

## Calcul des portiques sous les charges horizontales

### 1. Généralités et définitions

La forme des bâtiments est l'élément le plus important car elle peut éviter des désordres graves voir la ruine totale de l'ouvrage même si les règles de calcul ( RPA 99 ,NV65 ou RPS 2000 , etc ) ont été respectées.

La forme devrait être aussi simple, symétrique et régulière que possible pour éviter des contraintes dues à la torsion qui reste bien souvent un facteur majeur de ruine. Il est souhaitable que les variations de rigidité soient progressives en plan et en élévation.

Les bâtiments en forme de L entraînent des concentrations de contraintes locales dans les angles qui peuvent être très néfastes.

La position du centre de gravité devrait être la plus bas possible avec une distribution uniforme des masses.

Le choix du système porteur et de sa disposition ; un choix judicieux va permettre de minimiser les coûts de la protection parasismique qui pour un ouvrage neuf ne devrait pas excéder 5% du prix du gros œuvre. Celui qui fait le plus de victimes dans le monde reste encore l'ossature poteaux poutres en béton armé avec un remplissage en maçonnerie de briques ou de parpaings. Sa fragilité est accrue surtout quand le ferrailage est insuffisant, quand le rez-de-chaussée est transparent pour installer des petits commerces et quand il n'y a pas de noyau de contreventement. C'est malheureusement le plus répandu car très économique, on le rencontre fréquemment en Algérie, au Maroc, en Turquie, en Espagne, au Portugal, en Inde et même en France...

Le contreventement permet d'assurer une stabilité horizontale et verticale de la structure sous l'action d'efforts horizontaux à savoir séisme, vent, etc. Ca nous amène à se poser des questions sur les systèmes de contreventement, leur composition, leurs méthodes de calcul, etc.

Dans certaines constructions d'importance moyenne, on réalise un squelette appelé ossature sur lequel reposeront les planchers. Ce squelette est constitué par une série de poutres et de poteaux de contreventement. Entre ces éléments résistants constitués par l'ossature, on exécute un remplissage en briques, en pierres , en verre, en acier (tôle ondulée) qui n'a qu'une fonction d'isolation à assurer.

On appelle élément porteur, les éléments d'une construction qui servent à reprendre les efforts verticaux dus aux poids propres des divers éléments constitutifs et aux surcharges verticales (d'exploitation essentiellement) et à les transmettre au sol par le biais des fondations.

## 1.1. Ossatures en béton armé et charpente métallique

On appelle ossature l'association d'éléments verticaux et d'éléments horizontaux, L'ossature a la fonction de résister à des efforts verticaux engendrés par les charges permanentes, les surcharges d'exploitation et à des efforts horizontaux dus aux vents et aux séismes.

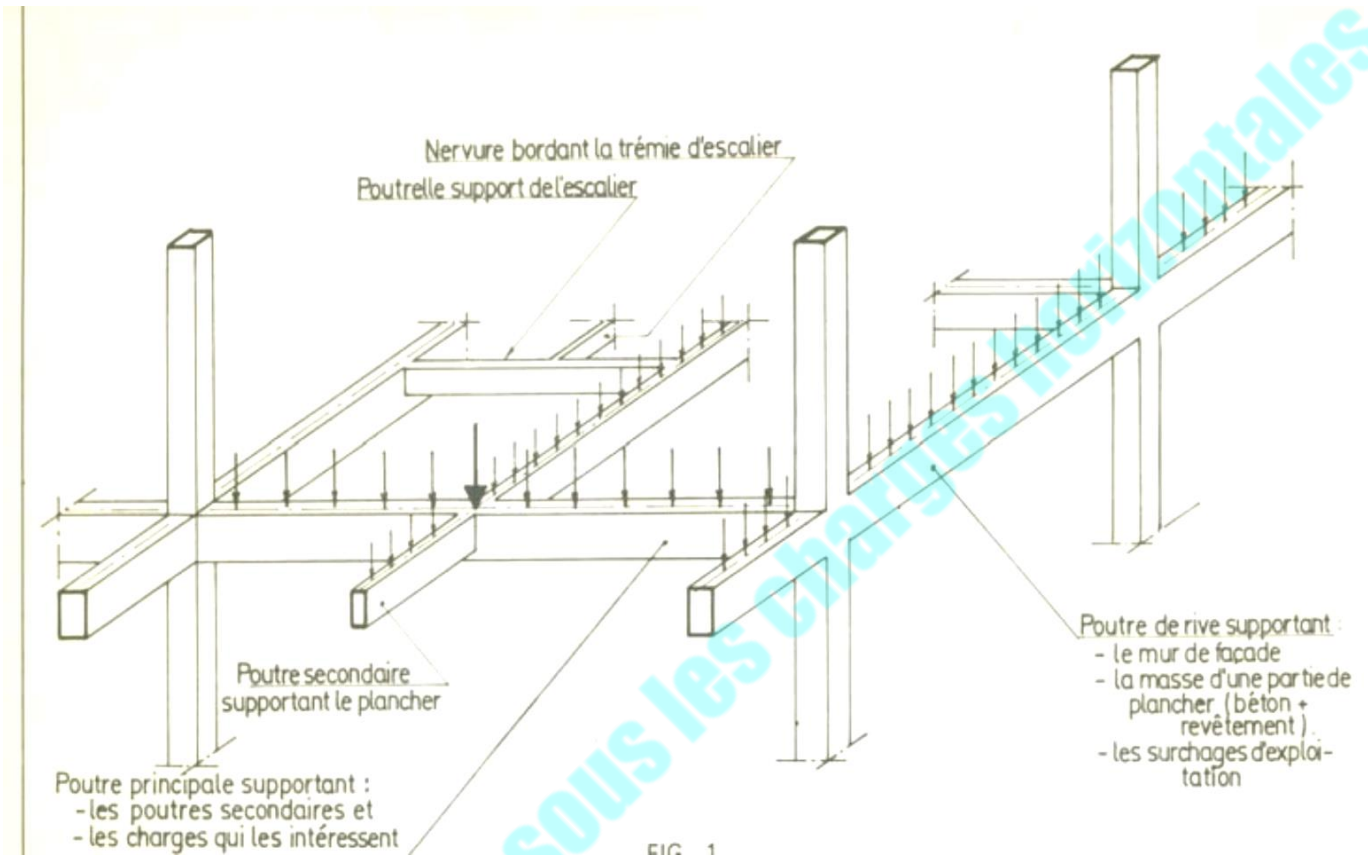


Figure.1. Les éléments de l'ossature

1) **Ossature** : structure dont les éléments verticaux sont constitués de poteaux par opposition aux murs ou voiles.

2) **Système Ossature** : Système de structure dans lequel la résistance aux actions horizontales et verticales est assurée principalement par des ossatures spatiales dont la résistance à l'effort tranchant à la base du bâtiment dépasse 65% de la résistance à l'effort tranchant du système structural dans son ensemble.

3) **Portique ou cadre rigide** : Un système constitué de poutres et poteaux sans triangulation, dont la rigidité vis-à-vis des actions horizontales repose sur la rigidité des assemblages entre poutres et poteaux. Structure composée de poteaux et de poutres rigidement liés ensemble. L'angle qu'ils forment est donc conservé même lorsqu'ils sont déformés sous l'action de charges. Par opposition, les poteaux et les poutres articulés, à angles variables, forment des cadres non rigides. Les portiques peuvent être simples (à une travée), multiples (à plusieurs travées), à étages ou multiples à étage.

4) **Stabilité de forme** : capacité d'une structure ou de l'un de ses éléments à conserver sa forme sous l'action des charges, aux déformations élastiques près. L'instabilité de forme, due à un manque de

rigidité, se produit dans le cas d'éléments élancés ou à parois minces. Elle conduit à leur mise hors service par flambage, cloquage, déversement, etc., avant que la résistance de leur matériau soit épuisée par ailleurs.

**4) Palée de stabilité :** élément vertical de contreventement constitué par une travée triangulée (tirants croisés, contreventement en V, en K, etc.).

#### 5) Contreventement des structures

**Contreventement :** ensemble d'éléments de construction assurant la rigidité et la stabilité d'un bâtiment vis-à-vis des forces horizontales engendrées par le vent, les secousses sismiques ou autres causes. Il comprend des diaphragmes et des éléments verticaux (contreventement vertical).

**6) Diaphragme :** ouvrage plan horizontal (plancher) ou incliné (versant de toiture) conçu pour résister aux forces qui agissent dans le même plan. Il doit transmettre les charges horizontales sur les éléments verticaux de contreventement.

### 1.2. Stabilité des constructions vis-à-vis des charges latérales

Du point de vue de la stabilité sous charges horizontales (vent, séismes,), on distingue deux types de structures :

- **structures auto-stables** ou **auto-contreventées** qui, de par leur conception vis-à-vis des charges gravitaires, sont stables également sous l'action des charges horizontales. C'est par exemple le cas des constructions comportant des portiques dans les deux directions principales, ainsi que celui des structures dites "spatiales" ou "tridimensionnelles" (coques, treillis 3D, structures gonflées, etc.) ;

- **structures contreventées** qui comportent un ensemble d'éléments de construction appelé contreventement, dans le but d'assurer la stabilité (et la rigidité) de l'ouvrage vis-à-vis des charges horizontales.

Lorsque le contreventement d'une construction non auto-stable est absent ou insuffisant, leur stabilité horizontale est compromise. L'insuffisance de contreventement a été souvent révélée par les séismes.

Le contreventement peut être réalisé par :

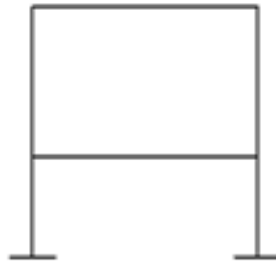
\* Voiles , \* Noyaux , \* Portiques

#### a- Le contreventement par voiles :

Il est généralement très rigide ce qui présente l'avantage de limiter à des valeurs très petites les déformations imposées aux éléments non structuraux (remplissages, cloisons, fenêtres,...).

#### b- Le contreventement par portiques :

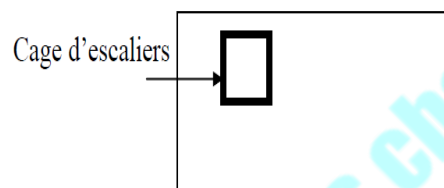
Il est beaucoup plus souple que le contreventement par voile, il impose donc des déformations importantes aux éléments non structuraux, ce qui peut compromettre leur tenue, par contre, il a une meilleure ductilité et il conduit à des efforts sismiques plus faibles.



**Figure.2.** Portique à deux étages

**c) Le contreventement par noyaux :**

Il est souvent utilisé pour les immeubles de grande hauteur. Les noyaux qui correspondent aux cages d'escaliers ou d'ascenseurs peuvent être combinés avec des éléments de contreventement situés en façade.



**Figure.3.** contreventement par noyaux

Les systèmes de contreventement doivent être conçus pour résister, non seulement aux efforts horizontaux, mais aussi aux moments de torsion qui sont dus à :

**1.3. Rôle et constitution du contreventement**

Rappelons que le contreventement a principalement pour objet :

- d'assurer la stabilité des constructions non auto-stables vis-à-vis des charges horizontales (celle des structures auto-stables étant assurée intrinsèquement), donc de transmettre ces charges jusqu'au sol ;
- de raidir les constructions, car les déformations excessives de la structure sont source de dommages aux éléments non structuraux et à l'équipement.

Dans le cas d'une construction parasismique, le contreventement comporte obligatoirement deux familles d'éléments :

- diaphragmes (contreventement horizontal) ;
- éléments verticaux de contreventement.

**1.3.1. Diaphragmes**

Le diaphragme est un ouvrage plan rigide, horizontal ou incliné, assurant trois fonctions principales.

- Transmettre les charges sismiques horizontales sur les éléments verticaux de contreventement (murs, travées triangulées ou portiques), figure.4.

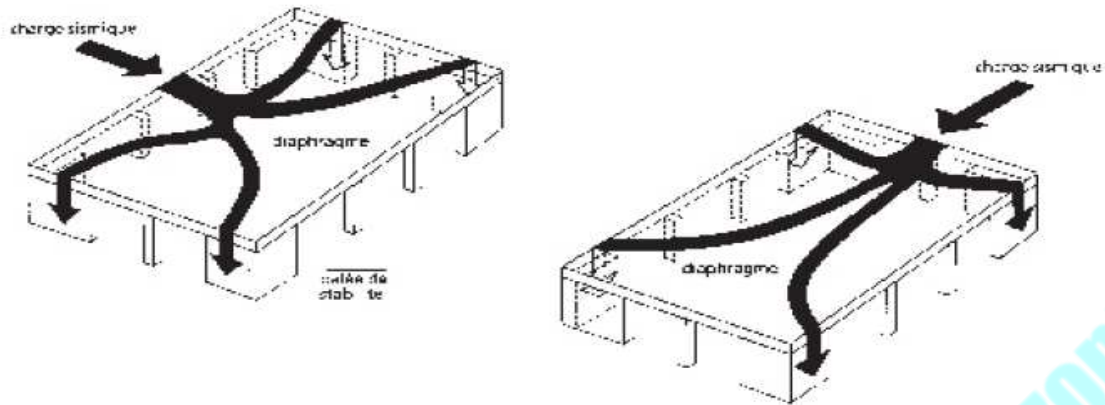


Figure.4. Transmission des charges sismiques horizontales par les diaphragmes sur les murs de contreventement (présentation schématique).

- Afin de donner lieu à une distribution des charges favorable, **il est souhaitable que les diaphragmes soient plus rigides dans leur plan que le contreventement vertical**. Néanmoins, les diaphragmes "flexibles", c'est-à-dire moins rigides que les éléments verticaux, ne sont pas interdits.
- **Raidir les bâtiments** à la manière d'un couvercle de boîte (figure.5). Le raidissage vise à prévenir le déversement des éléments porteurs verticaux.

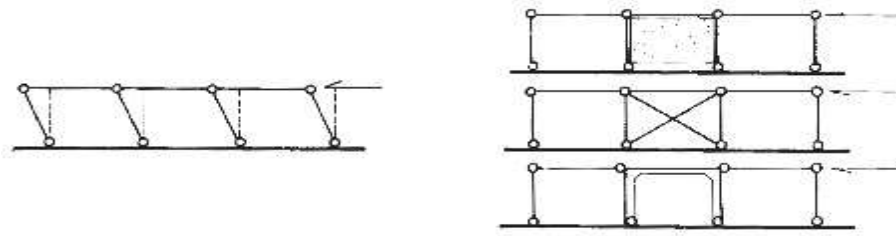


Figure.5. Effet raidisseur des diaphragmes.

### 1.3.2. Eléments verticaux de contreventement

#### 1) Rôle du contreventement vertical

Certaines structures, comme les ossatures en poteaux et poutres, n'ont fréquemment pas la rigidité nécessaire pour résister aux charges horizontales. L'adjonction d'éléments verticaux rigides dans leur plan permet alors d'assurer leur stabilité (figure.6). En cas de séisme, leur absence de palées de stabilité peut conduire à l'effondrement de la structure (figure.6a).



a) File de poteaux et poutres instable sous charges horizontales

b) Des éléments verticaux de contreventement (mur, tirants croisés ou portique) assurent la stabilité de la file dans son plan en formant une butée

Figure.6. Stabilisation d'une file de poteaux.

## 2) Nature des éléments verticaux de contreventement

Ces éléments peuvent être classés en trois catégories : panneaux rigides, portiques et palées triangulées.

- **Panneaux rigides** (figure.7) Il s'agit de murs en maçonnerie, voiles en béton ou béton armé, voiles "Travaillants" en bois, etc. Les éléments ainsi obtenus sont plus rigides que les autres types. Leur efficacité ne doit pas être réduite par des percements.

Les murs courbes peuvent également être employés. Dans ce cas, ils doivent être en béton armé (pour former une coque) et non pas en maçonnerie, car celle-ci éclate facilement quand elle n'est pas sollicitée dans son plan. Par ailleurs, il est souhaitable que les voiles courbes constituent des noyaux fermés.

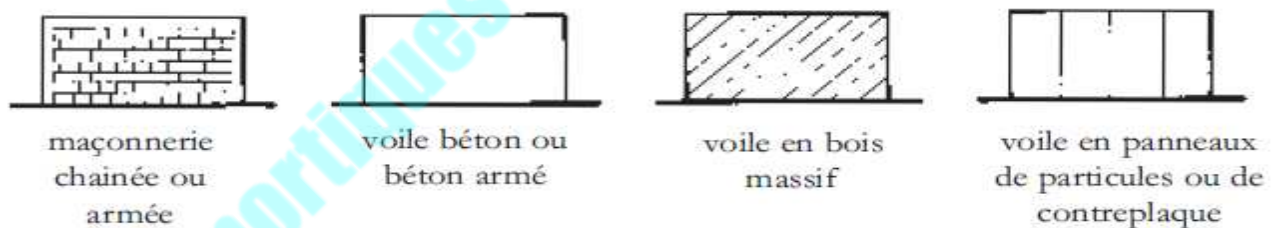


Figure.7. Panneaux rigides assurant le contreventement vertical

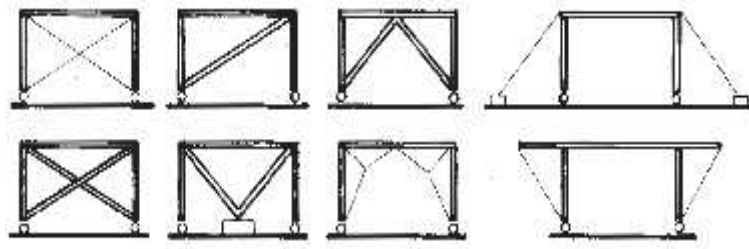
### - Palées de stabilité triangulées

Le contreventement triangulé, qui constitue également une solution "rigide" (convenant pour les bâtiments sur sol meuble) est fréquemment utilisé pour les structures en poteaux et poutres de hauteurs faible et moyenne, car il est plus économique que le contreventement par portiques.

Les barres inclinées, formant des triangles avec l'ossature, peuvent être rigides (fig. 5b) ou constituées de tirants, croisés ou non (figure. 8). Vis-à-vis des séismes, les barres rigides sont plus efficaces, quoique plus coûteuses. Elles résistent à la traction et à la compression.

Toutes les formes de triangulation sont acceptables sauf celles dans lesquelles des barres sont attachées entre les extrémités des poteaux et tendent donc à y provoquer une instabilité (figure.8). Par

ailleurs, il convient d'éviter une longueur excessive des barres afin de réduire le danger de flambement sous compression.



**Figure. 8.** Palées de stabilités triangulées.

**3) Le contreventement par portique :**

**- Définition :**

Un portique est une structure située dans un même plan vertical et constituée d'éléments appelés barres, c'est-à-dire dont deux dimensions sont petites par rapport à leur longueur.

Le portique le plus simple est un élément de structure composé de deux poteaux et d'une poutre. Deux de ces éléments permettent de supporter un élément de toiture ou un plancher.

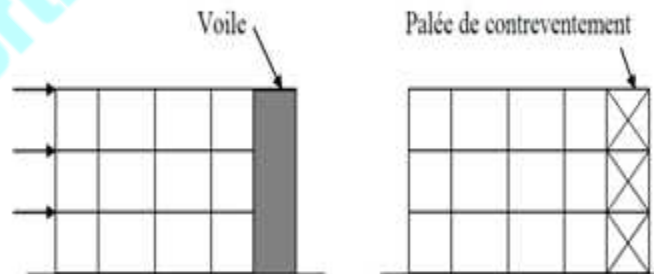
Pour comprendre l'idée du contreventement, imaginons un cube construit avec des allumettes. Il se déforme lorsque vous poussez sur un coin. Pour éviter cette déformation vous pouvez intercaler un élément diagonal sur trois des côtés.

**- Types de portiques :**

**\*a) Classification selon le type de nœud :**

On peut classer les portiques en deux catégories :

\* **Les portiques à nœuds déplaçables**, le contreventement sont assurée par des éléments raides tels que les voiles de contreventement, murs en maçonnerie.



**Figure. 9.** portiques à nœuds déplaçables

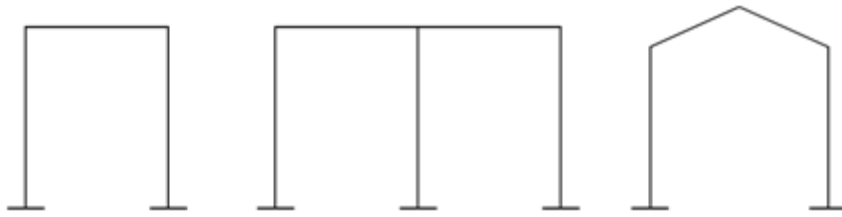
Les portiques à nœuds déplaçables reprenant directement les efforts horizontaux.

\* **Remarque :** les portiques en béton armé à nœuds déplaçables sont peu utilisés, car le contreventement est assuré de façon onéreuse et avec des déplacements pas toujours compatibles avec les déformations que peuvent supporter sans désordre les remplissages ( se référer à l'article B.8.1,2 du BAEL ).

**\* b) Classification selon la composition :**

**1) Portiques simples :**

Les portiques simples sont des portiques composés d'un seul étage.



**Figure. 10.** Exemple des portiques simples

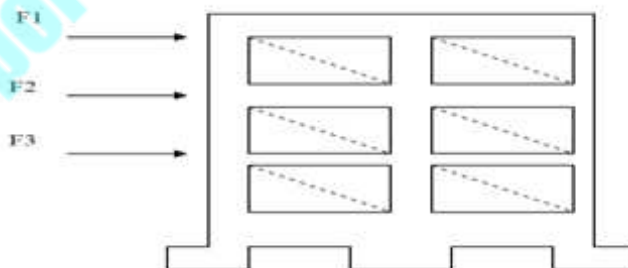
**2) Portiques multiples :**

Contrairement au portique simples les portiques multiples se composent de plusieurs étages et on les décompose en plusieurs portiques élémentaires pour déduire la partie de l'effort repris par chacun d'entre eux.



**Figure. 11.** Exemple de portique multiple

Dans les conditions, où la solution portique est onéreuse, on constitue souvent des pans verticaux de contreventement dont la rigidité est assurée par des triangulations ou des remplissages.



**Figure. 12.** Exemple de portique avec remplissage en maçonnerie

La figure.12. qui représente un bâtiment à trois étages et dans laquelle on a placé des remplissages en maçonnerie. On a alors on ce qui concerne les forces horizontales, un système triangulé dont les diagonales comprimées sont constituées par des bielles de maçonnerie.



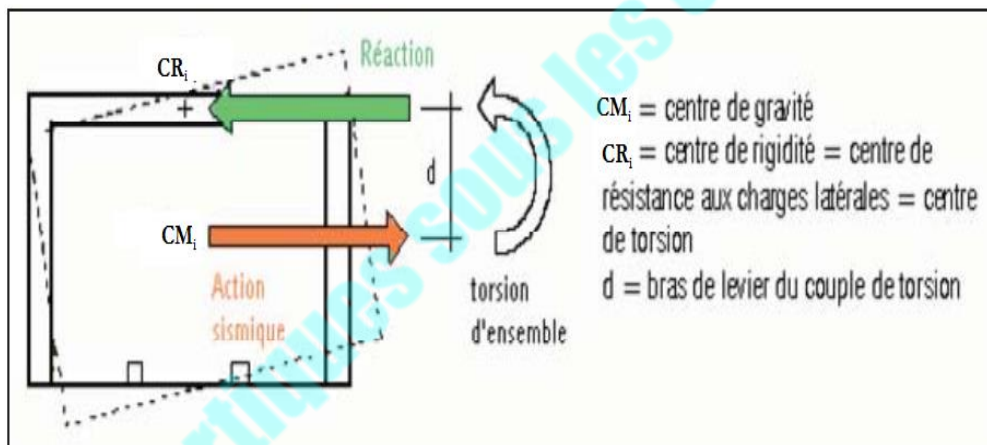
## 2. Notion du centre de torsion

Le centre de torsion est un point bien particulier de la section transversale massive ou bien mince, ouverte ou fermée. Lorsque les charges appliquées à la poutre ne passent pas par ce centre, la flexion de la poutre s'accompagne nécessairement d'une torsion.

La torsion autour de l'axe vertical est un phénomène destructeur lors d'un séisme car elle tend à solliciter de façon non uniforme les différents éléments de la structure. Il convient donc que les bâtiments puissent disposer, en plus de leur rigidité vis-à-vis des actions latérales, d'une résistance et d'une rigidité appropriées à la torsion. Afin de prendre en compte ce phénomène, il est nécessaire de comprendre son origine et ensuite d'expliquer comment calculer le centre de masse et le centre de rigidité, de montrer de quelle manière les codes de construction (Eurocode 8, RPA99, ...) intègre la torsion dans ses méthodes de calcul et d'énumérer les différents types de représentations simplifiées.

### 2. 1. Origines du phénomène de torsion

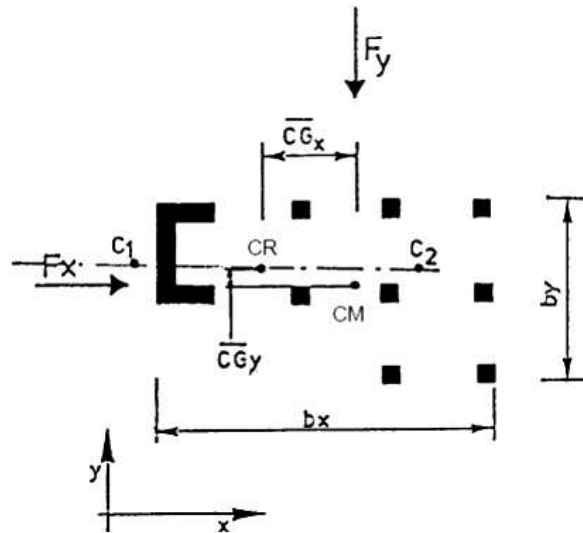
Dans le contexte de l'action sismique, plusieurs faits sont à l'origine de la torsion des bâtiments. Il y a d'abord l'existence d'excentricités structurales entre les centres de gravité  $CM_i$  et les centre de rigidité  $CR_i$  (ou centre de torsion) à chaque niveau  $i$ :



**Figure. 13.** Excentrement entraînant un phénomène de torsion [GIR 97]

- Les composantes horizontales de l'action sismique induisent dans une structure, outre la flexion et le cisaillement, de la torsion, car le centre de gravité  $CM_i$ , point de passage de la force d'inertie engendrée par le tremblement de terre à un niveau "i" donné, n'est généralement pas confondu avec le centre de torsion  $CR_i$  de cet étage.

Il en résulte les moments de torsion :  $M_t = V_y(CM_i CR_i)_x$  ou  $M_t = V_x(CM_i CR_i)_y$  (Figure.14).



**Figure14.** Le décalage entre CM et CR entraîne une torsion du bâtiment

Dans une construction multi - étagée, les centres de masses  $CM_i$  des différents étages  $i$  ne sont pas nécessairement sur une même verticale, pas plus que les centres de torsion  $CR_i$ . Un niveau "j" dont le centre de masse  $CM_j$  serait confondu avec le centre de torsion  $CR_j$  peut donc quand même être soumis à une torsion résultant des décalages entre CM et CR aux niveaux supérieurs.

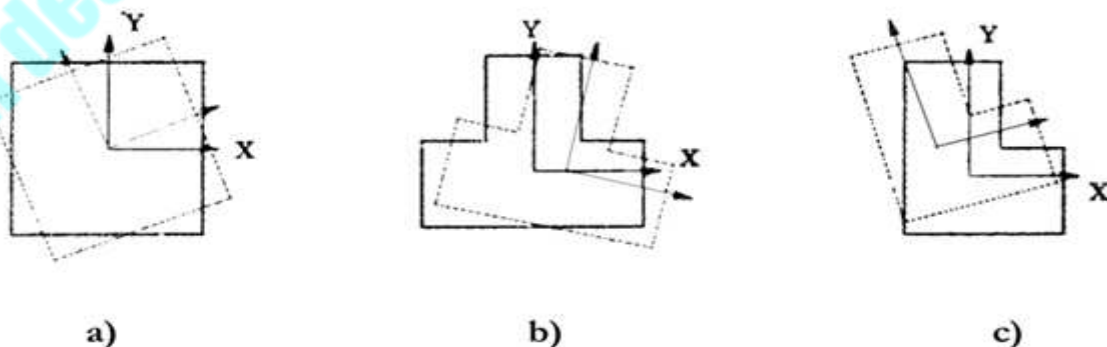
Ensuite, les incertitudes diverses sur les positions des centres de masse et des centres de rigidité à chaque étage sont des facteurs importants.

- La position du centre de masse de chaque niveau n'est pas connue de façon précise car elle dépend de l'utilisation de l'étage. En effet, l'affectation des locaux a une incidence importante sur la distribution des masses (archives, salle de réunion, etc...).

- La position des centres de rigidité de chaque niveau dépend de la flexibilité réelle des diverses unités de contreventement ; cette dernière n'est connue que par une estimation.

Enfin, il existe des phénomènes additionnels engendrant de la torsion, tels que :

- La possibilité de couplage des réponses longitudinale et torsionnelle . Le mode de torsion est pur dans une structure parfaitement symétrique (Figure.15.a) mais il peut être couplé à l'un ou aux deux modes latéraux dans une structure asymétrique (Figure.15.b, c).



**Figure.15.** Couplage des modes de torsion.

- Des mouvements horizontaux différentiels du sol correspondant à la propagation des ondes de cisaillement en surface, qui appliquent aux constructions des rotations alternées faisant appel à leur inertie torsionnelle ; cet effet existe toujours ; il est significatif pour les constructions dont la longueur est comparable à la longueur des ondes de cisaillement.

### III.2. 2. Prise en compte de la torsion selon l'Eurocode 8

L'Eurocode 8 considère qu'il y a deux contributions à la torsion en fonction de l'origine de ce phénomène. La « torsion naturelle » due à la « excentricité structurale  $e_0$  » qui représente la distance entre CM et CR et la « torsion accidentelle » due à l'« excentricité accidentelle  $e_a$  » qui représente la distance entre CM et CR.

- la torsion résultant de la non-coïncidence des centres de gravité CM avec les centres de torsion CR , qu'on appelle dans la suite **la torsion "naturelle"** , cependant que la distance entre CM et CR est appelée **excentricité structurale  $e_0$** .

- la torsion résultant des incertitudes et phénomènes additionnels divers, qu'on appelle dans la suite **torsion "accidentelle"** et qui est traduite dans une **excentricité accidentelle  $e_a$**  additionnelle à l'excentricité structurale  $e_0$ .

Dans l'Eurocode 8, l'« excentricité accidentelle » additionnelle à l'excentricité naturelle vaut :

$$e_{ai} = \pm 0,05 L_i \quad (1)$$

où  $e_{ai}$  : est l'excentricité accidentelle de la masse du niveau  $i$  par rapport à sa position nominale, appliquée dans la même direction à tous les niveaux et  $L_i$  est la dimension du plancher perpendiculaire à la direction de l'action sismique.

Pour un séisme de direction  $y$ , les moments de torsion de calcul à considérer dans l'analyse simplifiée sont :

$$M_{t1} = V_i (e_{0x} + 0,05L_i) \quad \text{et} \quad (2)$$

$$M_{t2} = V_i (e_{0x} + 0,05L_i) \quad (3)$$

La réponse en torsion d'un bâtiment peut en pratique être calculée par deux approches :

- une analyse à l'aide d'un modèle 3D de la structure, effectuée à l'aide d'un logiciel permettant de considérer les flexibilités de tous les éléments structuraux. La torsion **naturelle** est automatiquement calculée par ce modèle, mais pas la torsion **accidentelle**.

- une analyse approchée, permettant un calcul manuel, mais qui demande diverses hypothèses simplificatrices pour aboutir

Pour les structures dont les éléments de raideur et les masses sont distribués symétriquement et qui sont dimensionnées à l'aide d'une analyse statique, l'EC8 propose deux méthodes pour prendre en compte l'effet de torsion due à l'excentricité accidentelle.

Ces deux méthodes sont décrites ci-après.

\* En appliquant les moments de torsion statiques

$$M_{ai} = F_i \cdot e_{ai} \tag{.4}$$

$$e_{ai} = \pm 0,05 \cdot L_i \tag{.5}$$

où :

$e_{ai}$  : est l'excentricité accidentelle de la masse du niveau " i " par rapport à sa position nominale, appliquée dans la même direction à tous les niveaux.

$F_i$  : la force horizontale d'étage agissant au niveau i .

$L_i$  : est la dimension du plancher dans la direction perpendiculaire à celle de l'action sismique.

\* En multipliant les effets des actions dans chaque élément de contreventement par un coefficient  $\delta$

On considère seulement les forces horizontales sans moment.

$$\delta = 1 + 0,6 \frac{x}{L_e} \tag{.6}$$

où :

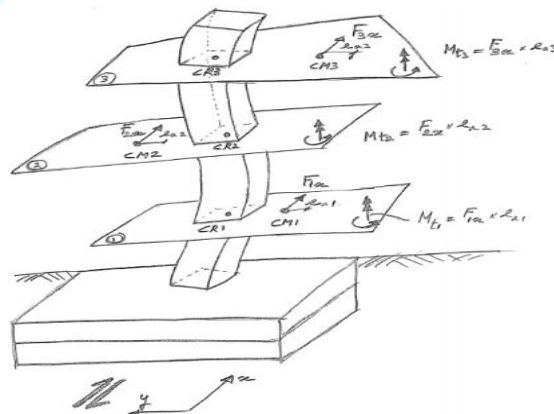
x : est la distance (en plan) de l'élément considéré au centre de gravité du bâtiment.

$L_e$  : est la distance entre les deux éléments extrêmes du contreventement, mesurée perpendiculairement à la direction de l'action sismique considérée.

Si l'analyse est effectuée à l'aide de deux modèles plans, un pour chaque direction horizontale principale, les effets de torsion peuvent être déterminés en doublant l'excentricité  $e_{ai}$  et en augmentant le facteur 0,6 de la formule du calcul de  $\delta$  à 1,2.

### 2.3. Répartition des forces horizontales de niveau sur les portiques par la méthode du centre de torsion

On peut éventuellement effectuer un estimation simplifiée des forces horizontales d'étage  $F_i$  en effectuant une distribution triangulaire de la résultante globale de cisaillement en pied du bâtiment, valeur simple donnée comme résultat de l'analyse.



**Figure.15.** Les effets des excentricités accidentelles  $e_{ai}$  sont calculés séparément dans une analyse statique où on applique les  $M_{ti}$ .

L'application d'un moment de torsion  $M_{ai}$  peut être effectuée :

- en appliquant un moment  $M_{ai}$  d'axe vertical en un point quelconque du diaphragme
- en appliquant une paire de forces  $FT_i$  égales, parallèles, de direction opposée et entre distantes de  $d_i$ ,  
tel que :  $F \cdot T_i \cdot d_i = M_{ai}$  (.7)

La position de la paire de forces  $FT$  est quelconque, comme leur orientation, car le résultat est seulement un couple appliqué.

On combine les effets (sollicitations, déplacements) calculés dans l'analyse 3D (effets définis positifs par les moyennes quadratiques) aux effets résultant de l'application des moments  $M_{ai}$  (qui peuvent être négatifs ou positifs). Compte tenu du problème de signe, c'est  $(\pm S_{3D} \pm S_{torsion,acc})$  qu'il faut considérer.

La solution décrite et admise dans l'Eurocode 8 est une simplification qui place en sécurité.

On peut aussi penser à évaluer les sollicitations torsionnelles résultantes en déplaçant les centres de gravité d'étage de l'excentricité accidentelle requise, tout en conservant la même masse totale à chaque niveau, mais il faut noter :

- il n'y a pas une distribution de masse unique qui réalise cette condition,
- déplacer les masses change les modes et les périodes, ce qui introduit une erreur dans le calcul.

On note aussi que, dans les structures très dissymétriques, l'excentricité accidentelle  $e_a=0,05L$  peut être faible devant l'excentricité naturelle  $e_0=CM-CR$ . (.8)

Dans ce cas, les effets de l'excentricité accidentelle peuvent être négligés.

### 3. Calcul des portiques sous les forces horizontales par la méthode de Muto

#### 3.1. Introduction

La stabilité de notre ouvrage vis-à-vis des charges horizontales et verticales est assurée pour les portiques suivants les deux sens, ainsi le calcul des rigidités de la structure, sous des charges horizontales (séisme, vent) se fera en utilisant la méthode du "Muto".

#### 3.2. Méthode du Muto

Cette méthode proposée par la réglementation parasismique japonaise se prête bien pour les portiques sollicités par des efforts horizontaux. Elle est basée sur la notion de rigidité de niveau d'étage.

Muto propose des formules approchées, elles nous permettent en première étape de distribuer dans les niveaux correspondants l'effort tranchant "T" et dans les différents portiques et dans une deuxième étape, de déduire les moments fléchissant dans les poteaux et dans les poutres les sollicitations sismiques.

La rigidité relative de niveau d'un portique dont "Muto" suggère comme valeur de rigidité avec poteau parfaitement encastré multipliée par un coefficient "a" correcteur tenant compte de la flexibilité des poutres arrivant aux nœuds.

soit :  $R^\infty$ : rigidité relative de niveau d'un portique avec poteaux parfaitement encastres ( ou bien poutres infiniment rigide.

$R$ : rigidité relative de niveau d'un portique corrigé au sens de "Muto"

On a :  $R = a \cdot R^\infty$  (9)

**3. 3. Etape de calcul**

1- calcul des raideurs des poteaux et des poutres :

$K_{poteau} = \left(\frac{I}{h_e}\right)$   $I$ : inertie de l'élément considéré ( poteau ou poutre),

$K_{poutre} = \left(\frac{I}{L}\right)$   $h_e$ : hauteur du poteau considéré,  
 $L$ : portée de la poutre considéré.

2- calcul des coefficients  $\bar{K}$  relatifs aux portiques transversaux et longitudinaux.

**Tableau. III.1.** coefficients  $\bar{K}$  relatifs aux portiques transversaux et longitudinaux

	Etage courant		R.D.C Articulation ou encastrement parfaits	
Forme				
$\bar{K}$	$\frac{K_1 + K_2 + K_3 + K_4}{2 \cdot K_p}$	$\frac{K_1 + K_2}{2 \cdot K_p}$	$\frac{K_1 + K_2}{K_p}$	$\frac{K_1}{K_p}$
Formule générale	$\bar{K} = \frac{\sum K_i}{2 \cdot K_p}$ (poutres supérieurs et inférieurs)	(III.10)	$\bar{K} = \frac{\sum K_i}{2 \cdot K_p}$ (poutres supérieurs)	(III.11)

3- calcul des coefficients correcteurs " a "

a) étage courant :  $a = \frac{\bar{K}}{2 + \bar{K}}$  (12)

b) premier niveau :

- poteau encastéré :  $a = \frac{0,5 + \bar{K}}{2 + \bar{K}}$  (13)

- poteau encastéré :  $a = \frac{0,5 \cdot \bar{K}}{1 + 2 \bar{K}}$  (14)

**3. 4. Calcul des rigidités des poteaux suivant les deux sens :**

a) étage courant

$$r = a \cdot \frac{12 EI}{h_e^3} \tag{15}$$

b) premier niveau

- poteau encastré à la base  $r = a \cdot \frac{12 EI}{h_e^3}$  (16)

- poteau articulé à la base  $r = a \cdot \frac{3 EI}{h_e^3}$  (17)

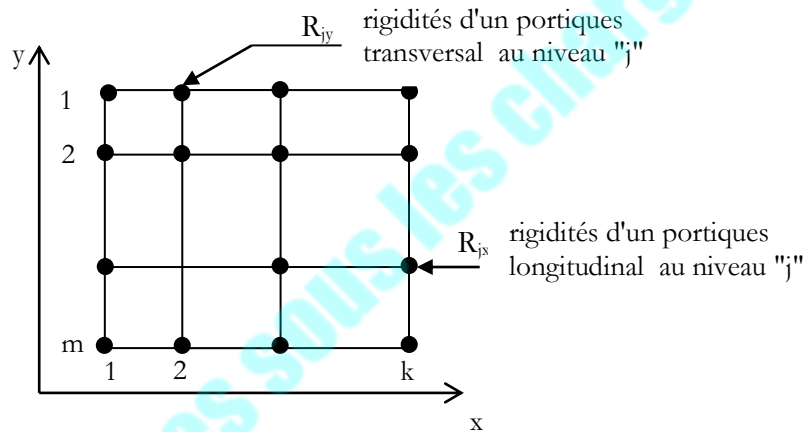
Avec :

E : Module de Young du béton armé:

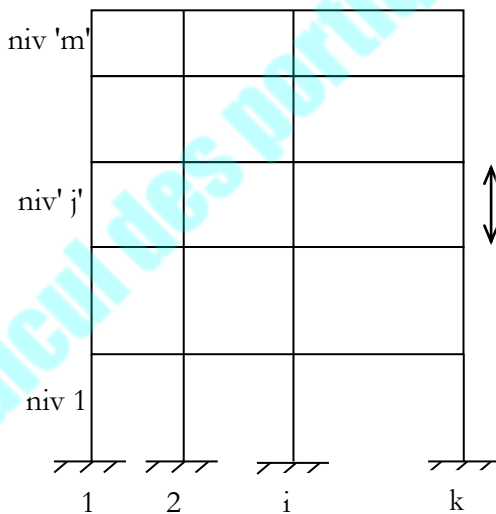
I : Inertie de la section du poteau suivant le sens considéré.

h<sub>e</sub> : Hauteur du poteau.

**3. 5. Calcul des rigidités relatives de niveau des portiques transversaux et longitudinaux.**



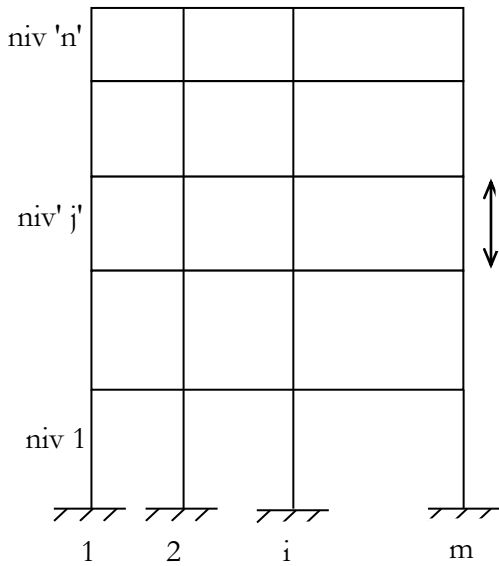
**Figure.16 .** Vue en plan étage "j"



$$R_{jx} = \sum_{i=1}^{i=k} a_i \frac{12 E I_i}{h_i^3} \tag{III.20}$$

$I_i$ : inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau "i" parallèle à l'axe "y"

**Figure.17.** Portique longitudinal



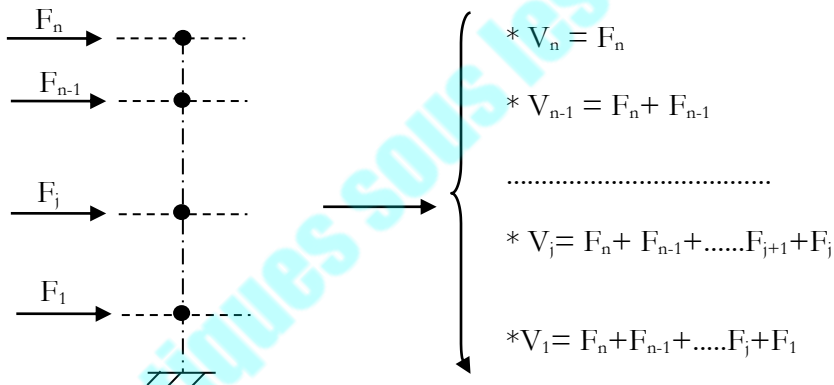
$$R_{jx} = \sum_{i=1}^{i=m} a_i \frac{12 E I_i}{h_j^3} \quad (III.21)$$

I<sub>i</sub>: inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau "i" parallèle à l'axe "x"

Figure.18. Portique transversal

### 3.6. Détermination des efforts tranchants de niveau par étage :

Soient F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub> ..... , F<sub>n</sub> les forces sismiques calculées d'après le règlement en vigueur (RPA RNV...)



### 3.7. Détermination du centre de torsion (C<sub>j</sub>) à l'étage (j)

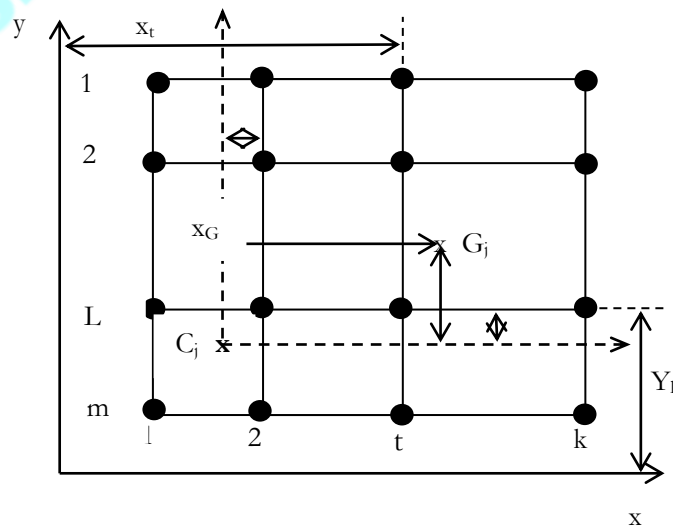


Figure.19. Calcul du centre de torsion



\*  $C_j$  : centre de torsion à l'étage " j "

(  $x_c$  ,  $y_c$  les coordonnées de  $C_j$  ) à (  $oxy$  )

\*  $G_j$  centre de gravité du plancher " j "

(  $x_j$  ,  $y_j$  les coordonnées de  $G_j$  ) au niveau (  $C_j$ ,  $x$ ,  $y$  )

\*  $x_t$  : distance d'une portique transversal à l'axe  $oy$

\*  $y_l$  : distance d'une portique longitudinal à l'axe  $ox$ .

On a :

$$x_c = \frac{\sum_{t=1}^{t=k} R_{jt} x_t}{\sum_{t=1}^{t=k} R_{jt}} ; \quad (22)$$

$$y_c = \frac{\sum_{l=1}^{l=m} R_{jl} y_l}{\sum_{l=1}^{l=m} R_{jt}} \quad (23)$$

### 3.8. Détermination de la rigidité à la torsion à l'étage " j "

$$R_{j\theta} = \sum_{t=1}^k R_{jt} (x_t)^2 + \sum_{l=1}^m R_{jl} (y_l)^2 \quad (24)$$

\*  $R_{j\theta}$  : rigidité à la torsion de l'étage " j "

\*  $x_t$  : distance d'une portique transversal à l'axe  $C_y$

\*  $y_l$  : distance d'une portique longitudinal à l'axe  $C_x$ .

### 3.9. Répartition des efforts tranchants par étage aux différents portiques

Soient :  $V_{jx}$  : effort tranchant engendré par le séisme ou le vent dans le sens " x " à l'étage " j ".

$V_{jy}$  : effort tranchant engendré par le séisme ou le vent dans le sens " y " à l'étage " j ".

Dans le cas courant, les rigidité de niveau des portique  $R_x$  ou  $R_y$  ne varient pas ou varient progressivement de la même façon suivant la hauteur du bâtiment, on peut dans ce cas considérer que le centre de torsion  $C$  et le centre de gravité  $G$  varient peu d'une étage à l'autre.

$x_G = \text{constante}$  ,

$y_G = \text{constante}$

alors on aura :

$$V_{jx}^l = V_{jx} \frac{R_{jl}}{\sum_{l=1}^m R_{jl}} + V_{jx} Y_G \frac{R_{jl} y_l}{R_{j\theta}} \quad (25)$$

$V_{jx}^l$  : effort tranchant de niveau " j " revenant au portique longitudinal " l "

$$V_{jy}^t = V_{jy} \frac{R_{jt}}{\sum_{t=1}^k R_{jt}} + V_{jy} X_G \frac{R_{jt} x_t}{R_{j\theta}} \quad (26)$$

$V_{jy}^t$  : effort tranchant de niveau " j " revenant au portique transversal " t ".

**Remarque :** dans le cas d'un bâtiment présentant quelques portiques inclinés

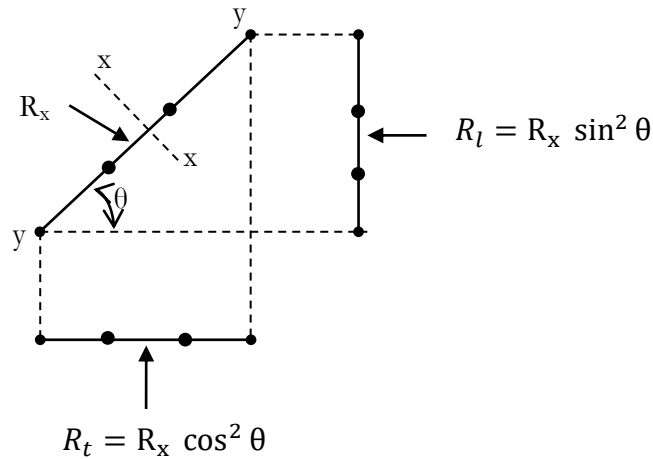


Figure.20. Portique incliné

**Exemple :**

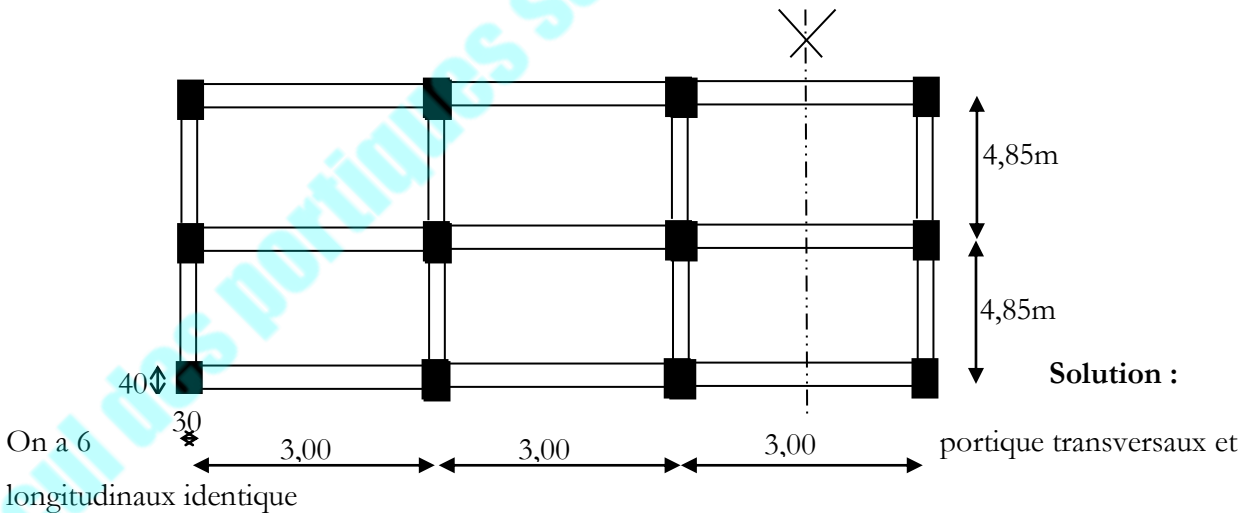
Soit l'ossature ci-dessus à 9 étages ; calculée les forces horizontales par la méthode de Muto.

Tous les étages sont identiques,

- la hauteur d'étages est constante :  $h_j = h = 3.00\text{m}$  ;  $j=1$  à  $10$ .

- la masse est constante :  $m_j = m = 145\text{ t}$  ;  $j=1$  à  $10$  ;

les dimensions des poteaux (30x40) et les poutres (25x50).



**Solution :**

- calcul de la rigidité relative d'étage  $R_i$ .

- . calcul des inerties :

$$\text{poteau (30x40)} : I = \frac{30 \cdot 40^3}{12} = 160\,000\text{ cm}^4$$

$$\text{poutre (25x50)} : I = \frac{25 \cdot 50^3}{12} = 260\,416,67\text{ cm}^4.$$

- . calcul des raideurs (I/L) :

$$\text{poteau (30x40)} : \frac{I}{L} = \frac{160\,000}{300} = 533.33 \text{ cm}^3$$

$$\text{poutre (25x50)} : \frac{I}{L} = \frac{260416,67}{485} = 537 \text{ cm}^3$$

calcul des coefficients correcteurs :  $a = \frac{\bar{K}}{2+\bar{K}}$

$$\bar{K} = \frac{2 \times 537}{2 \times 533.33} = 1,01 \quad ; \quad a = 0,34$$

calcul de la rigidité relative d'étage :

$$j=1 \text{ à } 10 : R_j = 6[2 \times 0,34 + 0,5] \frac{12 \cdot E \cdot 160000}{300^3} = 0,5035 E$$

Calcul des portiques sous les charges horizontales