 0 مهما تكن قيمة  $E$ . وغالباً يُعتبر العدد صفراً، مع قبول خطأ، عندما يكون الجزء العشري صغيراً جداً وليس مساوياً للصفر. في حال استخدمنا  $k$  بت لتمثيل الجزء الأسّي مع تمثيل إشارته، نستطيع تمثيل الأعداد التي تقع بين  $-2^{k-1}$  و  $2^{k-1} - 1$ .

#### 3-3-4- الانتقال من نظام عد إلى نظام عد آخر:

يوجد طريقتان لتحويل تمثيل العدد من نظام إلى آخر:

1- باستخدام جدول التحويل بين نظامي العد فهذا الجدول يقابل كل عدد ممثل في النظام الأول بعدد ممثل في النظام الثاني.

يمثل الجدول (4-4) جدول التحويل بين نظام العد العشري والثنائي، ويحوي التمثيل الثنائي لكل رقم من الأرقام العشرية حسب موقعه في العدد (آحاد، عشرات، مئات، ..).

الجدول (4-2) جدول تحويل بين نظام العد العشري والثنائي.

الرمز	الآحاد	العشرات	المئات	الألوف
0	0	0	0	0
1	1	1010	1100100	1111101000
2	10	10100	11001000	11111010000
3	11	11110	100101100	101110111000
4	100	101000	110010000	111110100000
5	101	110010	111110100	1001110001000
6	110	111100	1001011000	1011101110000
7	111	1000110	1010111100	1101001011000
8	1000	1010000	1100100000	1111101000000
9	1001	1011010	1110000100	10001100101000

مثال:

حوّل العدد 4750 الممثل في النظام العشري إلى التمثيل الموافق في النظام الثنائي.

الحل:

نأخذ التمثيل الموافق لكل رقم حسب موقعه من جدول التحويل، ثم نجمع الأعداد للحصول على التمثيل المطلوب، كما يلي:

الرمز	موقعه	التمثيل الموافق
0	آحاد	0
5	عشرات	110010
7	مئات	1010111100
4	ألوف	111110100000

الترميز الموافق هو: 1001010001110

## 2- باستخدام التقسيم المتتالي:

إذا كان النظام المراد التحويل منه هو النظام العشري، فالطريقة تركز على التقسيم المتتالي للعدد العشري على أساس النظام المراد التحويل إليه، وحفظ الباقي في سلسلة من الأرقام التي تؤلف الناتج، ونوقف عملية التقسيم عند الحصول على الصفر كناتج لهذه العملية. نرتب الباقي حسب تسلسل عملية القسمة، من الخانة التي في أقصى اليمين (أي التي هي أقل دلالة (أهمية)) لنحصل على العدد الممثل في نظام العد المطلوب.

**مثال:** حدد المكافئ الثنائي للعدد العشري 13 باستخدام طريقة التقسيم المتتالي:

**الحل:** نبدأ بتقسيم الرقم العشري على العدد 2 بعمليات متتالية.

بذلك يكافئ العدد 13 في النظام العشري العدد (الكلمة)  $1101_2$  في النظام الثنائي.

**مثال:** حدد المكافئ للعدد العشري 47 في نظام العد الثنائي.

**الحل:** نبدأ بتقسيم الرقم العشري على العدد 2 بعمليات متتالية.

$$\begin{array}{l} a_0 = 1 \text{ مع باقي } 13/2 = 6 \\ a_1 = 0 \text{ مع باقي } 6/2 = 3 \\ a_2 = 1 \text{ مع باقي } 3/2 = 1 \\ a_3 = 1 \text{ مع باقي } 1/2 = 0 \end{array}$$

بذلك يكافئ العدد 47 في النظام العشري (الكلمة)  $101111_2$  في النظام الثنائي.

$$\begin{array}{l} a_0 = 1 \text{ بالتالي } 47/2 = 23 \text{ مع باقي } 1/2 \\ a_1 = 1 \text{ بالتالي } \frac{23}{2} = 11 \text{ مع باقي } 1/2 \\ a_2 = 1 \text{ بالتالي } 11/2 = 5 + 1/2 \\ a_3 = 1 \text{ بالتالي } 5/2 = 2 + 1/2 \\ a_4 = 0 \text{ بالتالي } 2/2 = 1 + 0 \\ a_5 = 1 \text{ بالتالي } 1/2 = 0 + 1/2 \end{array}$$

يمكن الانتقال بين نظم العد المختلفة، وذلك بالاعتماد على النتائج التالية، مع التأكيد على ما سبق:

### نتيجة 1:

لتحويل أي عدد من نظام عدّ ذو قيمة أساس  $r$  أعلى إلى نظام عدّ ذو قيمة أساس أصغر (أدنى)، نقوم بعملية التقسيم المتتالي على الأساس  $r$  الأدنى، ونرتب البواقي في سلسلة لتشكّل المكافئ المطلوب، بحيث يشكل باقي عملية القسمة الأولى الخانة الأقل أهمية وتكون في أقصى اليمين، و باقي عملية القسمة الأخيرة الخانة الأكثر أهمية وتكون في أقصى اليسار للمكافئ الناتج.

### نتيجة 2:

لتحويل أي عدد من نظام عدّ ذو قيمة أساس  $r$  أدنى إلى نظام عدّ ذو قيمة أساس أعلى، نقوم بضرب كل خانة من العدد ذو الأساس الأدنى بقيمة الأساس الأدنى هذا مرفوعاً إلى قوة مرتبة هذه الخانة، ونجمع عمليات الضرب ليشكّل ناتج الجمع المكافئ المطلوب .

## 4-3-4- نظام العد الثماني، والست عشري:

### (Octal and Hexadecimal Number System)

يعتبر نظاما العد الثماني، والست عشري من أنظمة العد المستخدمة غالباً في الحواسيب، ويعتبر النظام الست عشري الأكثر تداولاً.

### 2-3-4-1- نظام العد الثماني:

يستخدم نظام العد الثماني (Octal Number System) ثمانية أرقام هي، 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، حيث أن عدد الخانات الثنائية اللازمة لتمثيل كل خانة في هذا النظام هي  $\log_2 8 = 3$ ، كما يلي:

خانة 3	خانة 2	خانة 1	
0	0	0	= 0
0	0	1	= 1
0	1	0	= 2
0	1	1	= 3
1	0	0	= 4
1	0	1	= 5
1	1	0	= 6
1	1	1	= 7

لتحويل العدد العشري إلى النظام الثماني نقوم بعملية التقسيم المتتالي على الأساس الثماني 8، ونأخذ البواقي من الأسفل باتجاه الأعلى بحيث يشكل باقي عملية القسمة الأولى الخانة الأقل أهمية، وتكون في أقصى اليمين في ترتيب العدد المكافئ، كما رأينا سابقاً، والمثال التالي يوضح عملية التحويل:

**مثال 1:** حول الرقم  $169_{10}$  إلى مكافئه في النظام الثماني.

**الحل:** نبدأ بتقسيم الرقم العشري على العدد 8 بعمليات متتالية.

$$\begin{array}{rcl}
 a_0 = 1 & \text{بالتالي} & 169/8 = 21 \text{ مع باقي } 1 \\
 a_1 = 5 & \text{بالتالي} & \frac{21}{8} = 2 \text{ مع باقي } 5 \\
 a_2 = 2 & \text{بالتالي} & 2/8 = 0 \text{ مع باقي } 2
 \end{array}$$

بذلك يكافئ العدد  $169_{10}$  في النظام العشري  $(251_8)$  في النظام الثماني.

**مثال 2:** حدد المكافئ الثماني للعدد العشري  $85_{10}$ .

**الحل:** نبدأ بتقسيم الرقم العشري على العدد 8 بعمليات متتالية.

$$\begin{array}{rcl}
 a_0 = 5 & \text{بالتالي} & 85/8 = 10 \text{ مع باقي } 5 \\
 a_1 = 2 & \text{بالتالي} & \frac{10}{8} = 1 \text{ مع باقي } 2 \\
 a_2 = 1 & \text{بالتالي} & 1/8 = 0 \text{ مع باقي } 1
 \end{array}$$

بذلك يكافئ العدد  $85_{10}$  في النظام العشري العدد  $(125_8)$  في النظام الثماني.

إذا كان المطلوب تحويل عدد في النظام الثماني إلى مكافئه في النظام العشري نستخدم طريقة الضرب المتكرر بالأساس الثماني: والمثال التالي يوضح ذلك:

**مثال:** حدد المكافئ العشري للعدد الثماني  $125_{10}$ .

**الحل:** نبدأ بضرب مراتب الرقم الثماني بالعدد  $8^0$  وحتى  $8^n$ ، حيث  $n$  عدد خانات الرقم الثماني، ونجمع نواتج عمليات الضرب، والتي تشكل العدد العشري المكافئ، كما يلي:

$$125 = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 5 \times 8^0 = 64 + 16 + 5 = (85)_{10}$$

✓ التحويل من النظام الثماني إلى الثماني: يتم ذلك بجمع كل ثلاث خانات من العدد الثماني، ونستبدل بها القيمة الموافقة في النظام الثماني لنحصل على العدد الموافق في النظام الثماني. بمعنى آخر نقوم بتقسيم العدد

الثنائي بدءاً من اليمين باتجاه اليسار إلى ثلاث خانات، وإذا بقي في جهة اليسار أعداد أقل من ثلاث خانات نكملها إلى ثلاث بإضافة أصفار، والأمثلة التالية توضح ذلك.

**مثال 1:** ليكن لدينا العدد  $(11010)_2$ ، والمطلوب إيجاد التمثيل الموافق في النظام الثماني.

**الحل:** نجتمع الخانات ثلاثة ثلاثة في العدد ابتداءً من الخانة اليمنى، مع ملاحظة أن إضافة الخانة 0 إلى يسار العدد لا يؤثر في قيمته.

$$\begin{array}{cc} \underline{011} & \underline{010} \\ 3 & 2 \end{array}$$

القيم الموافقة هي:

بالتالي يكون التمثيل في النظام الثماني (المكافئ) هو:  $(011\ 010)_2 = (32)_8$

**مثال 2:** جدّ المكافئ في النظام الثماني للعدد الثنائي  $(11101011)_2$ .

**الحل:** نقوم بتقسيم الخانات كل ثلاثة على حدى في العدد الثنائي ابتداءً من الخانة اليمنى، مع ملاحظة أن إضافة الخانة 0 إلى يسار العدد لا يؤثر في قيمته.

$$\begin{array}{ccc} \underline{011} & \underline{101} & \underline{011} \\ 3 & 5 & 3 \end{array} \quad (011\ 101\ 011)_2 = (353)_8$$

#### 4-3-4-2- نظام الاعداد الست عشري. Hexadecimal Number System

الأساس في النظام الست عشر  $r = 16$ ، وأرقام نظام العد الست عشري هي 0-F، ويتم تمثيل كل خانة في هذا النظام بأربع خانات ثنائية، حيث  $\log_2 16 = 4$ ، بالتالي لكي نحول من النظام الثنائي إلى النظام الست عشري، نقسم خانات العدد أربعة أربعة ابتداءً من الخانة اليمنى، ثم نستبدل بكل مجموعة الرقم الموافق من أرقام النظام الست عشري، يبين الجدول (2-5) التحويل بين النظام العشري، الست عشري، والثنائي.

الجدول (4-5) جدول تحويل بين نظام العد العشري والثنائي.

النظام الثنائي	النظام الست عشري	النظام العشري
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	A	10
1011	B	11
1100	C	12
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15

مثال 1: ما المكافئ العشري للعد الست عشري  $(1101)_{16}$ .

الحل: نقوم بضرب كل خانة بالأساس  $r = 16$  مرفوعاً للقوة تساوي مرتبة الخانة في الست عشري، ثم نجمع المضاريب لتشكل المكافئ المطلوب. على الشكل التالي:

$$(1101)_{16} = 1 \times 16^0 + 0 \times 16^1 + 1 \times 16^2 + 1 \times 16^3 = 1 + 0 + 256 + 4096 = (4353)_{10}$$

مثال 2: ما المكافئ العشري والست عشري للعد الثنائي  $(1101)_2$ .

الحل: يمكن استنتاج المكافئ من الجدول (4-5)، بالتالي يكون المكافئ:

$$(1101)_2 = (13)_{10} = (d)_{16}$$

مثال 3: ما المكافئ الثماني والست عشري للعد الثنائي  $(1101001)_2$ .

**الحل:** يتم ايجاد المكافئ الست عشري بتقسيم خانات العدد الثنائي كل أربع خانات على حدى ومكافئتها بما يقابلها في النظام الست عشري، بينما في الثماني نقوم بتقسيم الخانات إلى ثلاث خانات، بالتالي يكون المكافئ:

$$(1101001)_2 = (0110\ 1001)_2$$

$$= 6_{16} \quad 9_{16} = (69)_{16}$$

$$= (001\ 101\ 001)_2$$

$$= 1_8 \quad 5_8 \quad 1_8 = (151)_8$$

**مثال 4:** ما المكافئ الست عشري للعدد الثنائي  $(001101101110)_2$ .

**الحل:** يتم ايجاد المكافئ الست عشري كما في المثال السابق على الشكل التالي:

$$(001101101110)_2 = (0011\ 0110\ 1110)_2$$

$$= 3_{16} \quad 6_{16} \quad E_{16} = (36E)_{16}$$

#### 4-3-5- الترميز العشري المرّمز ثنائياً BCD:

يقوم الترميز العشري المرّمز ثنائياً Binary Coded Decimal، أو اختصاراً BCD على استخدام عشرة رموز، ويمثّل كل رمز في أربع خانات ثنائية كما هو الحال في نظام العد الست عشري ولكنه يختلف عنه أنه لا يستخدم الأرقام التي تزيد على 9. الرموز المستخدمة فيه هي: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، ويجري ترميز الأعداد التي تزيد عن 9 فيه بصف أرقام من الترميز جنباً إلى جنب.

**مثال:** مثّل (كافئ) العدد 725 في النظام العشري المرّمز ثنائياً.

**الحل:** نقوم بفصل (مباعدة) أرقام العدد، ونحول كل رقم عشري إلى رمزه الثنائي.

$$\begin{array}{ccc} 7 & 2 & 5 \\ 0111 & 0010 & 0101 \end{array}$$

نضع مجموعة الترميزات الرباعية بعضها بجانب بعض، فنحصل على المكافئ المطلوب.

$$(011100100101)_{BCD} = (725)_{10}$$

**لتحويل عدد من BCD إلى العشري نقوم بـ:**

✓ نقسم العدد إلى مجموعات من 4 خانات ثنائية بدءاً من اليمين إلى اليسار ونضيف أصفاراً إلى اليسار إذا

كان عدد الخانات أقل من 4.

✓ نحول كل مجموعة إلى ما يقابلها في النظام العشري.

✓ نرتب الأرقام من اليمين إلى اليسار.

مثال: أوجد المكافئ العشري للعدد  $(10000010110)_{BCD}$ .

الحل: نقوم بفصل (مباعدة) ارقام العدد، كل أربع خانات على حدى، ونضيف 0 إلى يسار العدد الثنائي الأخير،

على الشكل التالي:

$$\begin{array}{ccc} 0100 & 0001 & 0110 \\ 4 & 1 & 6 \end{array}$$

نضع مجموعة الأرقام العشرية الناتجة بعضها بجانب بعض، فنحصل على المكافئ المطلوب.

$$(10000010110)_{BCD} = (416)_{10}$$

**ملاحظة:** لا بد من الإشارة إلى أننا نحتاج إلى إجراء تصحيح على العمليات الحسابية التي تجري على أعداد ممثلة ضمن هذا الترميز، وذلك لاحتمال الحصول على عدد لا يقع ضمن المجال المعمول به. يجرى التصحيح بإجراء عمليات حسابية مناسبة كإضافة العدد 6 إلى الرقم الناتج غير المعمول به.

مثال: ما هي نتيجة إجراء العملية الحسابية بين العددين  $55+99$  المرمزين بالترميز العشري المرمز ثنائياً.

الحل: ناتج جمع العددين:

$$\begin{array}{cc} 5 & 5 \\ 9 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & 1 & 5 & 4 \\ \text{هو} & & & \end{array}$$

إن العدد 55 يرمز بترميز BCD بالشكل التالي: 0101 0101

و العدد 99 يرمز بترميز BCD بالشكل التالي: 1001 1001

ناتج عملية الجمع هو: 1110 1110

إن العدد الناتج برقميه EE غير معروف بنظام BCD، ولذا نصحح بعض أرقامه إضافة كل رقم:

$$\begin{array}{cc} 1110 & 1110 \\ + 0110 & 0110 \end{array}$$

$$\hline \underline{1} \ 0100 \quad \underline{1} \ 0100$$

ينقل الحامل الناتج عن عملية الجمع الأولى لعملية الجمع الثانية، فنحل على الناتج الصحيح لعملية الجمع.

1110	1110	
0110	0110	تصحيح الجواب بإضافة الرقم 6 ثنائياً.
0100	0100	ناتج عملية الجمع قبل إضافة المنقول.
+1	+1	المنقول.
1 0101	0100	الناتج النهائي لعملية الجمع.
1 5	4	نتيجة الجمع العشرية الصحيحة

في حال كان ناتج عملية الجمع بعد التصحيح أكبر من 9 (أي غير معروف بنظام BCD)، نستمر بالتصحيح بإضافة الرقم 6 ثنائياً لكافة المراحل اللاحقة التي نحصل فيها على رقم غير معروف بنظام BCD. مثال: اجمع العددين 75، و 38 بنظام BCD.

الحل:

	0111	0101	75
	+ 0011	1000	38 +
	1010	1 1101	113
	0110 +		
	1011	0011	
	0110 +		
	1 0001	0011	
	1 1	3	

#### 4-4- ترميز المعلومات في الأنظمة الرقمية:

#### 4-4-1- ترميز المحارف:

- تشمل المحارف حروف الأبجدية بأشكالها المختلفة، والأرقام، علامات الترقيم، والأحرف الخاصة، ... الخ. وبشكل عام يجب أن يحقق الترميز المعتمد بعض الشروط، ومن أهمها الشروط التالية:
- ✓ يجب أن يشمل الترميز ترميز الأرقام العشرية 0، 1، 2، ... بشكل سهل الاستخدام ويسمح بتمييزها بسرعة عن بقية الأحرف.
  - ✓ يجب أن يسمح الترميز بترميز حروف جديدة خاصة بتطبيق معين.

✓ يجب أن يحتوي الترميز بعض التكرار بحيث يسمح باكتشاف الأخطاء التي يمكن أن تحدث أثناء نقل المعلومات.

استخدام العديد من أنظمة الترميز الداخلي في الحاسوب القائمة على 6 أو 7 أو 8 خانات ثنائية، كما استخدمت قوائم الترميز على 7 خانات للتخاطب مع الطرفيات. وغالباً ما يتضمن الترميز خانة لاكتشاف الخطأ الناتج عن نقل المعلومات. ومن أهم الطرق المعتمدة في الترميز هي:

❖ نظام ASCII للمحارف اللاتينية، المبين في الجدول (1-2).

❖ نظام الترميز آزمو ASMO (للمحارف العربية) Arabic Standard and Measurement Organization منظمة المعايير والمقاييس العربية.

❖ نظام EBCEDIC للمحارف اللاتينية.

يقوم نظام الترميز بإعطاء رقم لكل محرف، ويتعامل الحاسوب مع هذه الأرقام الممثلة للمحارف. ولكن لا بد من وسائل لتحويل المحارف إلى أرقام أثناء الإدخال، والأرقام إلى محارف عند الإخراج ليتمكن المستخدم من قراءتها.

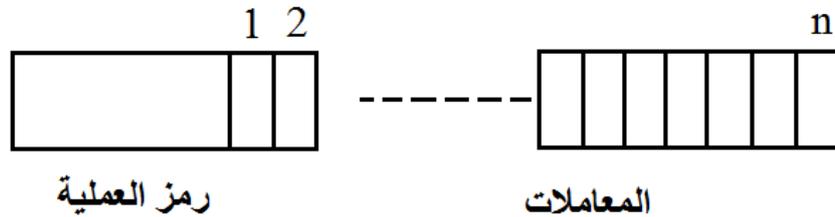
#### 4-4-2- ترميز التعليمات:

تتضمن التعليمات مجموعة من المعلومات وهي:

✓ العملية التي سيجري تنفيذها.

✓ المعاملات التي ستتفقد العملية عليها، وغالباً ما تكون عبارة عن عناوين تخزين هذه المعاملات في الذاكرة الرئيسية، أو المعالج.

يوضح الشكل (4-3) الشكل الأساسي للتعليمات ضمن الحاسوب.



الشكل (4-3) الشكل الأساسي للتعليمات ضمن الحاسوب.

إن هذه المعلومات سوف تُمثل ضمن الحاسوب باستخدام كلمة حاسوب أو أكثر. ذلك أنه سيرتبط بكل عنصر من عناصر التعليمية عدد من الخانات الثنائية الكافية لترميز الحالات المختلفة التي يمكن أن يأخذها العنصر.

### 2-4-3- ترميز الصور:

يعتمد تمثيل الصور على تقسيم الصورة إلى عناصر صغيرة يطلق عليها اسم عنصر الصورة (Pixel)، وتُجزأ الصورة وفقاً لهذه التقنية إلى مصفوفة من هذه العناصر، تمثل عدد النقط الأفقية والشاقولية (مثلاً 300×300 نقطة في البوصة المربعة)، وتسمى طريقة استخراج المعلومات الأساسية الرقمية الممثلة للصورة برقمنة الصورة Digitizing.

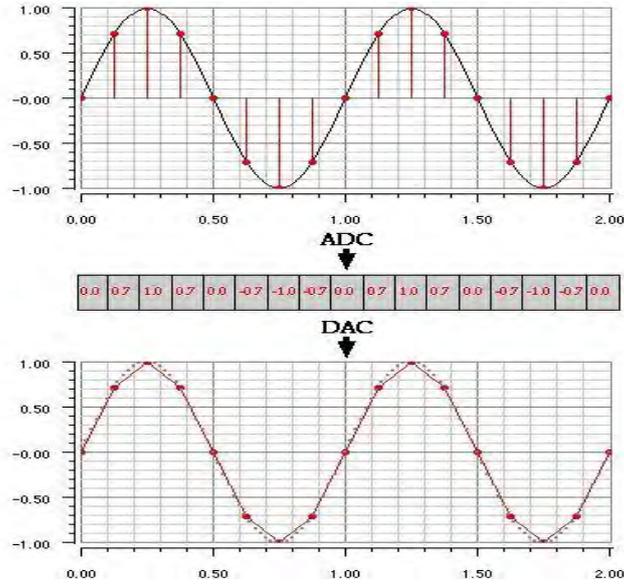
وهكذا فإن الصورة تتحول إلى شبكة من عناصر الصورة، وتقاس قيمة الإضاءة (إضاءة، ظلام، لون) لكل عنصر. وهذا التمثيل هو الأكثر استخداماً لأنه الأسهل من الناحية العملية، ويصلح لتمثيل أي صورة. تتميز الصورة بحاجتها لحجم تخزين كبير، وتتطلب معالجتها ذاكرة كبيرة وزمناً طويلاً. لذلك ابتكرت طرائق لضغط معلومات الصورة تسهياً لخزنها. تُخزن معلومات الصورة في ملف من نوع Bitmap، وقد سمي بهذا الاسم لأنه يمثل خريطة رقمية للصورة. يعبر عدد عناصر الصورة الممثلة عن دقة الرقمنة، ويدعى الاستبانة (أو الدقة) Resolution، ويقاس بعدد العناصر في البوصة DPI: Dots Per Inche.

### 4-4-4- ترميز الأصوات:

تحوّل الاهتزازات الصوتية إلى إشارة كهربائية عن طريق مستقبل الصوت (ميكروفون)، وينتج من ذلك إشارة تماثلية (تشابهيية) Analog Signal، أي متغيرة مع الزمن. يمكن إدخال الصوت إلى الحاسوب بتحويل هذه الإشارة التماثلية إلى إشارة رقمية، ويُستخدم في ذلك مبدل تشابهي رقمي Analog to Digital Converter، أو اختصاراً A/D. ويجري استرجاع الإشارة الصوتية التماثلية من الإشارة الرقمية باستخدام مبدل رقمي تشابهي Digital to Analog Converter، واختصاره D/A.

رقمنة الصوت إذن هو تحويل الصوت من إشارة كهربائية إلى بيانات حاسوبية. يُلاحظ أن عدد الخانات الثنائية المستخدمة في ترميز العينة، ومعدل أخذ العينات يحدّدان مدى نقاوة الصوت، ودقة ترميزه، ونميز بين

عينات منخفضة الاستبانة (مُرَمزة بـ 8 خانات ثنائية)، وعينات عالية الاستبانة (مُرَمزة بـ 16 خانات ثنائية)، و يبلغ معدل أخذ العينات 44.1 كيلو هرتز في الصوت الرقمي الذي يخزن على الأقراص الليزرية. يبين



الشكل (4-4) عينات صوت رقمية منخفضة الاستبانة.

#### 4-5- تدقيق المعلومات لحمايتها من الأخطاء.

قد تتعرض المعلومات الممثلة داخليا بواسطة الأرقام الثنائية لأخطاء ناتجة من تبادل هذه المعلومات بين مكونات الحاسوب، أو نتيجة أعطال في التجهيزات. وتتمثل هذه الأخطاء بتغيير خانة ثنائية، أو عدة خانات من 0 إلى 1 أو العكس.

ولحماية المعلومات من الأخطاء استُخدمت خانة إضافية للتدقيق. وهي الخانة ذات القيمة الأعلى (الخانة الأكثر أهمية) MSB (Most Significant Bit)، والتي لم تستخدم في عملية الترميز. لذلك اعتبرت خانة للمقارنة، أو التدقيق، لها دور في حماية المعلومات، وتصحيحها.

فمثلاً عند ترميز المحارف باستعمال 8 خانات ثنائية يمكن تخصيص الخانة العليا للتدقيق، وتأخذ هذه الخانة القيمة صفر، أو واحد بحيث يكون عدد الواحدات في الخانات الثمانية (ومنها خانة التدقيق) زوجياً، وفي هذه الحالة يسمى نظام التدقيق زوجياً Even Parity، أو فردياً (نظام التدقيق فردي Odd Parity). ويمكن في بعض الحالات، وخاصة عند تبادل المعلومات عبر الشبكات، تخصيص ثمانيات للتدقيق.

مثال:

لنفرض أن المعلومات المرسله من حاسوب إلى آخر هي الأحرف A، B، C، D. يقوم الحاسوب بإرسال هذه السلسلة إضافة إلى حرف التدقيق في نهاية السلسلة. يبين الجدول (2-6) الرموز المعطاة للمعلومات السابقة باعتماد نظام التدقيق الزوجي:

الجدول (4-6) التدقيق الزوجي للمعلومات.

خانة التدقيق	الرمز الثنائي	الحرف
0	1000001	A
0	1000010	B
1	1000011	C
0	1000100	D
1	0000100	حرف التدقيق

لاحظ أن عدد الخانات التي تحوي الرمز 1 (ومعها خانة التدقيق) زوجي في الترميز المعطى للمحارف، وحرف التدقيق.

وباعتماد نظام التدقيق الفردي، يصبح الجدول كالتالي:

الجدول (4-6) التدقيق الفردي للمعلومات.

خانة التدقيق	الرمز الثنائي	الحرف
1	1000001	A
1	1000010	B
0	1000011	C
1	1000100	D
0	1000011	حرف التدقيق

#### 4-6 غطلم عملومات.

إن التضخم الكبير في حجم المعلومات التي يجري التعامل معها، وسعات التخزين الضرورية لها، أدى إلى توجه المهتمين بالمعلومات إلى ضرورة تصغير هذا الحجم. وبُدئ باستخدام بعض التقنيات لضغط المعلومات في أوائل الستينات بقصد تخزينها، أو تبادلها (نقل أكبر كمية من المعلومات في وقت قصير).

تعتمد طرائق ضغط المعطيات على وجود ارتباط بين الرموز المتتالية، ويُعرف ذلك من دراسة إحصائية لتواتر مكونات المعلومات المخزنة، وقد تؤدي بعض تقنيات الضغط إلى إنقاص الحجم اللازم لتخزين المعلومات إلى أقل من 1% من الحجم الأصلي، وفي وقتنا الراهن توجد تقنيات، وبرامج ضغط، تؤدي إلى إنقاص الحجم إلى أقل من 10 بالحد الأدنى.

فمثلاً لضغط النصوص يمكن دراسة تواتر الأحرف، وتواتر الثنائيات (حرفان متعاقبان)، والثلاثيات، ... الخ. وإعطاء رموز لهذه التراكيب. ففي اللغة العربية تتكرر الثنائية "ال" عدداً كبيراً من المرات في النصوص، فإذا كان لدينا نص يحوي 10000 حرفاً، وتكررت فيه الثنائية "ال" 500 مرة، فإن إعطاء رمز واحد لهذه الثنائية، يعني اختصار 500 ثمانية.

تمارين محلولة، وغير محلولة:

✓ التمارين المحلولة:

### 1- حدد المكافئ الثنائي للعدد العشري 109.

الحل: نبدأ بتقسيم الرقم العشري على العدد 2 بعمليات متتالية.

$a_0 = 1$	بالتالي	$109/2 = 54 + \frac{1}{2}$
$a_1 = 0$	بالتالي	$54/2 = 27$
$a_2 = 1$	بالتالي	$27/2 = 13 + \frac{1}{2}$
$a_3 = 1$	بالتالي	$13/2 = 6 + \frac{1}{2}$
$a_4 = 0$	بالتالي	$6/2 = 3 + 0$
$a_5 = 1$	بالتالي	$3/2 = 1 + \frac{1}{2}$
$a_5 = 1$	بالتالي	$1/2 = 0 + \frac{1}{2}$

بذلك يكافئ العدد 109 في النظام العشري العدد  $1101101_2$  في النظام الثنائي.

### 2- حدد المكافئ الثنائي للعدد العشري 0.78125.

الحل: نبدأ بضرب الرقم العشري بالعدد 2 بعمليات متتالية.

$b_1 = 1$	بالتالي	$2 \times (0.78125) = 1.56250$
$b_2 = 1$	بالتالي	$2 \times (0.56250) = 1.1250$
$b_3 = 0$	بالتالي	$2 \times (0.125) = 0.250$
$b_4 = 0$	بالتالي	$2 \times (0.250) = 0.50$
$b_4 = 1$	بالتالي	$2 \times (0.5) = 1.00$

بذلك يكافئ العدد 0.78125 في النظام العشري العدد  $0.11001_2$  في النظام الثنائي.

### 3- حدد المكافئ الثنائي للعدد العشري 109.78125.

الحل: يتم تحويله إلى مكافئه الثنائي على مرحلتين:

✓ تحويل القسم الصحيح إلى مكافئه الثنائي  $N_I$  كما في التمرين الأول.

✓ تحويل القسم الكسري إلى مكافئه الثنائي  $N_F$  كما في التمرين الثاني.

وبالتالي يكون المكافئ الثنائي الكلي للعدد العشري  $N$  هو مجموع المكافئين:

$$N = N_I + N_F$$

$$(109.78125)_{10} = (1101101.11001)_2$$

### 4- حوّل لعدد ثنائي لثلاثي (101.1101)<sub>2</sub>، إلى الـ عددي العشري المثلثي له.

الحل: يتم تحويله إلى مكافئه الثنائي على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} 101.1101 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\ &= 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0 + 0.0625 \\ &_{10} \quad \quad \quad (= 5.8125) \end{aligned}$$

### 5- جد الـ عددي العشري المثلثي لـ عددي العشري (656731)<sub>8</sub>.

الحل: يتم تحويله إلى مكافئه العشري على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} 656731 &= 6 \times 8^5 + 5 \times 8^4 + 6 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 1 \times 8^0 \\ &= 196608 + 20480 + 3072 + 448 + 24 + 1 = (220633)_{10} \end{aligned}$$

6- جدال مفردات غير رطل عدل لعدد الشامل ال عشري  $(2042351.35)_8$ .

الحل: يتم تحويله إلى مكافئه العشري على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} 2042351.35 &= 2 \times 8^6 + 0 \times 8^5 + 4 \times 8^4 + 2 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 1 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2} = \\ &= 524288 + 0 + 16384 + 1024 + 192 + 40 + 1 + 3/8 + 5/64 = \\ &= (541929.453125)_{10} \end{aligned}$$

7- جدال مفردات غير رطل عدل لعدد الست عشري  $(73D5)_{16}$ .

الحل: يتم تحويله إلى مكافئه العشري على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} 73D5 &= 7 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 13 \times 16^1 + 5 \times 16^0 \\ &= 28672 + 768 + 208 + 5 = (29653)_{10} \end{aligned}$$

8- جدال مفردات غير رطل عدل لعدد الست عشري  $(39.B8)_{16}$ .

الحل: يتم تحويله إلى مكافئه العشري على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} 39.B8 &= 3 \times 16^1 + 9 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2} \\ &= 48 + 9 + 0.6875 + 0.03125 = (57.71875)_{10} \end{aligned}$$

9- ما المكافئ الثنائي للعدد الست عشري  $(DC10)_{16}$ .

الحل: يتم إيجاد المكافئ الثنائي، على الشكل التالي:

D	C	1	0
1101	1100	0001	0000

$$(DC10)_{16} = (1101110000010000)_2$$

10- أوجد المكافئ الثنائي للعدد الست عشري  $(B747.C3)_{16}$ .

الحل: يتم إيجاد المكافئ الثنائي، على الشكل التالي:

B	7	4	7	.	C	3
1011	0111	0100	0111	.	1100	0011

$$(B747.C3)_{16} = (1011011101000111.11000011)_2$$

11- أوجد ناتج جمع الأعداد الثنائية الصحيحة التالية:

$$1001 + 1101 + 110 + 1011$$

الحل: نقوم بجمع الأعداد تدريجياً، نجمع العددين الأول والثاني، ثم نجمع الناتج مع العدد الثالث، ثم نجمع الناتج مع العدد الرابع.

$$\begin{array}{r} + 1101 \\ \hline 10110 \\ + 110 \\ \hline 11100 \\ + 1011 \\ \hline 100111 \end{array}$$

12- أوجد ناتج عملية الضرب التالية:

الحل: نرتب الأعداد المراد إيجاد حاصل ضربها تحت بعضها ونجري عملية الضرب.

$$\begin{array}{r} 1101011 \\ \times 10110 \\ \hline 0000000 \\ 1101011 \\ 1101011 \\ 0000000 \\ + 1101011 \\ \hline 1010011001010 \end{array}$$

**13- أوجد ناتج طرح العددين الثنائيين التاليين:**

الحل:

$$\begin{array}{r} 1100101001 \\ - 1101101110 \\ \hline 101110011 \end{array}$$

✓ التمارين غير المحلوّلة:

1- أوجد ناتج طرح العددين (11101)<sub>2</sub>، و (1011)<sub>2</sub>.

الجواب: (10010)<sub>2</sub>.

2- أوجد المكافئ الثنائي للعدد (0B5)<sub>16</sub>، والمكافئ العشري للعدد (20F)<sub>16</sub>.

الجواب: (0B5)<sub>16</sub> = (000010110101)<sub>2</sub>، (20F)<sub>16</sub> = (527)<sub>10</sub>.

3- أوجد المكافئ العشري للعدد الثنائي (11011)<sub>2</sub>؟

الجواب: 27.

4- حدد المكافئ الثنائي للعدد العشري (19)؟

الجواب: 10011.

5- جدّ المكافئ الثنائي للعدد العشري (249)؟

الجواب: 11000111.

6- حوّل العدد الثنائي (11110001)<sub>2</sub> إلى مكافئه العشري؟

الجواب: 241.

7- أوجد ناتج ضرب (11.01)<sub>2</sub> و (101.1)<sub>2</sub>.

الجواب: 10011.

8- أوجد العدد الثماني المكافئ للعدد الثنائي 011.010111.

الجواب: (33.34)<sub>8</sub> = (011.010111)<sub>2</sub>.

