

Chapitre I

GENERALITES SUR LES SIGNAUX

I.1 Introduction :

Dans ce chapitre, quelques définitions et notions élémentaires d'énergie et de puissance sont introduites afin de fixer les objectifs de ce cours.

I.2. Signal :

Une grandeur physique dépendant du temps ou d'autre variable, véhicule une information utile à l'observateur

Exemple : un bip sonore → le son.

La lumière → onde lumineuse.

La musique → acoustique → un morceau ou une chanson.

La photographie → l'image → les portraits d'une personne.

Remarque : le rôle majeur du signal c'est la communication dans les disciplines tel que : automatique, informatique et électrique.

I.3. Théorie du signal :

La théorie du signal est l'ensemble des outils conceptuels qui permettent de construire des modèles théoriques basés sur les lois physiques exprimés en langage mathématique pour fournir une représentation du signal.

I.4. Le traitement de signal :

C'est la discipline ou technique qui s'appuyant sur les ressources de l'électronique, de l'informatique et de la physique appliquée, qui a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs de l'information.

Domaine d'application : le traitement de signal trouve son champ d'application dans les domaines concerner par la perception, la transmission ou l'exploitation de ses informations.

Exemple : analyse biomédicale, géo physique, astronomie, traitement d'image etc...

En électrotechnique : vibration d'une machine tournante, fluctuation des charges d'un réseau électrique, perturbation électromagnétique.

Remarque : Les signaux que nous étudions sont des grandeurs qui évoluent avec le temps. La variable peut ne pas être «t». ex : un signal optique est une fonction du temps et de l'espace.

I.5. Système :



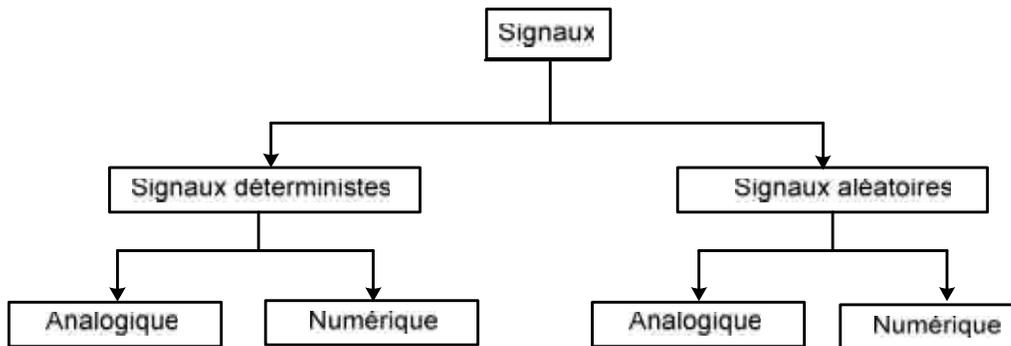
Figure I.1. Schéma universel d'un système de structure indifférente (boite noire).

Exemple : système de transmission (par satellite).

Système de transformation (amplificateur, codeur, décodeur,...).

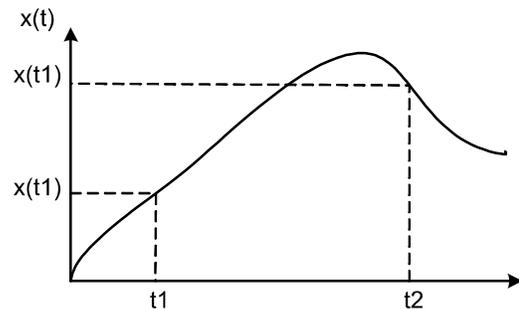
I.6. Types de signal :

Les signaux peuvent être distingués en deux grandes catégories



I.6.1. Signaux déterministes :

Se sont des signaux dont l'évolution en fonction du temps, peut être parfaitement décrit par un modèle mathématique.



I.6.2. Signaux aléatoires :

Se sont des signaux dont le comportement est imprévisible pour leur description, on utilise la description physique. On distingue également dans chacune des deux classes des signaux analogiques et des signaux numériques.

I.7. Signal causal :

Un signal causal est tout signal nul pour toutes les valeurs nulles du temps, on dit qu'un système est causal si sa réponse est nulle pour $t < 0$.

I.8. Classification énergétique :

a) Signaux à énergie finie :

$$u(t) = Ri(t)$$

L'énergie dissipée pendant une durée donnée (t_1, t_2)

$$E = \int_{t_1}^{t_2} \frac{u^2(t)}{R} dt = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t) dt$$

Le plus souvent, on considère l'énergie normalisée, dans ce cas $R = 1\Omega$

$$E = \int_{t_1}^{t_2} u^2(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} i^2(t) dt$$

$$E = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt$$

Si $s(t)$ est complexe

$$E = \int_{t_1}^{t_2} s^*(t)s(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 dt$$

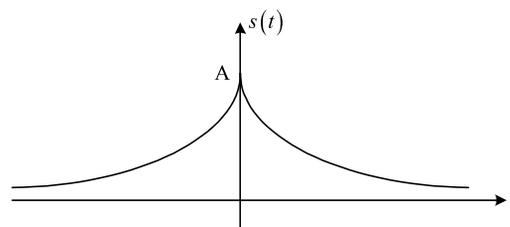
* : c'est le conjugué.

$$x = a + jb, \quad x^* = a - jb$$

Définition : on appelle un signal à énergie finie non nulle tout signal dont l'énergie reste finie quand l'intervalle considéré varie de $-\infty$ a $+\infty$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt < \infty$$

L'énergie est toujours positive



Exemple :

$$s(t) = Ae^{-a|t|}, a > 0$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |Ae^{-a|t|}|^2 dt$$

$$E = A^2 \int_{-\infty}^0 e^{2at} dt + A^2 \int_0^{+\infty} e^{-2at} dt = \frac{A^2}{a}$$

Le signal est à énergie finie

Remarque : les signaux d'énergie finie sont tout les signaux de type transitoire, qu'il soit déterministes ou aléatoires.

b) Signaux à puissance moyenne finie :

Nombreux signaux importants ne vérifient pas la condition précédente, à savoir :

- Les signaux périodiques.
- Les signaux aléatoires permanent.
- Les signaux quasi périodiques $x(t) = \sum_i \sin(\omega_i t)$

Ces signaux sont caractérisés par leur puissance moyenne.

La puissance moyenne d'un signal $s(t)$ quelconque dans un intervalle de temps (t_1, t_2) est égale à :

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 dt$$

Définition : on dit qu'un signal $s(t)$ est à une puissance moyenne finie non nulle, un signal pour lequel l'équation précédente reste finie de 0 à $+\infty$

$$0 < P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |s(t)|^2 dt < \infty$$

Remarque : les signaux à puissance moyenne finie ne sont pas des signaux physiquement réalisables.

Exemple :

Soit un signal $s(t) = 5V$ pour $-\infty < t < +\infty$, est ce que c'est un signal de puissance ou d'énergie ?

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} 25dt = \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 25dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} 25[T] = 25W \quad \text{c'est un signal de puissance.}$$

I.9. Classification morphologique :

Dans cette famille, on prend en compte les différentes étapes sous les quelles un signal se présente

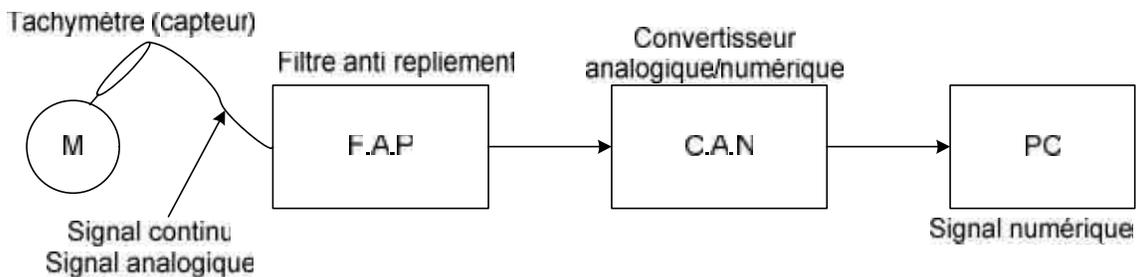


Figure I.2. Schéma d'une chaîne de mesure et de traitement.

a) Signal analogique (continu) : c'est un signal dont l'amplitude et le temps sont continus.

$$f(t) \rightarrow (\text{Fonction mathématique}).$$

La variable 't' varie de façon continue.

$$\forall t \rightarrow \exists \text{ la valeur du signal à cet instant } f(t).$$

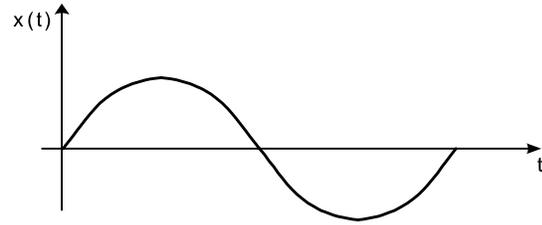
Exemple : $f(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$

a : amplitude.

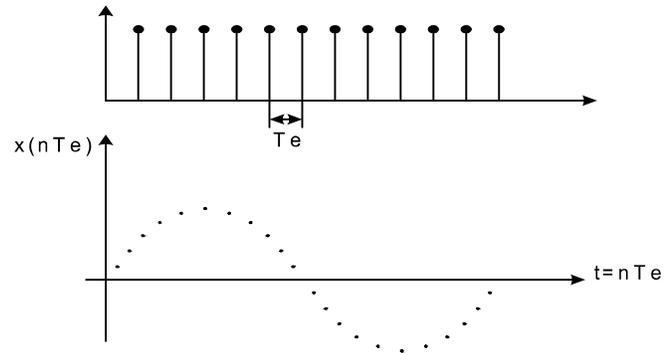
$$\omega = 2\pi f \quad \text{: pulsation.}$$

φ : phase.

b) Signal échantillonné : un signal échantillonné est un signal dont l'amplitude est continue et le temps discret.

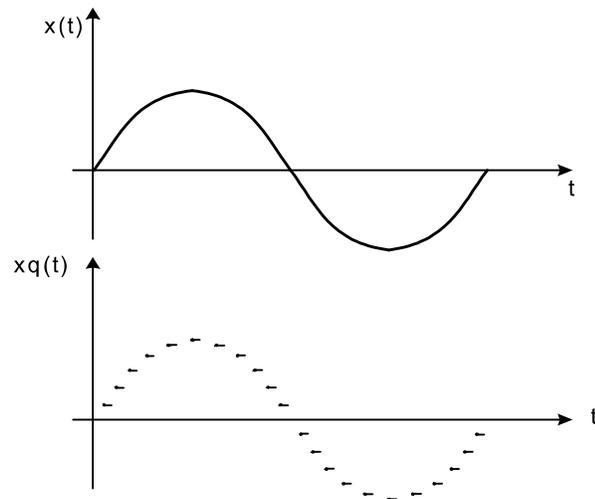


c) Signal quantifié : c'est un signal dont l'amplitude est discrète et le temps est continu. La quantification à chaque amplitude donne une valeur quantifiée $x_q(t)$ prise parmi un ensemble fini d'une valeur discrète.



d) Signal numérique :

Un signal numérique est un signal échantillonné et quantifié (discret en amplitude et en temps).



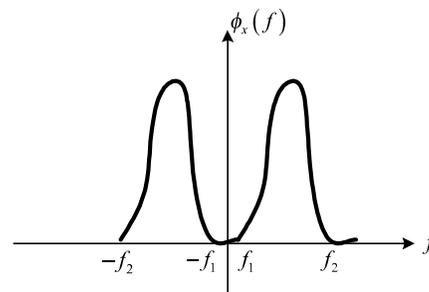
I.10. Classification spectrale :

Se fait selon la distribution du spectre d'énergie sur l'axe de fréquence ($\phi_x(f)$).

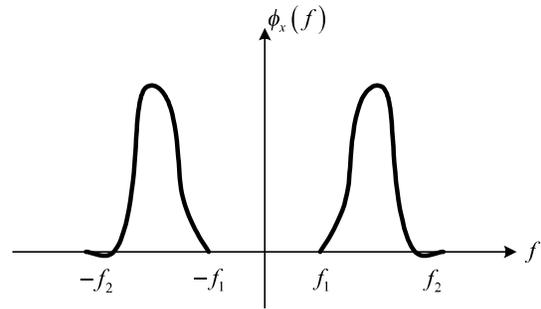
La bande de fréquence $B = f_2 - f_1$.

On aura donc :

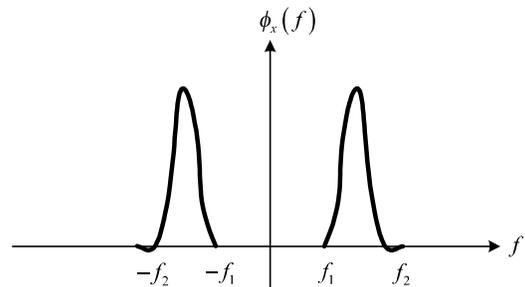
1. Signaux de basse fréquence



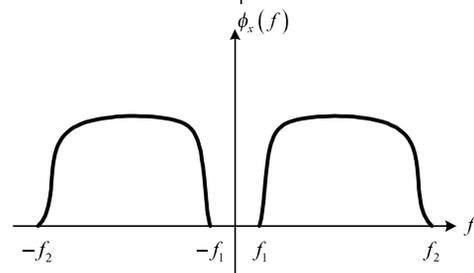
2. Signaux de haute fréquence



3. Signaux à bande étroite



4. Signaux à large bande



I.11. Représentation temporelle/fréquentielle (spectre):

En plus de sa description temporelle, le signal peut avoir une représentation fréquentielle (spectrale) à travers son spectre qu'on obtient à l'aide d'un outil puissant qui est la transformée de Fourier TF.

$x(t) \xrightarrow{TF} X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$ (Spectre du signal)
réel complexe

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = |X(f)| e^{j\varphi(f)}$$

$|X(f)|$: Amplitude

$\varphi(f)$: Phase

I.12. Bruit:

Tout signal perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal est considéré comme bruit.

Rapport signal/bruit :

C'est une mesure de degré de contamination du signal par un bruit. On le note :

$$\zeta = \frac{P_s \rightarrow \text{puissance du signal}}{P_b \rightarrow \text{puissance du bruit}}$$

$$\zeta_{dB} = 10 \text{Log}_{10} \zeta \begin{array}{l} \rightarrow \text{puissance du signal} \\ \rightarrow \text{puissance du bruit} \end{array}$$