

## 2- الاطار العام لجدول المدخلات - المخرجات:

تم اعداد اول جدول TES خاص بالجزائر سنة 1979، وفي سنة 2013 اصدر الديوان الوطني للإحصاء تقرير يتضمن جداول TES للفترة 2000-2012<sup>\*</sup>، حيث يمكننا عرض الاطار العام لجدول TES وفق مايلي:

**ا- تعريف جدول TES :** يوضح جدول TES بصفة دقيقة ومفصلة عمليات السلع و الخدمات المنتجة عن طريق اظهار العلاقات المتبادلة بين مختلف القطاعات الاقتصادية او السلع او القطاعات مع السلع<sup>8</sup>، وهو جدول

يوضح الموارد المتاحة للوطن من كل ناتج من مدونة النواتج في الأعمدة، كما يوضح استخدامات هذا الناتج في الأسطر<sup>9</sup>.

**ب- الهيكل العام لجدول TES :** يتضح لنا من خلال الشكل العام لجدول TES بأنه يتكون من 4 جداول جزئية تمثل اساسا في<sup>10</sup>:

• **الجدول A - جدول الاستهلاكات الوسيطية -**: يعكس هذا الجدول الجزائري التبادل في المنتجات الوسيطية بين الفروع بعضها مع بعض، حيث تظهر الاسطر استخدامات مختلف الفروع من منتج محدد، كما يظهر كل عمود ما يستهلكه فرع محدد من مختلف المنتجات.

• **الجدول B - جدول خاص بعمليات الاستغلال -**: يمثل كل عمود من هذا الجدول حساب الاستغلال لفرع المعنى، حيث يتقطيع العمود مع الاسطر التي يعبر عليها اما في موارد او استخدامات حساب الاستغلال لفرع، وتكون بنود هذا الحساب من موارد و استخدامات مرتبة عموديا كما هو واضح في الجدول أدناه.

• **الجدول C - جدول الموارد من النواتج -**: يظهر هذا الجدول من خلال الأعمدة كل ما يتتوفر عليه الوطن في فترة معينة - سنة - من موارد على شكل سلع و خدمات منتجة داخل الوطن أو مستوردة.

• **الجدول D - جدول الاستخدامات النهائية -**: هذا الجزء يوضح كيف تتوزع الاستخدامات النهائية لكل ناتج على الاستهلاك النهائي و التراكم الخام للأصول الثابتة و تغير المخزون و الصادرات.

يوضح الجدول التالي الشكل المختصر لجدول TES حيث يتم ملاحظة الجداول الجزئية مثلما هو موضح.

P	B	الزراعة	الصناعة	الخدمات	$\Sigma EI$	CF	ABFF	VS	X	$\Sigma EF$	$\Sigma E$
الإطار A	الزراعة	700	50	180	930	330	0	600	140	1070	2000
	الصناعة	325	215	0	540	330	600	0	330	1260	1800
	الخدمات	325	575	540	1440	330	400	-200	230	760	2200
	$\Sigma CI$	1350	840	720	2910	990	1000	400	700	3090	6000
الإطار B	VAB	150	360	1080	1590	الإطار D					
	SE	15	25	40	80						
	RS	50	100	170	320						
	ICP	25	35	50	110						
	EBE	90	250	900	1240						
	CFF	24	36	60	120						
	ENE	66	214	840	1120						
الإطار C	PBB	1500	1200	1800	4500						
	TVA	50	250	100	400						
	M	450	350	300	1100						
	$\Sigma R$	2000	1800	2200	6000						

**ج- استخدمات جدول TES :** يساعد جدول المدخلات و المخرجات الاقتصاديين و متلذدي القرار في متابعة وتحليل النشاط الاقتصادي، حيث يوفر لنا عدد معتبر من البيانات و المعلومات التي تعكس صورة النشاط الاقتصادي للوطن، كما يوضح مدى التشابك الموجود بين مختلف الاعوان الاقتصادية الامر الذي يمكننا من فهم هيكل الاقتصاد الوطني بما يسمح لنا تحديد السياسات الاقتصادية المناسبة بما يتواافق مع تحقيق الاهداف المراد تحقيقها، وبناء على ماسبق تعدد استخدمات جدول TES، واهما مايلي :

- **حساب المجمعات الاقتصادية الكلية:** يتضمن جدول TES كما معتبرا من المعلومات المتعلقة بالنشاط الاقتصادي و التي تمكنا من حساب مجمعات اخرى اساسية كإجمالي الانتاج الكلي و الداخلي الخام، الدخل الداخلي، وذلك باستخدام طرق متعددة.
- يعطي صورة مفصلة عن **هيكل الاقتصاد الوطني:** يركز TES على ظاهرة التوازن العام، حيث يأخذ هذا التحليل في الاعتبار علاقات التشابك المتبدال بين خطوط الانتاج والأنشطة في الفروع المختلفة المكونة للاقتصاد الوطني. وبهذا يمكننا تحديد هيكلة تكاليف الانتاج لمختلف الفروع انطلاقا من حسابات الانتاج و الاستغلال لمختلف الفروع، وهو ما يسمح لنا بمعرفة احتياج الفرع المعنى من الاستهلاكات الوسيطية، اليad العاملة... الخ. وضمن نفس الإطار يتيح لنا جدول TES معرفة مساهمة كل فرع في

الصادرات و نسبة اعتماده على الواردات، كما يستخدم جدول المدخلات و المخرجات في تحليل هيكل الاستهلاك النهائي.

- القيام بعملية التنبؤ : الاستخدام الرئيسي لجدول TES يتمثل في القيام بعملية التنبؤ الاقتصادي في الاجل القصير و المتوسط اعتمادا على نموذج ليونتييف.

**د- قراءة جدول TES :** يعتمد نظام SCEA على جدول المدخلات و المخرجات في عملية التحليل و التنبؤ، حيث تقوم المديرية الوطنية للمحاسبة الوطنية باصدار جداول TES الخاصة بالوطن والتي كان اخرها سلسلة جداول TES للفترة 2000-2012<sup>11</sup>، فمن خلال بيانات جدول TES يمكننا ابراز طريقة قراءة جدول المدخلات و المخرجات، وذلك وفق ما يلي:

- على مستوى الاسطرو: توضح الاسطرو الخاصة بالمنتج كيفية توزيع المنتوج على الاستخدامات الوسيطية و الاستخدامات النهائية، و كل ذلك توضجه الجداول الجزئية A و D، حيث تشير البيانات الواردة في الشكل المختصر ل TES ان المنتوج الصناعي تم استهلاكه وسيطريا بقدر 540 من طرف كل من فرع الزراعة ب 325 و فرع الصناعة ب 215. وفيما يخص الاستخدام النهائي فإن المنتوج الثاني استخدم نهائيا بقدر 1260 توزعت كاستهلاك نهائي ب 330 و 600 كتراتم خام للاصول الثابتة و 330 على شكل صادرات. وبهذا قدرت اجمالي استخدامات المنتوج الثاني ب (1800 = 1260 + 540).

• على مستوى الاعمدة: توضح الاعمدة الخاصة بالفروع الموارد المتاحة للوطن خلال سنة معينة من مختلف المنتوجات، فعلى سبيل المثال تقدر موارد الوطن من المنتوج الزراعي ب 2000 وقد تم تحقيق ذلك من مصدرين اساسيين، مصدر خارجي متمثل في الواردات  $M = 450$  و مصدر داخلي مثلا في الانتاج الخام  $PB = 1500$ ، ولتحقيق هذا الانتاج الخام يحتاج فرع الزراعة للاستهلاك الوسيط ب 700 من موارده و 325 من منتج الصناعة و 325 من الخدمات. وبهذا فإن الفرع الاول يحقق قيمة مضافة بقدر  $150 = 1500 - 1350$ .

• يتضح من خلال قراءتنا لجدول TES المختصر بأن اجمالي الاستهلاك الوسيط للفروع يساوي اجمالي استخدامات النواتج حيث نجد :  $\sum EI = \sum CI = 2910$ ، وهذا التوازن صحيح دائما على المستوى الكلي فقط.

• من خلال البيانات الواردة في جدول TES المختصر يتضح جليا الفرق الموجود بين حساب الانتاج للفرع و حساب الناتج للمنتوج، على اعتبار ان حساب الانتاج للفرع يوضح كيفية تشكيل القيمة في

الفرع، أما حساب الناتج للمنتج فيوضح موارد الوطن من المنتج و كيفية استخدامه، فإذا أخذنا فرع الصناعة و نواتجه فإننا نحصل على<sup>12</sup> :

حساب الانتاج لفرع الصناعة

الاستخدامات	الموارد
CP= 840	PB= 1200
VAB= 360	
1200	1200

حساب الناتج لمبتوج الصناعة

الاستخدامات	الموارد
$\sum EI = 540$	PB= 1200
$\sum EF = 1260$	M = 350 TVA = 250
1800	1800

نموذج المدخلات المخرجات من اهم النماذج الخطية المستخدمة في التنبؤ و التحليل الاقتصادي، على اعتبار انه نموذج يعكس العمليات الإنتاجية بين مختلف المؤسسات الانتاجية و الخدمية في الاقتصاد الوطني، حيث ترتبط و تندمج هذه المؤسسات فيما بينها مشكلة نسيج اقتصادي محكم، ويعتمد نموذج لبوتيف على الفروع الانتاجية التي تخضع لنظام تقسيم العمل وفقا للاقتصاد الوطني، حيث يعتمد كل فرع في انتاجه على عدد من فروع الاقتصاد الوطني من خلال ما تقدمه من استهلاكات وسيطية، وعلى هذا الاساس فإن تحليل هيكل الاقتصاد الوطني يرتبط بحجم الترابط بين مختلف الفروع بالنظر لما يستهلكه كل فرع من منتجات الفروع الاخرى، وعلى هذا الاساس فإن اعداد جدول المدخلات و المخرجات يرتكز على محوريين اساسيين:

- تقسيم النشاطات الاقتصادية المقامة في البلد إلى عدد من الفروع التي يتم تجميعها على أساس التشابه الميكانيكي لمدخلاتها و التجانس في منتجاتها؛
- تحديد العلاقة التشابكية بين مختلف الفروع الانتاجية و المعبر عنها اقتصاديا بجدول المعاملات الاقتصادية او مصفوفة المعاملات الفنية.

**1- مفهوم المعامل الفني:** اذا نظرنا الى جدول الاستهلاكات الوسيطية من الجدول المختصر tes فإننا نلاحظ بأن فرع الزراعة حق انتاج خام بقيمة 1200 كما استهلاك وسيطيا ما قيمته 50، 215، 575، من المنتجات الزراعية و الصناعية و الخدمات على التوالي، وبهذا نقول بأنه لانتاج وحدة واحدة في فرع الصناعة نستخدم  $\frac{50}{1200}$  وحدة من منتجات الزراعة، و  $\frac{215}{1200}$  وحدة من منتجات الصناعة، و  $\frac{575}{1200}$  من الخدمات. ان هذه النسب تمثل المعامل الفني للإنتاج الذي يشير الى نسبة ما يستخدمه الفرع من منتج محدد لانتاج وحدة واحدة، وبحسب عن

طريق حاصل قسمة الاستهلاك الانتاجي من الناتج  $Z$  في الفرع  $j$  على انتاج الفرع  $j$  ، ويرمز للمعامل الفني بالرمز  $a_{ij}$ . وعندما نقوم بقسمة الاستهلاكات الوسيطية لكل فرع على انتاج الفرع نحصل على ما يسمى بمصفوفة المعاملات الفنية، وبالرجوع الى الجدول المختصر tes فإن مصفوفة المعاملات الفنية A الخاصة به تعطي وفق ما يلي :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{700}{1500} & \frac{50}{1200} & \frac{180}{1800} \\ \frac{325}{1500} & \frac{215}{1200} & \frac{0}{1800} \\ \frac{1500}{1500} & \frac{1200}{1200} & \frac{1800}{1800} \\ \frac{325}{1500} & \frac{575}{1200} & \frac{540}{1800} \\ \hline \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,466 & 0,041 & 0,1 \\ 0,216 & 0,179 & 0 \\ 0,216 & 0,479 & 0,3 \end{bmatrix}$$

**بـ- نموذج W. Leontief و التنبؤ الاقتصادي:** يستخدم جدول TES بشكل اساسي في عملية التنبؤ الاقتصادي، حيث وضع ليونتيف عدد من الفروض الاساسية التي يتم من خلالها القيام بعملية التنبؤ اعتمادا على جدول المدخلات و المخرجات، وفيما يلي اهم الفروض التي وضعها ليونتيف للقيام بعملية التنبؤ<sup>13</sup> :

- يفترض ليونتيف في مرحلة اولي ان الاقتصاد مغلق لا يصدر و لا يستورد، وسيي هذا النموذج بنموذج ليونتيف الساكن او الثابت؛
- يفترض النموذج وجود علاقة خطية دائمة بين الانتاج و الطلب؛
- يكون الطلب النهائي معروفاً بصورة مسبقة أي يمكن تحديد ما ينفقه المستهلك على شراء الكميات المختلفة من السلع من القطاعات الاقتصادية؛
- إن كل زيادة في أحد الفروع الاقتصادية التي يحويها الجدول ستؤدي إلى زيادة مشترياته من القطاعات الأخرى بنفس النسبة حيث تكون الزيادة خطية وتتضمن أن نسبة ما يستلمه أحد الفروع الاقتصادية من القطاعات الأخرى إلى الإنتاج الكلي لهذا القطاع هي نسبة ثابتة؛
- الأسعار الخاصة بكل من المدخلات والمخرجات تكون معروفة ومحدة وغير قابلة للتغيير في الفترة القصيرة على الأقل، لأن تغير الأسعار يؤدي إلى تغير المعاملات الفنية الم عبر عنها بصورة نقدية في جدول التعاملات الاقتصادية؛
- ثبات المعاملات الفنية للإنتاج في الأجل القصير و المتوسط بما يضمنبقاء جدول المدخلات والمخرجات صالح للاستعمال.

ولفهم طريقة استخدام جدول TES في عملية التنبؤ نقوم بعرض الجدول العام التالي:

P \ B	الزراعة	الصناعة	الخدمات	$\sum EI$	$\sum EF$	$\sum E$
P	الزراعة	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	X <sub>13</sub>	E <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>
	الصناعة	X <sub>21</sub>	X <sub>22</sub>	X <sub>23</sub>	E <sub>2</sub>	Y <sub>2</sub>
	الخدمات	X <sub>31</sub>	X <sub>32</sub>	X <sub>33</sub>	E <sub>3</sub>	Y <sub>3</sub>
	$\sum CI$	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>	$CI = EI$	Y
	قيمة المضافة	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V	
	$\sum R$	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>	X	

انطلاقاً من الجدول اعلاه يمكننا استنتاج مصفوفة المعاملات الفنية التي يتم حساب عناصرها اعتماداً على العلاقة التالية:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

وبهذا تعطى مصفوفة المعاملات الفنية A وفق ما يلي:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{x_{11}}{X_1} & \frac{x_{12}}{X_2} & \frac{x_{13}}{X_3} \\ \frac{x_{21}}{X_1} & \frac{x_{22}}{X_2} & \frac{x_{23}}{X_3} \\ \frac{x_{31}}{X_1} & \frac{x_{32}}{X_2} & \frac{x_{33}}{X_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

ويتضح لنا من خلال الجدول ايضاً ان نموذج ليونتييف يقوم على التوزانات الاساسية التالية:

$$-\sum E = \sum R;$$

$$- X = VAB + \sum CI; X = Y + \sum EI;$$

$$- Y = VAB;$$

$$-\sum EI = \sum CI.$$

- حيث يمثل Y شعاع الطلب النهائي وهو يمثل العمود الخاص بالاستخدامات النهائية EF، ويعطي من

$$\text{خالل: } Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix}$$

. X =  $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$  - يمثل شعاع الانتاج و هو يمثل اجمالي الموارد و يعطي وفق ما يلي :

$$X_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + Y_1;$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + Y_2;$$

$$X_3 = x_{31} + x_{32} + x_{33} + Y_3.$$

وبتعويض  $x_{ij}$  بما يساويها من خلال العلاقة  $a_{ij} = X_j \times a_{ij}$  حيث يصبح لدينا:  $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$  وهذا تصبح العلاقات الخطية السابقة من الشكل:

$$X_1 = X_1 a_{11} + X_2 a_{12} + X_3 a_{13} + Y_1;$$

$$X_2 = X_1 a_{21} + X_2 a_{22} + X_3 a_{23} + Y_2;$$

$$X_3 = X_1 a_{31} + X_2 a_{32} + X_3 a_{33} + Y_3.$$

وعلى هذا الاساس نكتب الشكل العام لنموذج ليوتيف وفق العلاقة المصفوفية التالية:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix}$$

و بالاعتماد على ما سبق يمكننا التعبير عن هذه العلاقات الخطية بواسطة العلاقة الاساسية:

$$X = AX + Y$$

$$X(I - A) = Y$$

حيث تمثل  $I$  المصفوفة الاحادية، وتبرز اهمية العلاقة الخطية في كوننا دائماً ما نبحث عن حجم الانتاج المتوقع لتلبية حجم الطلب المتزايد، وفي هذه الحالة لابد من البحث عن شعاع الانتاج  $X$  المافق لحجم الطلب المتزايد وذلك من خلال استخدام  $X(I - A) = Y$  في عملية التنبؤ، حيث نقوم بضرب طرف المعادلة في معكوس المصفوفة  $(I - A)^{-1}$  و بذلك نحصل على:

$$X(I - A)(I - A)^{-1} = Y(I - A)^{-1}$$

$$X = Y(I - A)^{-1}$$

وباستخدام هذه العلاقة الاخيرة يتم التنبؤ بمستويات الانتاج الواجب تحقيقها لمواجهة حجم الطلب المتزايد.

لديك اقتصادي فرضي يتكون من ثلاثة فروع إنتاجية، حيث تعطي مصفوفة الاستهلاكات الوسيطية الخاصة بالسنة  $T_0$  وفق ما يوضحه الجدول التالي :

B	I	II	III	$Y_i$
I	40	30	10	120
II	100	20	40	140
III	20	10	10	40

المطلوب :

- إعداد جدول المخرجات و المدخلات الكلية للفروع الخاصة بـ  $T_0$ ؛
- إيجاد مصفوفة المعاملات الفنية؛
- إذا علمت أن الطلب النهائي خلال السنة  $T_1$  سيرتفع إلى مستوى  $\begin{pmatrix} 150 \\ 160 \\ 80 \end{pmatrix}$  ، احسب حجم الإنتاج اللازم لتلبية الطلب النهائي الجديد ؟

1- إعداد جدول المدخلات و المخرجات للفروع خلال السنة  $T_0$  : لإعداد جدول المدخلات و المخرجات

يتوجب علينا القيام بالخطوات التالية:

- حساب شعاع الإنتاج  $X_{T0}$  : انطلاقاً من الفرضيات الأساسية لنموذج ليونتييف نجد بأن المخرجات الكلية تساوي المدخلات الكلية ونحصل عليه من كل فرع بإضافة الطلب النهائي  $Y_i$  إلى مجموع الاستخدامات الوسيطية وذلك باستخدام العلاقة:  $X = Y + \sum EI$  حيث يكون حجم الإنتاج المحقق في كل فرع هو:

وعليه تعطي قيم شعاع الإنتاج للسنة  $T_0$  كما يلي:

$$X_1 = 80 + 120 = 200$$

$$X_2 = 160 + 140 = 300$$

$$X_3 = 40 + 40 = 80$$

وفي الأخير نحصل على شعاع الإنتاج:  $X_{T0} = \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 80 \end{pmatrix}$

- نقوم بحساب القيمة المضافة الحقيقة في كل فرع من خلال العلاقة:  $X = VAB + \sum CI$  ، وبهذا تعطي القيم المضافة للفروع من خلال:

$$VAB_j = X_j - \sum x_{ij} \quad / \quad \sum x_{ij} = \sum CI$$

وهكذا نجد :

$$VAB_1 = 200 - 160 = 40$$

$$VAB_2 = 300 - 60 = 24$$

$$VAB_3 = 80 - 60 = 20$$

بعد القيام بالخطوات السابقة نستطيع إعداد جدول المدخلات و المخرجات للسنة  $T_0$ ، وذلك وفق ما يوضحه الجدول التالي:

جدول T0 للسنة tes

B P \	I	II	III	$\Sigma EI$	$Y_i$	$X_i$
I	40	30	10	80	120	200
II	100	20	40	160	140	300
III	20	10	10	40	40	80
$\Sigma CI$	160	60	60	280		
VAB	40	240	20		300	
$X_j$	200	300	80			580

**2- إيجاد مصفوفة المعاملات الفنية:** مصفوفة المعاملات الفنية هي المصفوفة المربعة التي تتضمن الطريقة الفنية التي تتم بها عملية الإنتاج في مختلف فروع الاقتصاد الوطني من خلال ترابطها وتشابكها، وحيث يتم حساب عناصر المصفوفة باستخدام العلاقة :

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j}$$

- حيث يحسب العنصر  $a_{11}$  وفق:  $a_{11} = X_{11}/X_1 = 40/200 = 0.2$
- كما يعطي العنصر  $a_{12}$  وفق:  $a_{12} = X_{12}/X_2 = 30/300 = 0.1$
- ويعطي العنصر  $a_{13}$  وفق:  $a_{13} = X_{13}/X_3 = 10/80 = 0.125$

وتتم بنفس الآلية حساب جميع مكونات مصفوفة المعاملات الفنية A التي تعطي كما يلي:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.125 \\ 0.5 & 0.0667 & 0.5 \\ 0.1 & 0.0333 & 0.125 \end{bmatrix}$$

**3- حساب شعاع الإنتاج للسنة T1 :** لتلبية حجم الطلب النهائي الجديد يتوجب على فروع الاقتصاد الوطني زيادة حجم الإنتاج لامتصاص فائض الطلب، ولمعرفة حجم الإنتاج الواجب تحقيقه نستخدم نموذج ليونيف للتباو باستخدام العلاقة الخطية الأساسية:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{Y}$$

ولتحديد شعاع الإنتاج  $X_{T1}$  نقوم بالخطوات التالية:

- حساب مصفوفة المعاملات الفنية المباشرة وغير المباشرة  $\mathbf{A} - \mathbf{I}$ : يتم حساب هذه المصفوفة انطلاقاً من مصفوفة المعاملات الفنية A التي تم حسابها سابقاً، وذلك وفق ما يلي:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} - \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.125 \\ 0.5 & 0.0667 & 0.5 \\ 0.1 & 0.0333 & 0.125 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.8 & -0.1 & -0.125 \\ -0.5 & 0.9333 & -0.5 \\ -0.1 & -0.0333 & 0.875 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- الخطوة التالية هي حساب المصفوفة  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  باستخدام الطرق الرياضية المعروفة – طريقة معكوس المصفوفة أو طريقة كرامر – حيث نجد:

$$\begin{bmatrix} 1.385 & 0.159 & 0.289 \\ 0.844 & 1.190 & 0.801 \\ 0.190 & 0.063 & 1.206 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} =$$

• حساب شعاع الإنتاج للسنة  $T_1$  وذلك باستخدام العلاقة الأساسية  $X = (I-A)^{-1} Y$  حيث

تعطى وفق الشكل:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.385 & 0.159 & 0.289 \\ 0.844 & 1.190 & 0.801 \\ 0.190 & 0.063 & 1.206 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 150 \\ 160 \\ 80 \end{bmatrix}$$

ويمددا فإن شعاع الإنتاج للسنة  $T_1$  اللازم لتلبية الطلب النهائي  $Y_{T1}$  هو :

$$X_{T1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 256.277 \\ 381.169 \\ 135.237 \end{bmatrix}$$