

# **ANNEXES**

Annexe A : Table des principales transformées de Laplace et leurs propriétés

Table des Transformées de Laplace		Propriétés des Transformées de Laplace	
$f(t) \ (t \geq 0)$	$F(p) = TL\{f(t)\}$	$f(t) \ (t \geq 0)$	$F(p) = TL\{f(t)\}$
$\delta(t)$	<b>1</b>	$f(t)$	$\int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$
$U(t)$	$\frac{1}{p}$	$\lambda_1 f_1(t) + \lambda_2 f_2(t)$	$\lambda_1 F_1(p) + \lambda_2 F_2(p)$
$t$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
$t^n$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0) - f'(0)$
$e^{-at}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p) - \sum_{r=n+1}^{r=2n} p^{2n-r} \cdot \frac{d^{(r-n-1)} f(0)}{dt^{(r-n-1)}}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^{n+1}}$	$\int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t f(t) dt^n$ (Avec conditions initiales nulles)	$\frac{F(p)}{p^n}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$	$f(kt)$	$\frac{1}{k} F\left(\frac{p}{k}\right)$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$	$f\left(\frac{t}{k}\right)$	$k.F(kp)$
$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(p+a)(p+b)}$	$e^{-at} f(t)$	$F(p+a)$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$f(t-\tau)$ Pour $(t \geq \tau)$	$e^{-p\tau} . F(p)$
$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\int_0^t f_1(t-\tau) . f_2(\tau) d\tau$	$F_1(p) . F_2(p)$
$t . \sin(\omega t)$	$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$t . f(t)$	$-\frac{d}{dp} F(p)$
$t . \cos(\omega t)$	$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>f(t)</math> fonction périodique de période T</li> <li><math>f_1(t)</math> fonction définie sur la 1<sup>ère</sup> période de <math>f(t)</math></li> </ul> $F(p) = \frac{F_1(p)}{1 - e^{-pT}}$	
$e^{-at} . \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$		
$e^{-at} . \cos(\omega t)$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$		

Annexe B1 : Tableau de la Transformée en Z

$x(n)$	$X(z)$ en $z^{-1}$	$X(z)$ en $z$
$\delta(n)$	1	1
$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\frac{z}{z-1}$
$n.u(n)$	$\frac{1}{(1-z^{-1})^2}$	$\frac{z}{(z-1)^2}$
$a^n .u(n)$	$\frac{1}{(1-az^{-1})}$	$\frac{z}{(z-a)}$
$na^n .u(n)$	$\frac{a}{(1-az^{-1})^2}$	$\frac{az}{(z-a)^2}$
$\cos(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{1-z^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\frac{z^2-z\cos(\omega_0)}{z^2-2z\cos(\omega_0)+1}$
$\sin(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{z^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2z^{-1}\cos(\omega_0)+z^{-2}}$	$\frac{z\sin(\omega_0)}{z^2-2z\cos(\omega_0)+1}$
$a^n \cos(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{1-az^{-1}\cos(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\frac{z^2-az\cos(\omega_0)}{z^2-2az\cos(\omega_0)+a^2}$
$a^n \sin(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{az^{-1}\sin(\omega_0)}{1-2az^{-1}\cos(\omega_0)+a^2z^{-2}}$	$\frac{az\sin(\omega_0)}{z^2-2az\cos(\omega_0)+a^2}$

**Annexe B2 : Tableau des opérations sur les transformées en Z**

Opération sur les suites	Opération sur la transformée en z
$ax(n) + by(n)$	$aZ\{x(n)\} + bZ\{y(n)\}$
$Z\{x(n-k)\}$	$z^{-k}Z\{x(n)\}$
$Z\{x(n+k)\}$	$z^kZ\{x(n)\} - \sum_{j=0}^{k-1} x(j)z^k$
$Z\{x(n)*y(n)\}$	$Z\{x(n)\}Z\{y(n)\}$
$Z\{a^n x(n)\}$	$Z\{x(n)\}(z/a)$
$Z\{nx(n)\}$	$-z \frac{d}{dz} Z\{x(n)\}$
$Z\{n^k x(n)\}$	$\left(-z \frac{d}{dz}\right)^k Z\{x(n)\}$