I. توزيع المعاينة Sampling distribution

- **توزيع المعاينة:** هو توزيع احتمالي للإحصاءة المحسوبة من العينة، حيث تجدر الاشارة الى أن:

- المقاييس أو المؤشرات المحسوبة من بيانات المجتمع كالمتوسط الحسابي μ و التباين σ^2 و النسبة P : تسمى معالم المجتمع.

أهم مقاييس المجتمع و التي تسمى معلمات:

1- **المتوسط الحسابي µ:** $\mu = \frac{\sum X}{N}$

2- **التباين σ²:** $\sigma^2 = \frac{1}{N}\left[\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{N}\right]$

3- **الانحراف المعياري:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

4- **النسبة P:** $P = \frac{X}{N}$

- المقاييس أو المؤشرات المحسوبة من بيانات العينة كالمتوسط الحسابي $\bar{X}$ و التباين S^2 و النسبة $\hat{p}$: تسمى إحصاءة العينة.

- **أهم مقاييس العينة و التي تسمى إحصاءات:**

5- **المتوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$:** $\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$

6- **التباين S²:** $S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]$

7- **الانحراف المعياري:** $S = \sqrt{S^2}$

8- **النسبة P:** $\hat{P} = \frac{x}{n}$

- **العينة** = الجزء الذي يتم اختياره من المجتمع بطريقة عشوائية و هذه العينة تستخدم لتوفير الوقت و الجهد.

- **عدد العينات ذات الحجم n** و التي يمكن اختيارها من المجتمع ذا الحجم **N:**

إذا كان السحب بالإرجاع : عدد العينات **=** $AR_N^n = N^n$

<u>إذا كان السحب بدون إرجاع :</u> عدد العينات = $C_N^n = \frac{N!}{n!*(N-n)!}$

❖ **المتوسط الحسابي لـ $\bar{X}$ و يرمز له بالرمز $\mu_{\bar{X}}$ هو :** $\mu_{\bar{X}} = \mu$

$$\mu_{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{\text{عدد العينات}}$$

❖ **تباين المتوسط الحسابي لـ $\bar{X}$ و يرمز له بالرمز $\sigma_{\bar{X}}^2$ هو:**

1- **إذا كان لدينا مجتمع غير محدود أي أن :** $\frac{n}{N} \leq 0.05$ **فإن:** $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

2- **إذا كان لدينا مجتمع محدود أي أن:** $\frac{n}{N} > 0.05$ **فإن:** $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} * \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

<u>ملاحظة</u> : $\frac{N-n}{N-1}$ يسمى بمعامل التصحيح و يستخدم إذا كان حجم المجتمع محدود.

في حالة عدم معلومية σ للمجتمع فإننا نستخدم بدلا الانحراف المعياري للعينة S و بالتالي فإن الخطأ المعياري $\sigma_{\bar{X}}$ يصبح $S_{\bar{X}}$ كالآتي:

✓ **إذا كان** $\frac{n}{N} \leq 0.05$ **فان :** $S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

✓ **إذا كان** $\frac{n}{N} > 0.05$ **فان :** $S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

<u>نظرية النهاية المركزية Central Limit Theorem (CLT)</u>

توزيع معاينة المتوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ يتبع تقريبا توزيع طبيعي بمتوسط يساوي μ و تباين يساوي $\sigma_{\bar{X}}^2$ عندما يكون حجم العينة كبيرا (يعتبر حجم العينة كبير إذا كان ($n \geq 30$)).

- و بالتالي إذا كان: $n \geq 30$ فإن: $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{X}}^2)$

يمكننا تحويل التوزيع الطبيعي لـ $\bar{X}$ إلى توزيع طبيعي معياري Z باستخدام التحويلة: $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}$

<u>ملاحظة</u> : تفيد نظرية النهاية المركزية في أنه يمكن استخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري حتى إذا كان المجتمع المسحوب منه العينة غير طبيعي بشرط ان يكون حجم العينة المسحوبة أكبر أو = 30.

توزيع المعاينة للنسبة في العينة ($\hat{p}$)

توزيع معاينة $\hat{p}$ تقريبا هو التوزيع الطبيعي بمتوسط P = و تباين $\sigma^2_{\hat{P}}$ وذلك إذا كان حجم العينة المسحوب كبيرا أي: $n*P \geq 5$ و $n*(1-P) \geq 5$ و بالتالي فإن: $\hat{P} \sim N(P, \sigma^2_{\hat{P}})$

مجتمع غير محدود $\Rightarrow$ $$\sigma^2_{\hat{P}} = \frac{P*(1-P)}{n} \Rightarrow \frac{n}{N} \leq 0.05$$

مجتمع محدود $\Rightarrow$ $$\sigma^2_{\hat{P}} = \frac{P*(1-P)}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right) \Rightarrow \frac{n}{N} > 0.05$$

❖ **توزيع المعاينة للفرق (الجمع) بين متوسطي عينتين مستقلتين.**

أولا: المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للفرق (الجمع) بين متوسطي عينتين: $\mu_{\bar{X}1 \pm \bar{X}2} = \mu_1 \pm \mu_2$

ثانيا: الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للفرق (الجمع) بين متوسطي عينتين.

1. في حالة معرفة تباين المجتمعين الموزعين توزيعا طبيعيا $$\sigma^2_{\bar{X}1 \pm \bar{X}2} = \frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}$$

وأن الإحصائية تتوزع طبيعيا معياريا: $$Z = \frac{(\bar{X}_1 \pm \bar{X}_2) - (\mu_1 \pm \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}}$$

2. في حالة عدم معرفة تبايني المجتمعين: إذا كان تبايني المجتمعين مجهولين فإننا نميز بين حالتين

1.2. حجم العينتين كبير: إذا كان حجم كل من العينتين أكبر من أو يساوي 30 فان الفرق (الجمع) بين متوسطي العينتين يتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري: $$\sigma_{\bar{X}1 \pm \bar{X}2} = \sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1} + \frac{S_2{}^2}{n_2}}$$

و يكون التوزيع الاحتمالي المعياري كالتالي: $$Z = \frac{(\bar{X}_1 \pm \bar{X}_2) - (\mu_1 \pm \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1} + \frac{S_2{}^2}{n_2}}}$$

2.2. حجم العينتين صغير: إذا كان حجم العينتين صغير (واحدة او كلاهما أقل من 30 والمجتمعين يتوزعان توزيعا طبيعيا فان الفرق (الجمع) بين متوسطي العينتين يتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري: $$\sigma_{\bar{X}1 \pm \bar{X}2} = \sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}$$

حيث : S^2 تدعي التباين المشترك لتبايني العينتين $S_1^{\ 2}, S_2^{\ 2}$ وتحسب كالتالي:

$$\boxed{S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

ويكون التوزيع الاحتمالي المعياري كالتالي:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 \pm \bar{X}_2) - (\mu_1 \pm \mu_2)}{\sqrt{\frac{S^{\ 2}}{n_1} + \frac{S^{\ 2}}{n_2}}}$$

❖ **توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي عينتين.**

$$\mu_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = P_1 - P_2$$

وانحراف معياري (خطأ معياري)

$$\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}$$

وبذلك تكون صيغة التوزيع للفرق بين نسبتين هي:

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}}$$

II. التقدير الإحصائي و فترات الثقة

Estimation and Confidence Intervals

من أهم المشاكل التي يدرسها التحليل الإحصائي هي كيفية تقدير معالم المجتمع المجهولة مثل الوسط الحسابي μ و تباين المجتمع σ^2 النسبة في المجتمع P (أو أي معلم آخر).

- ✓ نقوم باستخدام بيانات نحصل عليها من العينة العشوائية المسحوبة من هذا المجتمع لتقدير معلمته أو معالمه.
- ✓ يوجد لدينا نوعان من التقدير الإحصائي:

1. **التقدير لنقطة Point estimate**
2. **التقدير لفترةInterval estimate**

❖ **التقدير لنقطة Point estimate :** المقصود بهذا النوع هو تقدير معلمة المجتمع المجهولة بإحصائية نحسب قيمتها من بيانات عينة عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع.

- ○ نقوم بتقدير المعلمة بقيمة واحدة فقط مثلا عند سحب عينة من مجتمع ما و قمنا بحساب:

- ✓ الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ فإنه يعتبر تقدير لنقطة معلمة المجتمع μ.
- ✓ تباين العينة S^2 فإنه يعتبر تقدير لنقطة لمعلمة المجتمع σ^2.
- ✓ النسبة $\hat{p}$ فإنها تعتبر تقديرا لنقطة لمعلمة المجتمع P.

التقدير لنقطة يعطي قيمة واحدة لمعلمة المجتمع الذي نريد تقديرها ◄ لا يمكننا الحكم على مدى دقة هذه القيمة في تمثيل المعلمة الحقيقية في المجتمع ◄ يفضل الاعتماد على النوع الثاني من التقدير الإحصائي ألا و هو التقدير لفترة.

❖ **التقدير لفترة Interval estimate :** عبارة عن تقدير معلمة المجتمع بمجال (فترة) معين من القيم باحتمال معين و هذا الاحتمال يسمى **مستوى الثقة** و يرمز له بالرمز $(1-\alpha)\%$. ◄ لذلك سميت الفترة بفترة الثقة.

مستوى الثقة يعطينا مدى ثقتنا أن هذه المعلمة ستقع بين الحد الأدنى و الحد الأعلى للفترة.

1) فترة الثقة للوسط الحسابي للمجتمع μ (في حالة العينات الكبيرة) $n \geq 30$

- إذا كانت العينة المسحوبة من المجتمع كبيرة $(n \geq 30)$ فإن توزيع معاينة $\bar{X}$ يتبع توزيع طبيعي بوسط حسابي μ و انحراف معياري (خطأ معياري) = $\sigma_{\bar{X}}$ أو $S_{\bar{X}}$ حيث:

✓ إذا كانت σ للمجتمع معلومة $\Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

✓ إذا كانت σ للمجتمع غير معلومة $\Rightarrow S_{\bar{X}} = \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

و بالتالي فإن فترة الثقة للوسط الحسابي بمستوى ثقة %(1-α) هي:

- **إذا كانت σ معلومة :** $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{X}}$

و بالتالي فإن:

الحد الأعلى = $\bar{X} - Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{X}}$

الحد الأدنى = $\bar{X} + Z_{\alpha/2} * \sigma_{\bar{X}}$

- **إذا كانت σ غير معلومة** و هذا هو الشائع فإن فترة الثقة هي: $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} * S_{\bar{X}}$

الحد الأدنى = $\bar{X} - Z_{\alpha/2} * S_{\bar{X}}$ **الحد الأعلى** = $\bar{X} + Z_{\alpha/2} * S_{\bar{X}}$

- قيمة $Z_{\alpha/2}$ تتحدد من جدول التوزيع الطبيعي المعياري عن طريق الكشف العكسي في الجدول و للتبسيط سوف نأخذ قيم Z لأكثر معاملات الثقة استخداما في الواقع العملي.

1-α	α	$Z_{\alpha/2}$
%90	%10	1.65
%95	%5	1.96
%99	%1	2.58

2) **<u>فترة الثقة للوسط الحسابي للمجتمع μ (في حالة العينات الصغيرة $n<30$ و σ للمجتمع غير معلومة)</u>**

❖ في هذه الحالة سوف نستخدم توزيع آخر يسمى توزيع t و هو يستخدم لإنشاء فترة ثقة للوسط الحسابي إذا توافرت الشروط الآتية:

i. المجتمع المسحوب منه العينة قريب من الطبيعي.

ii. حجم العينة صغير ($n<30$).

iii. الانحراف المعياري للمجتمع σ غير معلوم.

توزيع t هو توزيع شبيه بالتوزيع الطبيعي المعياري في أنه توزيع متصل و متماثل و وسطه الحسابي يساوي 0 إلا أن **انحرافه المعياري لا يساوي 1.**

❖ لتوزيع t معلمة واحدة فقط تسمى درجة الحرية df.

❖ في حالة إنشاء فترة الثقة لمتوسط المجتمع فإن **درجة الحرية = (حجم العينة - 1)** أي أن: Df = n-1

و بالتالي فإن فترة الثقة ل μ عندما تكون $n < 30$ ، σ للمجتمع غير معلومة هي:

$$\bar{X} \pm t_{(n-1),\alpha/2} * S_{\bar{X}} \qquad , S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

3) **<u>فترة الثقة للنسبة في المجتمع P (حالة العينات الكبيرة n)</u>**

في هذه الحالة فإن توزيع معاينة $\hat{P}$ يتبع توزيع طبيعي بوسط P و انحراف معياري $\sigma_{\hat{P}}$ حيث:

✓ **إذا كانت P للمجتمع معلومة** $\Rightarrow \sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{P*(1-P)}{n}}$

✓ **إذا كانت P للمجتمع غير معلومة** $\Rightarrow \sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$

<u>الصيغة الثانية</u> هي التي سوف تستخدم في إنشاء فترة الثقة ل P لأن P عندما نقوم بتقديرها فإنها تكون غير معلومة.

و بالتالي فإن فترة الثقة ل P بمستوى معنوية % ($1-\alpha$) هي: $\hat{P} \pm Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{P}}$ **حيث:**

الحد الأدنى $\Leftarrow \hat{P} - Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{P}}$ **الحد الأعلى** $\Leftarrow \hat{P} + Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{P}}$

✓ $Z_{\alpha/2}$ هي نفس القيم التي تعرفنا عليها في حالة المتوسط حالة العينات الكبيرة.

✓ **النسبة في العينة حيث:** $\hat{P}=\frac{x}{n}$

X : عدد المفردات التي تتوافر فيهم الخاصية محل الدراسة. **n** : حجم العينة.

4) **فترة الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين (μ_1-μ_2) في حالة العينات الكبيرة**

❖ **σ_1 ، σ_2 غير معلومتان**

فترة الثقة: $\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2\right) \pm Z_{\alpha/2} * S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}$

حيث: $S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$

5) **فترة الثقة للفرق بين نسبتين لمجتمعين (P_1-P_2)**

نفس الطريقة لإنشاء فترة الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين يمكننا إنشاء فترة ثقة للفرق بين نسبتين لظاهرة معينة في مجتمعين (P_1-P_2): $\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right) \pm Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}$ **حيث:**

$$\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}=\sqrt{\frac{\hat{P}_1 *(1-\hat{P}_1)}{n_1}+\frac{\hat{P}_2 *(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$

III. اختبارات الفروض الإحصائية

Statistical tests of Hypotheses

عندما يتم تقدير أهم معالم المجتمع بالاعتماد على إحصاءات العينة فإن السؤال الذي نحتاج دائما الإجابة عليه:

" إذا كان الإحصاء المحسوب من العينة يعبر بصورة دقيقة عن المعلمة الحقيقية للمجتمع؟ "

- للإجابة على هذا السؤال نحتاج إلى ما يسمى **باختبارات الفروض الإحصائية.**

- **أنواع الفروض الإحصائية:**

1. **الفرض العدمي (الأصلي) Null hypothesis:** هو التخمين أو التعبير الذي يمثل الوضع الراهن و يرمز له بالرمز H_0 و هو دائما يحتوي على إشارة (=) أو يأخذ أكبر أو يساوي ($\leq$) أو يأخذ إشارة أقل من أو يساوي ($\geq$).
2. **الفرض البديل Alternative hypothesis:** هو الفرض الذي يقبل كبديل للفرض العدمي عند رفض الفرض العدمي H_0 و يرمز له بالرمز H_1 و دائما متبوع بإشارة ($\neq$) أو (>) أو (<) و لا يكون متبوعا بإشارة (=).

❖ أنواع الأخطاء:

✓ متخذ القرار عندما يقوم بإجراء اختبار إحصائي فقد يقع في أخطاء حيث يوجد نوعين من الأخطاء وهي:

1) **خطأ من النوع الأول Type I error:** يعني احتمال رفض الفرض العدمي مع أن هذا الفرض صحيح و يرمز له بالرمز α و تسمى α بمستوى المعنوية و هذا يعني: **احتمال (رفض H_0 / H_0 صحيح) = α**

2) **خطأ من النوع الثاني Type II error:** يعني احتمال قبول الفرض العدمي مع أن الفرض العدمي خاطئ و يرمز له بالرمز β أي أن: **احتمال (قبول H_0 / H_0 خاطئ) = β**

أما إذا أخذ متخذ القرار قرارا برفض الفرض العدمي مع أن الفرض العدمي خاطئ فهذا يرمز له بالرمز ($1-\beta$) و يسمى بقوة الاختبار أي أن: **احتمال (رفض H_0 / H_0 خاطئ) = $1-\beta$**

❖ أنواع الاختبارات:

يوجد لدينا نوعين من الاختبارات:

1) **اختبار في اتجاهين Two-Tailed test**

✓ هذا يحدث عندما تكون إشارة الفرض البديل (H_1) لا تساوي ($\neq$).

✓ المساحة تحت منحنى التوزيع سوف تنقسم إلى ثلاث مناطق:

- **منطقتين للرفض**

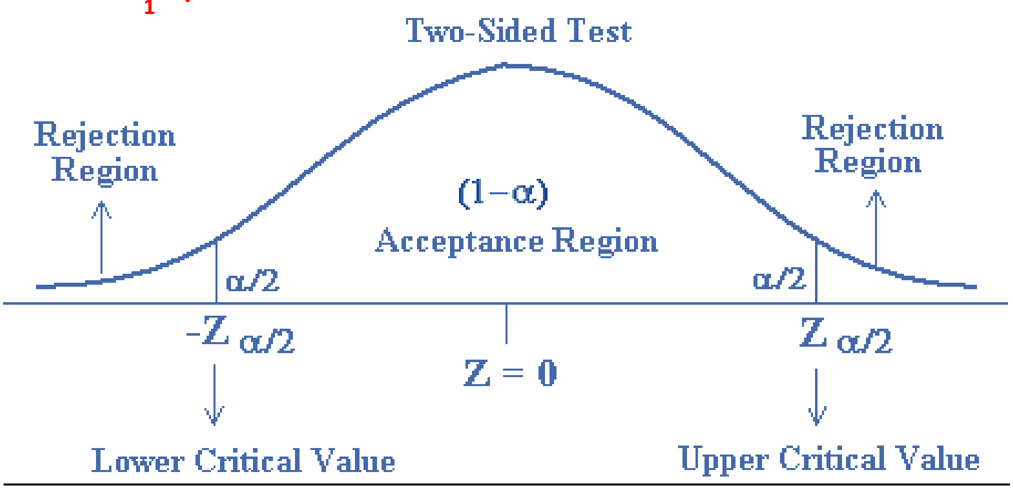
الرفض و القبول الخاص بالفرض العدمي H0.

- **منطقة للقبول**

✓ مساحة كل منطقة للرفض = $\alpha/2$ كما يوضحها الرسم الموالي.

$H_0 : \mu =$ قيمة

$H_1 : \mu \neq$ قيمة



2) **اختبار في اتجاه واحد One-Tailed test**

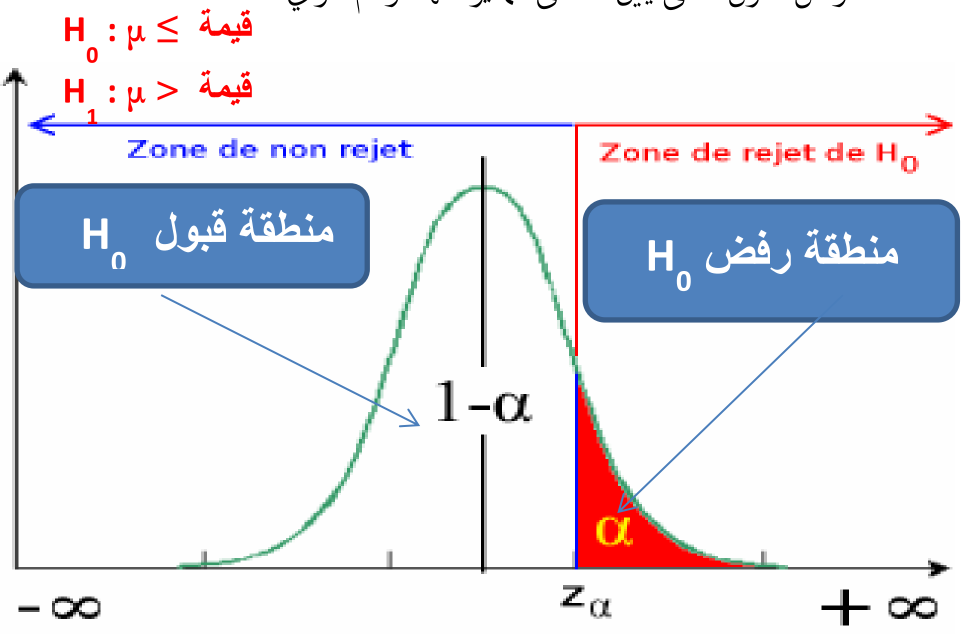
1-2. الحالة 1 (اتجاه واحد يمين)

✓ هذا الاختبار قد يكون في اتجاه واحد يمين عندما يكون إشارة الفرض البديل H_1 أكبر من (>).

✓ المساحة تحت المنحنى ستقسم إلى منطقتين أحدهما للقبول و الأخرى للرفض:

- مساحة منطقة الرفض = α.

- منطقة الرفض تكون أقصى يمين المنحنى كما يوضحها الرسم الموالي.

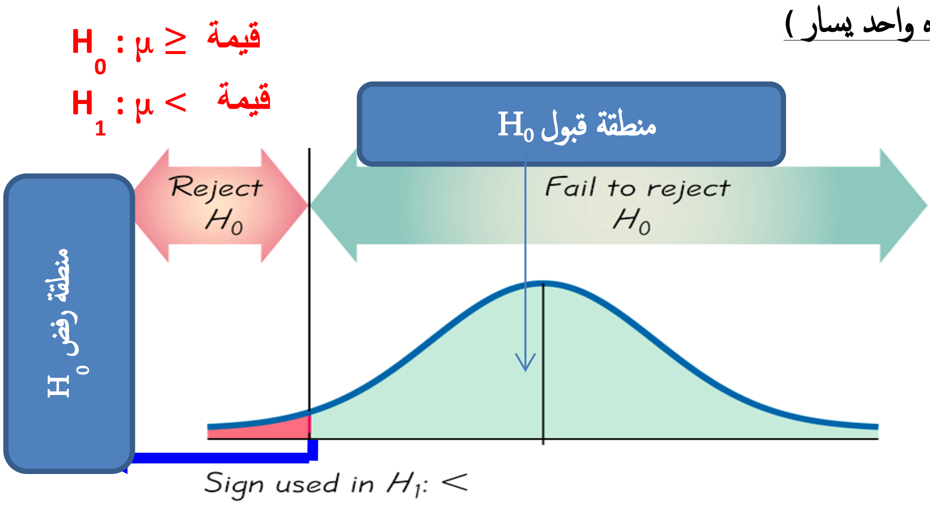


✓ القيمة الحرجة = $+Z_\alpha$ و يتم تحديدها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري بالكشف العكسي.

✓ هذه القيم يمكن معرفتها باستعمال الجدول التالي:

α	Z_α
1%	2.33
5%	1.65
10%	1.28

2-2. الحالة 2: (اتجاه واحد يسار)



✓ إذا كانت إشارة الفرض البديل (H_1) أقل من $(<)$ فإن الاختبار يكون في اتجاه واحد يسار و بالتالي فإن منطقة الرفض ستكون أقصى يسار المنحنى و مساحتها أيضا = α.

✓ القيمة الحرجة = Z_α - و هي نفس القيمة السابقة و لكن مسبوقة بإشارة سالبة.

✓ هذه القيم يمكن معرفتها باستعمال الجدول التالي:

α	Z_α
1%	-2.33
5%	-1.65
10%	-1.28

❖ خطوات اختبارات الفروض بصفة عامة

1) تحديد الفرض العدمي H_0 و الفرض البديل H_1
2) تحديد مستوى المعنوية (α) ◄ معطى و معروف قبل إجراء الاختبار.
3) تحديد إحصاء الاختبار المناسب.
4) تحديد القيمة الحرجة.
5) اتخاذ القرار الإحصائي بمقارنة الخطوة (3) بالخطوة (4).

I- اختبارات الفروض الخاصة بعينة واحدة:

1) اختبار الوسط الحسابي للمجتمع (عينة كبيرة أي $n \geq 30$).

✓ **الخطوات:**

a) تحديد H_1 ، H_0 و لن تخرج عن البدائل التالية:

$H_0 : \mu =$ قيمة
$H_1 : \mu \neq$ قيمة

أو

$H_0 : \mu \leq$ قيمة
$H_1 : \mu >$ قيمة

أو

$H_0 : \mu \geq$ قيمة
$H_1 : \mu <$ قيمة

b) لتحديد مستوى المعنوية معطاه مسبقا في التمرين و لن تخرج عن: 10%، 5 %، 1%.

c) إحصاء الاختبار :

- حيث أن $n \geq 30$ ◄ التوزيع المستخدم توزيع طبيعي معياري.

- إحصاء الاختبار يرمز له بالرمز Z.

- **إذا كانت σ للمجتمع معلومة** : $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}$

- **إذا كانت σ للمجتمع غير معلومة** : $S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$, $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{\bar{X}}}$

تحديد القيمة الحرجة: هذا يتوقف على قيمة α و على ما إذا كان الاختبار في اتجاه واحد أو في اتجاهين.

اتخاذ القرار الإحصائي:

- إذا كانت قيمة إحصاء الاختبار تقع في منطقة الرفض ◄ **يكون القرار رفض H_0.**

- إذا كانت قيمة إحصاء الاختبار تقع في منطقة القبول ◄ **يكون القرار بعدم رفض H_0.**

2) **اختبار الوسط الحسابي للمجتمع μ (عينة صغيرة و σ للمجتمع مجهولة).**

إحصاء الاختبار حيث أن n صغيرة ($n < 30$)، σ للمجتمع مجهولة ◄ التوزيع المستخدم هو توزيع t.

- **إحصاء الاختبار= t** : $S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$, $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{\bar{X}}}$,

تحديد القيمة الحرجة من جدول توزيع t:

✓ إذا كان الاختبار في اتجاهين فإن القيمة الحرجة = $t_{(n-1),\alpha/2}$

✓ إذا كان الإختبار في اتجاه واحد فإن القيمة الحرجة = $t_{(n-1),\alpha}$

3) **اختبار النسبة في المجتمع P (عينات كبيرة).**

إحصاء الاختبار= Z: $\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{P*(1-P)}{n}}$ $Z = \frac{\hat{P} - P}{\sigma_{\hat{P}}}$

4) اختبارات الفروض للفرق بين متوسطي مجتمعين (عينات كبيرة و مستقلة).

يقصد بالعينات المستقلة أنها العينات المسحوبة من مجتمعات مختلفة بحيث أن مشاهدات العينة الأولى لا تؤثر في مشاهدات العينة الثانية.

البيانات المتعلقة بمجتمعين	بيانات المجتمع (1)	بيانات المجتمع (2)
حجم المجتمع	N_1	N_2
متوسط المجتمع	μ_1	μ_2
الانحراف المعياري	σ_1	σ_2
حجم العينة	n_1	n_2
متوسط العينة	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$
الانحراف المعياري للعينة	S_1	S_2

❖ خصائص توزيع متوسطي المجتمعين

✓ وفقا لنظرية النهاية المركزية و لأن أحجام العينات أكبر من 30 فإن توزيع معاينة الوسط الحسابي لكل عينة يكون توزيعا طبيعيا: $\bar{X}_2 \sim N(\mu_2, \sigma_{\bar{X}_2})$ $\bar{X}_1 \sim N(\mu_1, \sigma_{\bar{X}_1})$

توزيع معاينة الفرق بين متوسط عينتين مستقلتين على النحو التالي: $\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) \sim N\left((\mu_1 - \mu_2), \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}\right)$

تحديد إحصاء الاختبار $n_1 \geq 30$ ، $n_2 \geq 30$ فإن التوزيع المستخدم التوزيع الطبيعي.

$$Z = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

إذا كان σ_1^2 , σ_2^2 غير معلومة

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

إذا كان σ_1^2 , σ_2^2 كل منهما معلوم

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

5) **اختبارات الفروض للفرق بين نسبتين (P_1-P_2) (عينات كبيرة و مستقلة)**

يكون لدينا البيانات التالية:	**بيانات المجتمع (1)**	**بيانات المجتمع (2)**
نسبة المجتمع	P_1	P_2
حجم العينة	n_1	n_2
عدد المفردات التي تتوافر فيهم الخاصية في العينة	x_1	x_2
الانحراف المعياري للعينة	$\hat{P}_1=\frac{x_1}{n_1}$	$\hat{P}_2=\frac{x_2}{n_2}$

وفقا لنظرية النهاية المركزية و لأن أحجام العينات كبيرة فإن توزيع معاينة النسبة لكل عينة يكون توزيعا طبيعيا أي أن:

$$\hat{P}_1 \sim N(P_1,\sigma_{\hat{P}_1}) \qquad \sigma_{\hat{P}_1}=\sqrt{\frac{\hat{P}_1*(1-\hat{P}_1)}{n_1}}$$

$$\hat{P}_2 \sim N(P_2,\sigma_{\hat{P}_2}) \qquad \sigma_{\hat{P}_2}=\sqrt{\frac{\hat{P}_2*(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$

توزيع معاينة الفرق يتبع توزيعا طبيعيا كالتالي:

$$(\hat{P}_1-\hat{P}_2)\sim N((P_1-P_2),\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2})$$

إحصاء الاختبار $n_1 \geq 30$ ، $n_2 \geq 30$ فإن التوزيع المستخدم التوزيع الطبيعي.

$$Z=\frac{\left(\hat{P}_1-\hat{P}_2\right)-\left(P_1-P_2\right)}{\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}}$$

$$\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}=\sqrt{\frac{\bar{P}*(1-\bar{P})}{n_1}+\frac{\bar{P}*(1-\bar{P})}{n_2}}$$

$$\bar{P}=\frac{x_1+x_2}{n_1+n_2}$$

ملاحظة: **هنا $\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}$ تختلف عن $\sigma_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}$ الموجودة في فترات الثقة.**