

TP 5 : Résolution numérique des systèmes d'équations linéaires

I. Travail dirigé

1) Résoudre par la méthode d'élimination de Gauss le système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 0 \\ 8 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 26 \\ 35 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2) Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ 2 & -1 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 17 \\ -18 \end{bmatrix} \quad (2)$$

a. Vérifier que la méthode de Gauss-Seidel converge pour ce système.

b. Résoudre par la méthode de Gauss-Seidel (à une précision de 10^{-2}) ce système, en utilisant le vecteur de départ : $X^0 = [0 \ 0 \ 0]^T$.

II. Travail pratique

1) Méthode d'élimination de Gauss

a. Ecrire un algorithme de calcul pour la méthode d'élimination de Gauss.

b. Ecrire un programme Matlab qui permet de calculer la solution du système (1) par la méthode d'élimination de Gauss.

c. Comparer avec la solution donnée par les commandes suivantes : $X = \text{inv}(A) * B$ et $X = A \setminus B$

2) Méthode de Gauss-Seidel

a. Calculer la solution exacte du système (2) en utilisant la commande : $X = \text{inv}(A) * B$ ou $X = A \setminus B$

b. Ecrire un algorithme de calcul pour la méthode de Gauss-Seidel.

c. Ecrire un programme Matlab qui permet de calculer la solution du système (2) par la méthode de Gauss-Seidel, à une précision $\varepsilon = 10^{-2}$, en utilisant le vecteur de départ : $X^0 = [0 \ 0 \ 0]^T$.

d. Exécuter ce programme pour les précisions 10^{-3} , 10^{-4} et 10^{-6} . Conclure.