

## **Chapitre I : écoulement a surface libre**

## **Chapitre I : écoulement a surface libre**

### **Introduction :**

Il existe beaucoup de similitudes entre l'écoulement en charge et l'écoulement à surface libre, mais la différence réside dans l'existence de surface libre c'est-à-dire une surface en contact avec l'atmosphère. Aussi, les écoulements à surface libre présentent plus de difficultés que les écoulements en charge parce que les conditions d'écoulement sont plus compliquées :

- La position de la surface libre peut changer avec le temps et l'espace ;
- Les rugosités des surfaces en jeu sont moins standardisées et elles varient avec la profondeur d'eau ;
- Les valeurs des coefficients déterminés expérimentalement dans les formules universelles de perte de charge (Poiseuille, Prandtl-Von Carmen, Blasius, Colebrook) dépendent de la forme du canal.
- Le débit, la pente et la surface libre du canal sont interdépendants ;

### **I. Classification des écoulements à surface libre**

On peut résumer la classification des écoulements à surface libre selon la variation du débit  $Q$  ou de la profondeur d'eau  $y$  en fonction de l'abscisse  $x$  le long de la conduite et du temps  $t$

## **I.1. Ecoulements permanents**

C'est un écoulement où la vitesse  $U$  et la profondeur d'eau  $y$  restent invariables dans le temps. On peut rencontrer dans ce cas les types suivants :

### **I.1.1 Ecoulements conservatifs $Q = \text{cste}$**

Le débit n'est pas fonction de  $x$  (pas de pertes ni d'apports latéraux). Cependant on distingue :

**I.1.1.1. Ecoulements uniformes** : La profondeur d'eau  $y$  n'est pas fonction de  $x$  ; donc  $y$  constante d'une section à une autre.

**I.1.1.2. Ecoulements variés** : La profondeur d'eau  $y$  varie en fonction de  $x$  ; donc  $y$  varie d'une section à une autre. Toutefois, on distingue :

**a) Ecoulements graduellement variés** : La variation de  $y$  en fonction de  $x$  est continue et graduelle. La fonction  $y(x)$  est régulière.

**b) Ecoulements brusquement variés** : La variation est brutale sur une courte distance. La fonction  $y(x)$  n'est pas régulière.

### **I.1.2. Ecoulements non conservatifs : $Q \neq \text{cste}$**

Le débit  $Q(x)$  varie avec l'abscisse le long de la conduite (canal). L'écoulement ne peut donc pas être uniforme en raison de la variation du débit. En conséquence, la profondeur d'eau  $y$  varie en fonction de  $x$ . Cette variation peut être continue et graduelle

(écoulements graduellement variés) ou brutale sur une courte distance (écoulements brusquement varié).

## **I.2. Ecoulements non permanents**

C'est un écoulement où le débit  $Q$  et la profondeur d'eau  $y$  varient dans le temps et dans l'espace. Dans ces conditions, les écoulements non permanents uniformes sont inexistantes. On rencontre les écoulements non permanents graduellement variés (la fonction  $y(t, x)$  est régulière et les variations sont lentes et progressives) et les écoulements non permanents brusquement variés (la variation de  $y(t, x)$  se fait sur une courte distance et un court intervalle de temps).

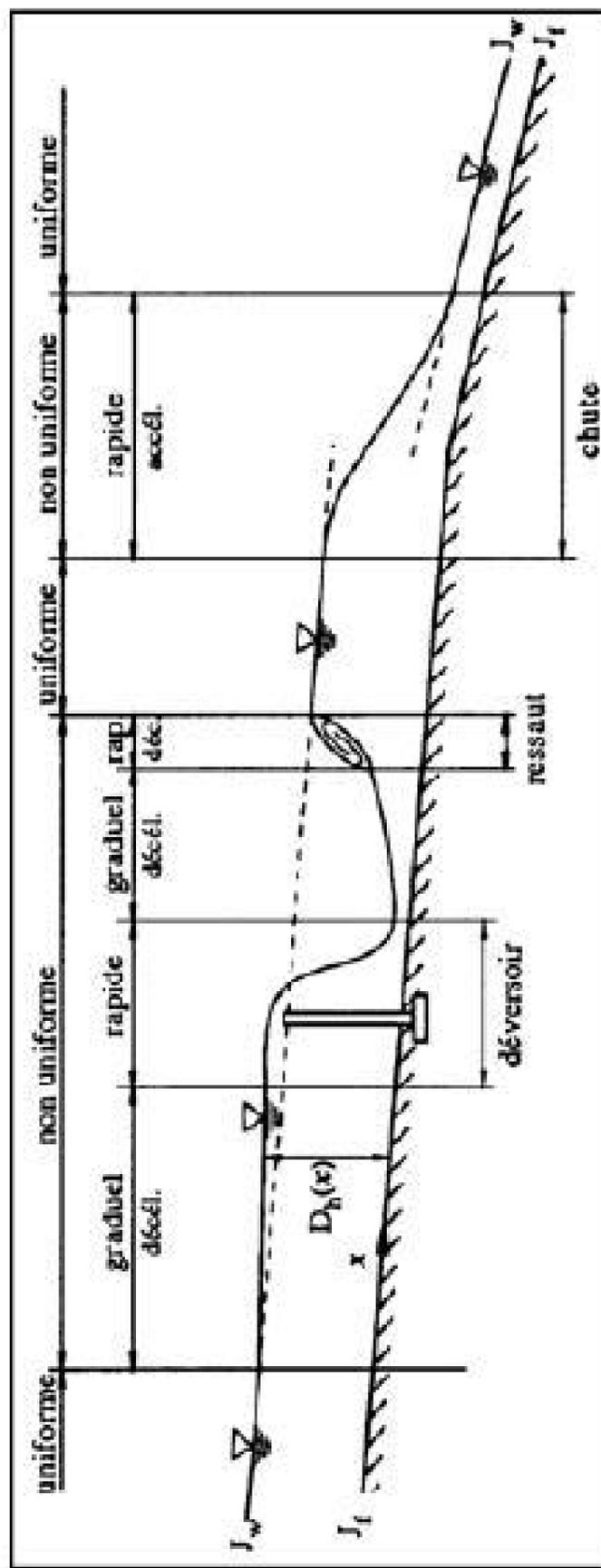
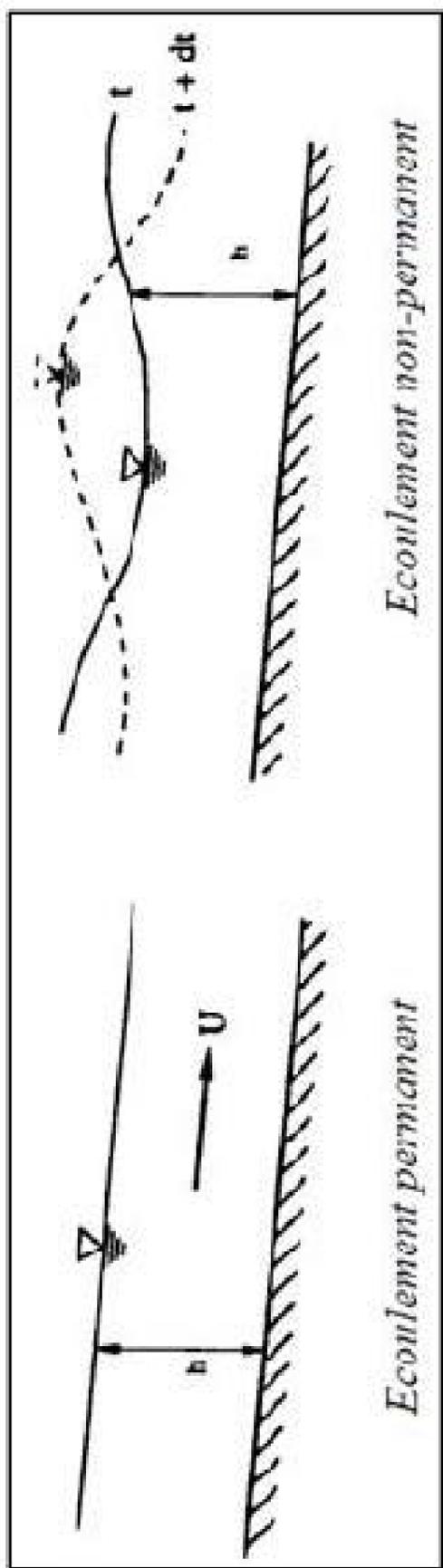
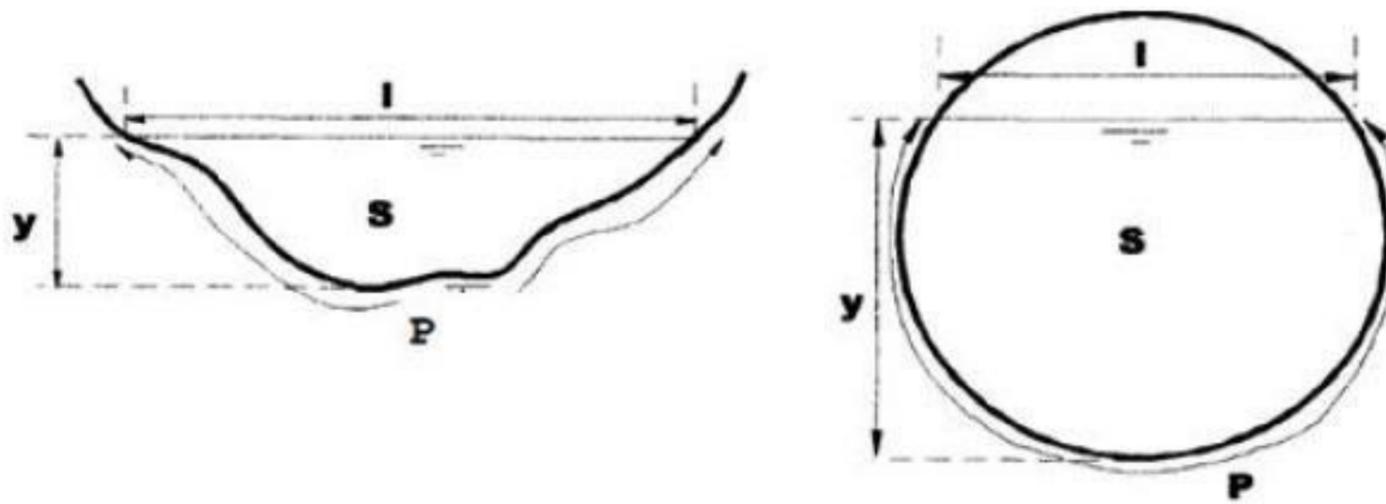


Figure I -1 : Type d'écoulement et variabilité spatio-temporelle. a) variabilité dans le temps ; b) variabilité dans l'espace

## II. Éléments géométriques et hydrauliques d'un canal :

Dans une coupe perpendiculaire au sens de l'écoulement de l'eau, on définit les termes suivants :

- Surface ou section mouillée  $S$  : c'est l'aire occupée par l'eau dans une coupe perpendiculaire à la direction de l'eau.
- Périmètre mouillé  $P$  : c'est la longueur de la ligne de contact entre l'eau et les parois dans un plan perpendiculaire à la direction de l'eau.
- Rayon hydraulique  $R_h$  : c'est le quotient  $S/P$ . Pour une section circulaire de diamètre  $D$ ,  $R_h = D/4$ .
- Diamètre hydraulique :  $D_h = 4R_h$
- Hauteur d'eau ou tirant d'eau ou profondeur d'eau  $y$  : c'est la distance verticale entre la surface libre et le fond du canal (le point le plus bas).
- Largeur en gueule ou largeur en miroir ou largeur au plan d'eau  $l$  : c'est la largeur de la surface libre dans la section mouillée.
- Profondeur moyenne  $y_m$  : c'est le rapport  $S/l$ .
- Largeur moyenne  $lm$  : c'est le rapport  $S/y$ .
- Fruit du talus ou des berges  $m$  : c'est le rapport entre la projection horizontale et la projection verticale entre les berges :  $m = \cot\alpha$ .



Type de section	S	P	R <sub>H</sub>	l	y <sub>m</sub>	l <sub>m</sub>	y <sub>G</sub>
	$by$	$b+2y$	$\frac{b \times y}{b+2y}$	$b$	$y$	$b$	$\frac{y}{2}$
	$y \times (b+my)$	$b+2y\sqrt{1+m^2}$	$\frac{y \times (b+my)}{b+2y\sqrt{1+m^2}}$	$b+2my$	$\frac{y \times (b+my)}{b+2my}$	$b+my$	$\frac{y}{6} \frac{3b+2my}{b+my}$
<p> <math>\theta</math> en radians  <math>\theta = 2 \arccos\left(1 - \frac{2y}{D}\right)</math>  <math>y = \frac{D}{2} \left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right)</math> </p>	$\frac{D^2}{8} (\theta - \sin\theta)$	$\frac{D}{2} \theta$	$\frac{D}{4} \frac{\theta - \sin\theta}{\theta}$	$D \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{D}{8} \frac{\theta - \sin\theta}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$	$\frac{D}{8} \frac{\theta - \sin\theta}{1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}$	$\frac{D}{4} \left[ \frac{4}{3} \frac{\sin^3 \frac{\theta}{2}}{\theta - \sin\theta} - \cos\frac{\theta}{2} \right]$

### **III. Régime d'écoulement :**

Le régime d'écoulement est fonction des effets de la viscosité (frottement interne du liquide), des effets de la gravité (poids du liquide) comparés aux effets dynamiques (forces d'inertie).

#### **III.1. Effets de la viscosité**

Le rapport force d'inertie sur force de viscosité détermine la nature de l'écoulement. Le nombre de Reynolds exprime l'ordre de grandeur de ce rapport :

$$R = \frac{VD}{\nu}$$

Si  $\mathcal{R}_e > 10^6$ , l'écoulement est turbulent. L'écoulement est laminaire si  $\mathcal{R}_e < 2000$ .

#### **III.2. Effets de la gravité**

L'effet de la gravité est représenté par le nombre de Froude. Ce nombre donne l'ordre de grandeur du rapport force d'inertie sur force de gravité :

$$F_R = \frac{V}{\sqrt{gy_m}}$$

$\sqrt{gy_m}$  : représente la vitesse de perturbations des petites ondes.

Si  $Fr = 1$ , écoulement est critique

Si  $Fr < 1$ , écoulement fluvial

Si  $Fr > 1$ , l'écoulement torrentiel.

## **IV. Les canaux**

**IV.1. Revêtement des canaux :** Le revêtement des canaux a pour objectifs :

- Eviter l'érosion
- Limiter les pertes par infiltration (imperméabilisation du canal)
- Limiter les coûts d'entretien
- Diminuer la rugosité
- Stabiliser les berges
- Augmenter le débit.

Une étude économique est souvent nécessaire pour comparer le coût du revêtement au gain qu'il produit.

**IV.2. Matériaux de revêtement :** Le revêtement peut se faire avec des matériaux suivants :

- Matelas de gabions
- Enrochement
- Maçonnerie

**IV.3. Stabilité du revêtement :** La stabilité du revêtement est à étudier en fonction de la nature du terrain et du type de revêtement. Il faut étudier la stabilité des fondations, la stabilité des profils en travers par rapport aux phénomènes de sous-pressions. S'il y a un phénomène de sous-pression, on met des barbacanes pour dissiper cette pression.

## V. Formule de Chezy :

En résumé, par équilibre des forces de gravité et de frottement sur les parois, nous sommes arrivés à la formule de Chézy (où C est le coefficient de Chézy) :

$$V = C\sqrt{R_h I}$$

C : est le coefficient de Chézy, qui dépend de la rugosité des parois.

Il existe nombreuses formules empiriques et semi-empiriques qui décrivent le coefficient de Chezy (Bazin, Kutter, Manning-Strikler.....).

### a) Formule de Bazin :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}} \quad \left[ \text{m}^{1/2} \text{s}^{-1} \right]$$

m : est un coefficient de rugosité qui dépend de la nature de la paroi. Bazin suggère six catégories de parois qui permettent de se faire une idée de la valeur à adopter pour m.

<i>Nature des parois</i>	<i>m (m<sup>1/2</sup>)</i>
Parois très unies (ciment, bois raboté...)	0,06
Parois unies (planches, briques, pierres de taille...)	0,16
Parois en maçonnerie de moellons	0,46
Parois de nature mixte (section en terre, très irrégulières)	0,85
Canaux en terre dans les conditions ordinaires	1,30
Canaux en terre, avec fond de galets, parois herbées	1,75

### **b) Formule de Manning-Strickler :**

Manning et Strickler ont une formulation simple du coefficient de Chezy qui s'exprime dans le système SI par les équations ci-dessous :

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} \text{ Manning}$$

$$C = K_s R^{\frac{1}{6}} \text{ Strickler}$$

Où n le coefficient de Manning et K<sub>s</sub> le coefficient de Strickler.

Les valeurs de n ou K<sub>s</sub> sont données dans des tables. Ils correspondent au Système internationale.

- **Estimation du coefficient de rugosité de Strickler**

Nature du cours d'eau	$K_s$
<i>Petits torrents de montagne à fond très irrégulier</i>	23 à 26
<i>Cours d'eau de montagne de 30 à 50m de large, pente supérieure à 0.002, fond de graviers atteignant 10 à 20 cm.</i>	27 à 29
<i>Cours d'eau de montagne de 50m et plus de large, pente comprise entre 0.0008 et 0.002, fond de graviers ne dépassant que rarement 10 cm.</i>	30 à 33
<i>Rivières à fond de graviers de 4 à 8 cm et de pente 0.0006 à 0.0008</i>	34 à 37
<i>Rivières à fond de graviers inférieurs à 4 cm et de pente 0.0006 à 0.0008</i>	38 à 40
<i>Rivières à fond de sable ou petits graviers et de pente 0.0006 à 0.00025</i>	41 à 42
<i>Cours d'eau peu turbulents, pente faible de 0.00012 à 0.00025, fond de sable et de vase</i>	43 à 45
<i>Très grands fleuves à très faible pente inférieure à 0.00012 et à fond très lisse</i>	46 à 50

- **Valeurs du coefficient n de Manning :**

Nature des surfaces	Etats des parois			
	Parfaits	Bon	Assez bon	Mauvais
<b>A) Canaux artificiels</b>				
Ciment lissé	0.010	0.011	0.012	0.013
Mortier de ciment	0.011	0.012	0.013	0.015
Aqueducs en bois raboté	0.010	0.012	0.013	0.014
Aqueducs en bois non raboté	0.011	0.013	0.014	0.015
Canaux revêtus de béton	0.012	0.014	0.016	0.018
Moëllons bruts	0.017	0.020	0.025	0.030
Pierres sèches	0.025	0.030	0.033	0.035
Moëllons dressés	0.013	0.014	0.015	0.017
Aqueducs métalliques à section demi-circulaire lisses	0.011	0.012	0.013	0.015
Aqueducs métalliques à section demi-circulaire plissée	0.0225	0.025	0.0275	0.030
Canaux en terre droits et uniformes	0.017	0.020	0.0225	0.025
Canaux avec pierres, lisses et uniformes	0.025	0.030	0.033	0.035
Canaux avec pierres, rugueux et irréguliers	0.035	0.040	0.045	-
Canaux en terre à larges méandres	0.0225	0.025	0.0275	0.030
Canaux en terre dragués	0.025	0.0275	0.030	0.033
Canaux à fond en terre, côtés avec pierres	0.028	0.030	0.033	0.035
<b>B) Cours d'eau naturels</b>				
1) propres, rives en ligne droite	0.025	0.0275	0.030	0.033
2) idem 1 avec quelques herbes et pierres	0.030	0.033	0.035	0.040
3) avec méandres, avec quelques étangs et endroits peu profonds, propres	0.035	0.040	0.045	0.050
4) idem 3, l'eau à l'étiage, pente et sections plus faibles	0.040	0.045	0.050	0.055
5) idem 3, avec quelques herbes et pierres	0.033	0.035	0.040	0.045
6) idem 4, avec pierres	0.045	0.050	0.055	0.060
7) Zones à eau coulant lentement avec herbes ou fosses très profondes	0.050	0.060	0.070	0.080
8) Zones avec beaucoup de mauvaises herbes	0.075	0.100	0.125	0.150

Pour les matériaux non cohérents : la rugosité est en fonction du diamètre moyen des particules et elle est donnée par la formule suivante :

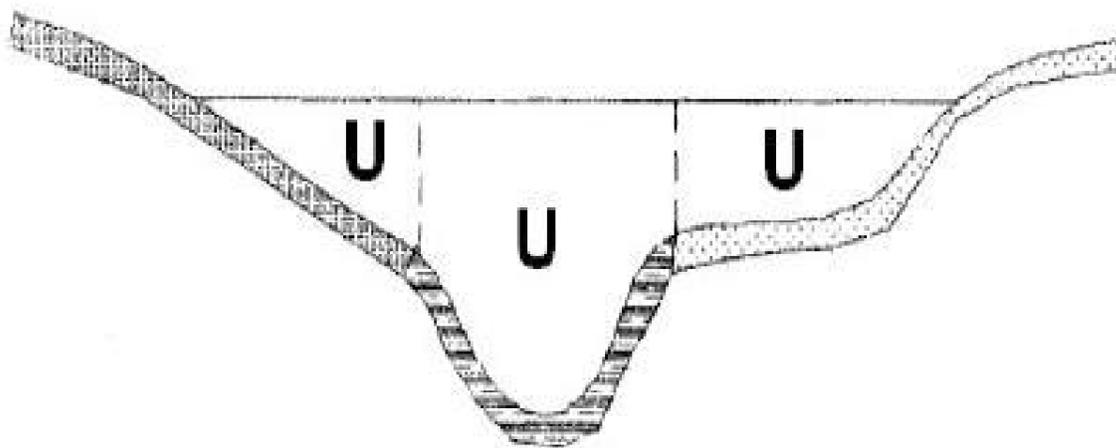
$$K_s = 26 \left( \frac{R_h}{d_{35}} \right)^{1/6} \quad n = \frac{1}{K_s} = 0,041 d_{50}^{1/6} \quad n = \frac{1}{K_s} = 0,038 d_{90}^{1/6}$$

Le diamètre des grains est obtenu à partir de la courbe granulométrique.  $d_{90}$  désigne le diamètre tel que 90% en masse du matériau est de diamètre inférieur.

**c) Calcul de la rugosité pour des sections composées :**

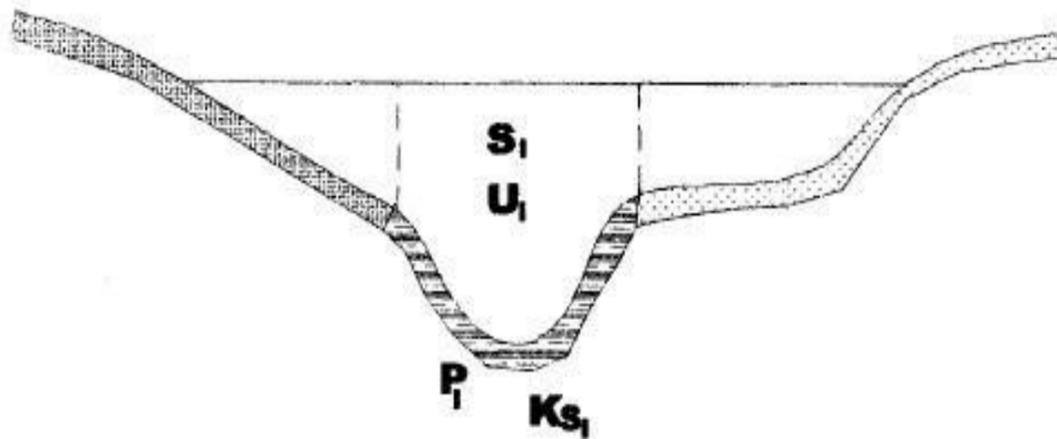
Ce cas peut se présenter dans le cas du débordement d'un canal ou de l'inondation d'un cours d'eau. Il convient de décomposer la section en fractions I, II, III...ect. Pour partager la section totale en sections partielles, Grantz propose de tracer les surfaces prolongeant les talus noyés.

Cas 1 : Les vitesses dans les sous-sections sont différentes



$$Q = \left( \sum K_{S,i} S_i R_{h,i}^{2/3} \right) \sqrt{I}$$

Cas 2 : La vitesse dans les sous-sections sont proches de la vitesse moyenne  $U$ . D'où l'expression de rugosité équivalente (Einstein, 1934) :



$$K_{S_{\text{éq}}} = \left( \frac{P}{\sum \frac{P_i}{K_{S_i}^{3/2}}} \right)^{2/3}$$