Project Management : PERT / CPM

Introduction,

Programming evaluation & review technique (PERT) and critical path method (CPM), was designed to help the managers to control and monitor the progress of the project. PERT began with its initial application to the Polaris project in 1958, while CPM began with its initial application to control the maintenance of the project for Du Pont's chemical plants. PERT and CPM are identical in concept and methodology. The deference between them is: with PERT activity time are probabilistic or stochastic, while with CPM activity time are deterministic.

Basic Concepts:

- Network: is a graphical or a diagram indicate to the activities on the tasks that required to complete the project.
- Critical Path: is the path that associated with the longest amount of time.
- Dummy activity: is associated with activity on arrow (AOA) to preserve the precedence logic. This dummy activity takes Zero time and generally indicated by broken arrow.
- Total float (slack time) : is the difference between LS and ES or between LF and EF.
- Earliest Start (ES) time: is equal to the latest earliest finish of its immediate predecessor, or Zero, if it has no predecessors.
- Earliest Finish (EF) time: is equal to its earliest start (ES) time plus its duration. Earliest start (ES) time and earliest finish (EF) can be found by working forward through the network.

- *Latest Start (LS) time: is equal to its latest finish (LF) time minus its duration.*
- *Latest Finish (LF) time: is equal to the smallest of (LS) of its time for all activities that immediately follow the activity. Latest start (LS) time and latest finish (LF) time can by found by working backward through the network.*

يعتبر استخدام البرمجة الشبكية Network Programming من أهم الوسائل المستخدمة في حل المشاكل التي تواجه إدارة المشروع وبالأخص المشاريع الكبيرة والمعقدة وذلك في مرحلتي التخطيط والسيطرة .

إن استخدام البرمجة الشبكية يتطلب ما يلي :-

1- بيان ماهية المشروع وأهدافه Project Discretion and Objective .

2- تقسيم المشروع إلى مراحل Stages والمراحل إلى حزم عمل Work Packages وحزم العمل إلى وحدات عمل Work Units .

3- تحديد العلاقة بين جميع الأنشطة أو المهام .

4- وضع الخطط اللازمة لتنفيذ العمل أي إصدار أوامر العمل إلى وحدات العمل لغرض تنفيذها ، كما يتطلب وضع خطط لمواجهة المستجدات التي يمكن أن تحدث والتي تؤثر بشكل مباشر أو غير مباشر على إنجاز المشروع .

مراحل العمل باستخدام البرمجة الشبكية :-

اولا – مرحلة التخطيط Planning Phase :-

أ- تقسيم العمل إلى وحدات صغيرة Work – Breakdown Structure وتعتبر الأداة الرئيسية لجدولة العمل ومن ثم قياسها والرقابة عليها .

ب- بناء شبكة عمل للمشروع Network تشير إلى الوظائف Jobs الأساسية والأنشطة الضرورية اللازمة لإنجاز المشروع مع بيان العلاقات والتسلسل المنطقي لهذه الأنشطة أو الوظائف.

ثانيا – مرحلة الجدولة Project Scheduling Phase :-

تتضمن هذه المرحلة الأبعاد التالية :-

أ- تحديد الوقت اللازم لإنجاز كل نشاط من أنشطة المشروع .

ب- تقدير التكاليف اللازمة لإنجاز كل نشاط من أنشطة المشروع وبالتالي التكاليف الكلية اللازمة لإنجاز المشروع .

ج- تحديد الموارد المادية والبشرية اللازمة لكل نشاط من أنشطة المشروع .

ثالثا – مرحلة الرقابة Control Phase :-

وفي هذه المرحلة يتم التأكد من أن العمل قد تم تنفيذه وفق ما خطط له وإذا كان هناك أي انحراف، فإن ذلك يتطلب إجراء التعديلات الضرورية على الخطة ، ومن هذه الانحرافات:-

أ- تأخر بعض الأنشطة عن الوقت المحدد للإنجاز .

ب-ظهور بعض الاختلافات في كمية الموارد المادية والبشرية المتاحة عن الكمية المقدرة في الخطة .

ج- التطورات التكنولوجية ذات العلاقة بالمشروع والمتعلقة بالمواد والآلات والمعدات .

طريقة بيرت PERT والمسار الحرج CPM

Programming evaluation & Review Technique

لقد ظهرت مشكلة إدارة المشاريع إلى الواجهة في عام 1958 عندما واجهت الولايات المتحدة مشكلة تتعلق ببرنامجها مشروع صواريخ بولارس Polaris Missile Project حيث تطلب هذا المشروع وسائل جديدة غير المتعارف عليها للجدولة والسيطرة، مما حدى ببعض العلماء العاملين في البحرية الأمريكية للمشاريع الخاصة Booz Alen & Hamilton من تطوير أسلوب جديد هو أسلوب تقييم ومراجعة البرامج Programming Evaluation & Review Technique وذلك بالتعاون مع قسم أنظمة الصواريخ التابع لسلاح الجو الأمريكي مما ترتب على استخدامه في هذا المشروع الكبير والمعقد

توفير مدة أمدها سنتان من المدة المقررة لإنجاز المشروع وبالتالي لاقا هذا الأسلوب PERT قبولا واسعا من مختلف القطاعات الحكومية والخاصة . وفي نفس الفترة تقريبا استحدث أسلوب آخر هو أسلوب المسار الحرج Critical Path Method (CPM) بواسطة مؤسسة راند وشركة دو بونت Du Pont & Remington Corporation وذلك بواسطة فريق لبحوث العمليات وبالتعاون مع Univac Division التابع لنفس المؤسسة وكان أول تطبيق لهذا الأسلوب في المملكة المتحدة عام 1958 في مشروع محطة للطاقة النووية وفي عام 1965 استخدم هذا الأسلوب أيضا في مشروع خط فكتوريا لمواصلات السكك الحديدية تحت الأرض، وقد ساعد استخدام هذا الأسلوب في إنجاز المشروع بأقل من الوقت المقرر وبتوفير مبلغ مقداره 65 مليون باوند إسترليني من القيمة المقدرة الكلية للمشروع والذي كان يتضمن أكثر من 9000 نشاط .

عناصر شبكة العمل Network Elements

1- الحدث Event هو مؤشر لبداية نشاط معين أو لنهايته أي أنه نهاية لنشاط سابق وفي نفس الوقت بداية لنشاط لاحق ويعبر عنه في شبكة PERT برقم داخل دائرة وتأخذ هذه الأرقام شكل تصاعدي حيث تبدأ من رقم واحد وتنتهي بآخر رقم مرتبط بالأنشطة النهائية .

2- النشاط Activity هو أحد الوظائف التي يتكون منها المشروع والتي يتطلب إنجازها عن طريق الجهود البشرية والمادية، وفي شبكة PERT يعبر عن النشاط بسهم مرتبط بدائرتين إحداهما تمثل البداية والأخرى تمثل النهاية ويكون رمز النشاط فوق السهم وبجانبه الوقت اللازم لإنجاز النشاط .

3- النشاط الوهمي Dummy Activity هو نشاط ليس له وجود يستخدم فقط لتسهيل رسم الشبكة وبيان العلاقة بين الأحداث بصورة منطقية وهو بالتالي لا يحتاج إلى وقت أو موارد ويعبر عنه في شكل سهم متقطع .

4- المسار Path هو عبارة عن سلسلة من الأنشطة المتصلة وغير المتقطعة ويبدأ المسار من الأصل أي بداية أول نشاط وتنتهي في نهاية آخر نشاط .

5- المسار الحرج Critical Path هو المسار الأطول من بين جميع المسارات المكونة للمشروع ويتكون من السلسلة الحرجة المكونة للمسار الحرج .

الاختلاف بين PERT و CPM

The difference between PERT & CPM

إن الاختلافات الرئيسية بين بيرت والمسار الحرج يمكن إجمالها بما يلي:

1- أسلوب PERT يعتمد على ثلاثة أنواع من الوقت، هي الوقت المتفائل Optimistic time ويرمز له بالرمز a والوقت الأكثر احتمالا Most Likely time ويرمز له بالرمز m والوقت المتشائم Pessimistic time ويرمز له بالرمز b ، في حين يعتمد أسلوب المسار الحرج CPM على توقع زمني واحد لإنجاز أي نشاط .

2- أسلوب PERT احتمالي Probabilistic بينما أسلوب المسار الحرج CPM محدد Deterministic .

3- في طريقة PERT تستخدم الأسهم للتعبير عن الأنشطة والدوائر للتعبير عن الأحداث أو مواعيد بدء وانتهاء كل نشاط في حين في أسلوب المسار الحرج CPM تستخدم الدوائر للتعبير عن الأنشطة والأسهم للتعبير عن اتجاه أو توالي العمليات .

4- في أسلوب PERT لا يسمح بتقاطع الأسهم لأن كل سهم يمثل نشاط معين، أما في أسلوب المسار الحرج CPM فيمكن تقاطع الخطوط حيث أنها تستخدم فقط لإيضاح تتابع أو توالي الأنشطة .

5- في أسلوب PERT قد تستدعي الحالة استخدام الأنشطة الوهمية Dummy Activity والتي يتم التعبير عنها بأسهم متقطعة بهدف تسهيل رسم شبكة العمل، أما في أسلوب المسار الحرج CPM فإن الأنشطة الوهمية لا تستخدم .

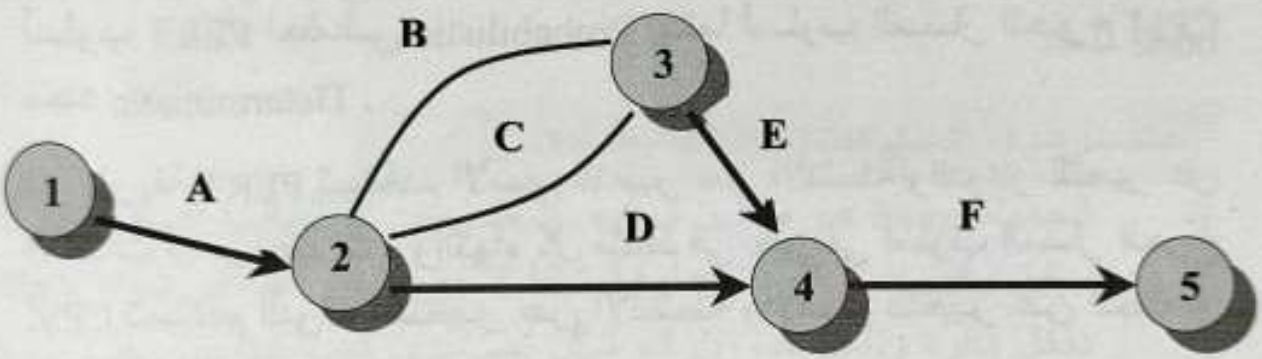
وبالرغم من وجود الاختلافات التي أشرنا إليها إلا أن PERT و CPM متماثلان في المفهوم والمنهجية وكلا النموذجين يوصلان إلى نفس النتائج .

توضيح لاستخدامات النشاط الوهمي Dummy Activity

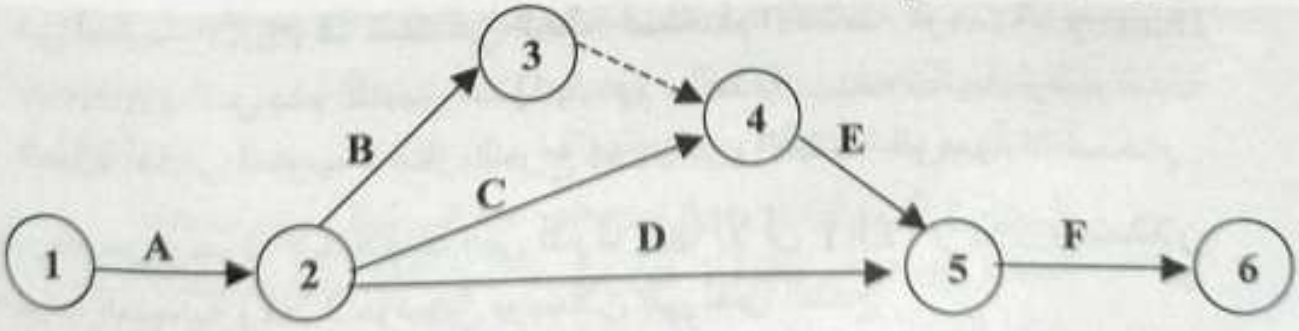
مشروع يتكون من ستة أنشطة من A إلى F وكما مبين في الجدول التالي مع الأنشطة السابقة Immediate Predecessor والمطلوب رسم شبكة العمل لهذا المشروع باستخدام أسلوب النشاط على السهم Activity On Arrow .

Activity	Immediate Predecessor
A	None
B	A
C	A
D	A
E	B , C
F	D , E

الحل :-



يلاحظ ان النشاط B,C ابتدءا من الحدث رقم 2 وانتهيا في الحدث رقم 3 وهذا لا يجوز(لا يجوز لنشاطين أو أكثر أن تكون لهما نفس البداية ونفس النهاية) ولكي نتغلب على هذه المشكلة يتطلب استخدام النشاط الوهمي Dummy Activity وبذلك تكون الشبكة كما يلي :-

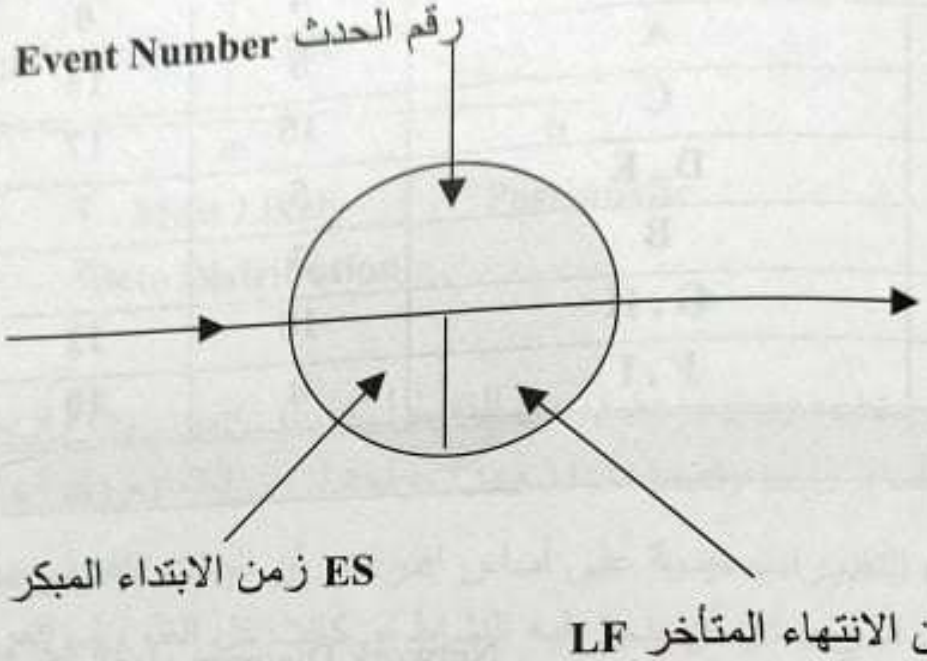


المسار الحرج Critical Path

لغرض إيجاد المسار الحرج Critical Path لأي مشروع يتطلب إيجاد الأزمنة التالية :-

ESi	=	*Earliest start time for activity i*	١- زمن الابتداء المبكر
EFi	=	*Earliest finish time for activity i*	٢- زمن الانتهاء المبكر
LSi	=	*Latest start time for activity i*	٣- زمن الابتداء المتأخر
LFi	=	*Latest finish time for activity i*	٤- زمن الانتهاء المتأخر
TFi	=	*Total float for activity i (Slack)*	٥- الفائض الكلي (الفائض)

النموذج التالي سوف يتم استخدامه في حساب الأزمنة المارة الذكر .



مثال :

A project ten activities involved. These activities have been labels A through J. in the following table, which also show their estimated time (Optimistic time ,most likely time, pessimistic time) , in day.

مشروع يتكون من عشرة أنشطة من A إلى J وكما مبين في الجدول التالي مع أسبقيات الأنشطة والأزمنة المقدرة لكل نشاط (التفاؤلي – الأكثر احتمالا – التشاؤمي) بالأيام .

Activity	Immediate Predecessor	a	m	b
A	None	5	10	15
B	None	8	16	24
C	A	12	13	14
D	A	4	6	14
E	A	8	15	22
F	C	15	17	19
G	D , E	5	7	15
H	B	3	7	11
I	G , H	10	12	14
J	F , I	8	10	12

والمطلوب :

1- رسم شبكة العمل Network Diagram .

2- إيجاد الوقت المتوقع لكل نشاط من الأنشطة EX(t) .

3- إيجاد الوقت المتوقع لإنجاز المشروع Critical Path .

4- إيجاد التباين للأنشطة الحرجة Variance for Critical Activities .

5- إيجاد الانحراف المعياري لتباينات الأنشطة الحرجة σ .

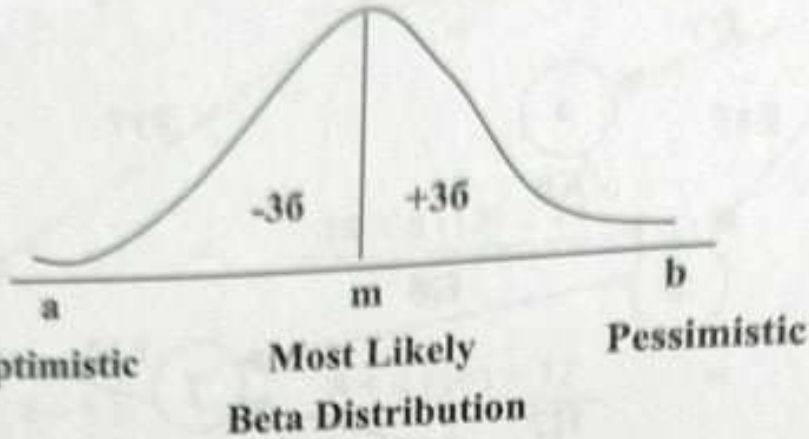
6- إيجاد احتمال Probability إنجاز المشروع بـ 60 يوم .

الحل :-

هذا المشروع يتعلق بأسلوب بيرت PERT لوجود ثلاثة أزمنة مقدرة لكل نشاط وبالتالي يفضل استخدام أسلوب النشاط على السهم Activity On Arrow (AOA) مما يستوجب حساب الأزمنة المتوقعة لكل نشاط لغرض اعتمادها في عمليات الحسابات وذلك وفقا للمعادلة التالية :-

$$\text{Expected time for activity i EX (t)} = \frac{a + 4m + b}{6}$$

والتي تعطـي الوقت المتوقع لكل نشاط وفقا للتوزيع الإحصائي المعروف باسم توزيع بيتا Beta Distribution والسبب في ذلك أن هـذا التوزيع يتميز بالمرونة مقارنة بالتوزيعات الاحتمالية الأخرى.



Beta Distribution

حيث يعطي وزن واحد لزمن التفـاؤل Optimistic time وأربعة أوزان للزمن الأكثر احتمالا Most likely time ووزن واحد لزمن التشاؤم Pessimistic time.

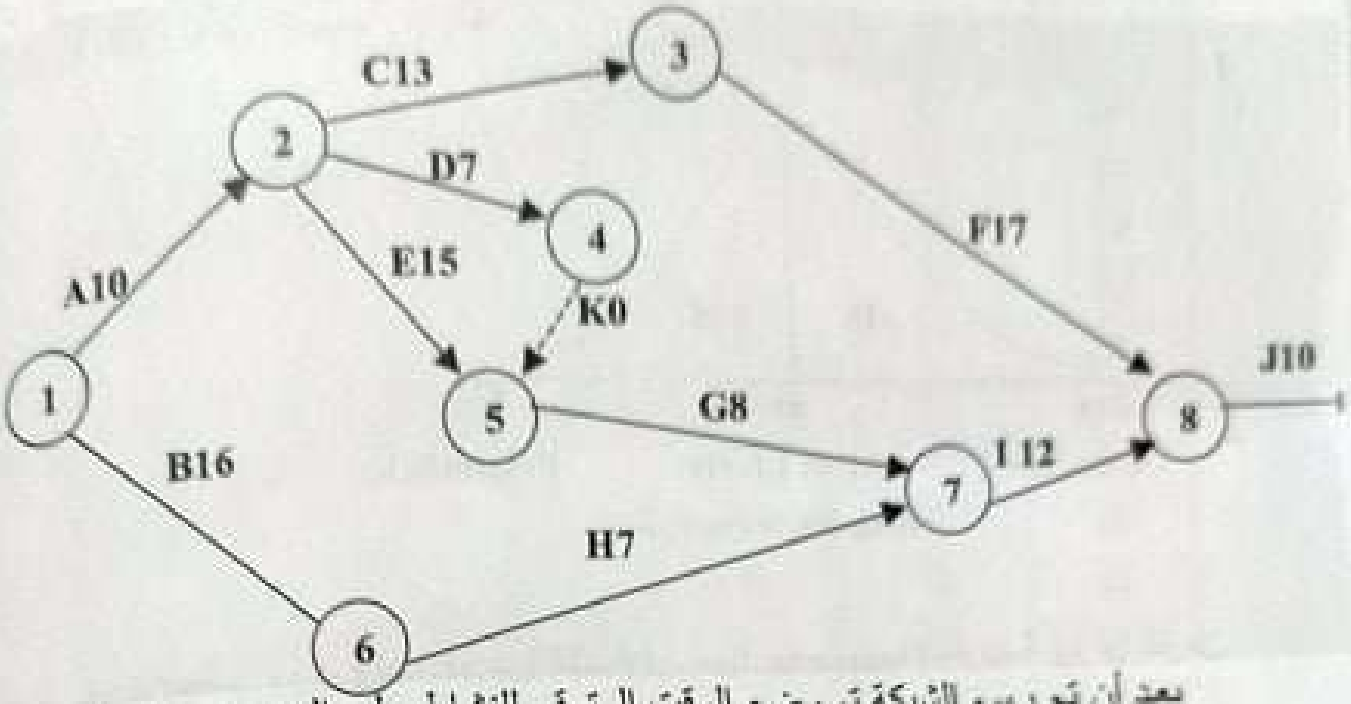
وهذه التقديرات مبنية على أساس افتراض أن الوقت التفاؤلي Optimistic Time هو الوقت الذي يمكن أن ينجز فيه النشاط لو كانت كل الظروف المرافقة ملائمة جدا، في حين أن الوقت الأكثر احتمالا Most Likely Time المرافق للنشاط يعبر عن احتمال إنجاز النشاط بصورة كبيرة لو تكرر هذا النشاط لمرات عديدة، أما الوقت التشاؤمي Pessimistic Time المرافق للنشاط فهو الوقت الذي يمكن أن ينجز فيه النشاط لو سارت الأمور على غير ما يرام .

رسم شبكة العمل

قبل القيام برسم الشبكة يجب ملاحظة ما يلي :-

1- في حالة استخدام أسلوب Activity On Arrow (AOA) كل الأنشطة التي لا يسبقها نشاط سابق تبدأ من الحدث رقم (1) وتكون نهاية واحدة للمشروع .
2- لا يجوز لنشاطين أو أكثر أن تكون لهما نفس البداية والنهاية .

والشكل التالي يمثل شبكة عمل المشروع مع الأزمنة المتوقعة لكل نشاط.



بعد أن تم رسم الشبكة تم وضع الوقت المتوقع للنشاط على السهم ومجاور لرمز النشاط ، والذي تم حسابه بموجب المعادلة السابقة وكما يلي :-

$$A\ (1-2) = \frac{5+4(10)+15}{6} = 10$$

$$B\ (1-6) = \frac{8+4(16)+24}{6} = 16$$

$$C\ (2-3) = \frac{12+4(13)+14}{6} = 13$$

$$D\ (2-4) = \frac{4+4(6)+14}{6} = 7$$

$$E\ (2-5) = \frac{8+4(15)+22}{6} = 15$$

$$F\ (3-8) = \frac{15+4(17)+19}{6} = 17$$

$$G\ (5-7) = \frac{5+4(7)+15}{6} = 8$$

$$H\ (6-7) = \frac{3+4(7)+11}{6} = 7$$

$$I\ (7-8) = \frac{10+4(12)+14}{6} = 12$$

$$J\ (8-9) = \frac{8+4(10)+12}{6} = 10$$

حساب ازمنة الابتداء والانتهاء المبكر *ES and EF*

لنأخذ المثال السابق ونجري عملية حساب الأزمنة للنشاطات المكونة للمشروع .

اولا : الابتداء المبكر لأي نشاط (ES) هو أقرب الأوقات التي يمكن أن يبدأ فيها نشاط معين ويساوي

$$ES = \underbrace{ES + t}_{\text{للنشاط السابق له}}$$

وعليه فإن زمن الابتداء المبكر للأنشطة التي تبدأ من الحدث رقم (1) سيكون مساويا صفر وعليه سيكون :-

$$ES(A) = 0$$
$$ES(B) = 0$$
$$ES(C) = 0 + 10 = 10$$

وهو نفس الابتداء لكل من الأنشطة E , D .

$$ES(F) = 10 + 13 = 23$$

إن مجموع كل من زمن الابتداء المبكر لنشاط ما وزمن هذا النشاط يساوي زمن الانتهاء المبكر لذلك النشاط وبالتالي سيكون :-

$$EF(A) = ES(A) + T(A) = 0 + 10 = 10$$

$$EF(B) = ES(B) + T(B) = 0 + 10 = 10$$

$$EF(C) = ES(C) + T(C) = 10 + 13 = 23$$

وزمن الانتهاء للنشاط C

وفي حالة وجود أكثر من نشاط يسبق نشاط معين فإن القانون التالي سيطبق لإيجاد الابتداء المبكر لذلك النشاط :-

$$ES = Max\ (ES + T) \quad \text{or} \quad ES = Max\ EF$$

أي يؤخذ أعلى انتهاء مبكر ليكون زمن الابتداء المبكر للنشاط التالي، ولحساب الابتداء المبكر للنشاط G يتطلب حساب الانتهاء المبكر للنشاط D , E اللذان يسبقان النشاط G .

$$EF(D) = 10 + 7 = 17$$

$$EF(E) = 10 + 15 = 25$$

إذا الابتداء المبكر للنشاط G سيكون 25 .

$$ES(H) = ES(B) + T(B) = 0 + 16 = 16$$

الابتداء المبكر للنشاط I يتطلب حساب الانتهاء المبكر للنشاط G , H .

$$EF(G) = 25 + 8 = 33$$

$$EF(H) = 16 + 7 = 23$$

إذا الابتداء المبكر للنشاط I سيكون 33 .

الابتداء المبكر للنشاط J يتطلب أيضا حساب الانتهاء المبكر للنشاطين F , I اللذان يسبقان النشاط I وكما يلي :-

$$EF(F) = 23 + 17 = 40$$

$$EF(I) = 33 + 12 = 45$$

وذلك سيكون الابتداء المبكر للنشاط J يساوي 45، يتضح من الحسابات أعلاه أنه تم حساب البداية المبكرة بأسلوب إلى الأمام Forward ويضاف إلى البداية المبكرة للنشاط زمن النشاط لنحصل على النهاية المبكرة للنشاط .

في حين تحسب النهاية المتأخرة بأسلوب المرور التراجعي Backward .

حساب زمن الانتهاء والابتداء المتاخر *LF and LS*

الانتهاء المتأخر للنشاط LF هو عبارة عن أقصى ما يمكن أن يتأخر فيه إنجاز النشاط دون أن يؤثر على مدة إنجاز المشروع ويساوي :-

$$LF = \underbrace{LF - T}_{\text{للنشاط التالي}}$$

إن أقصى الأوقات المرافقة للانتهاء المبكر للأنشطة يمثل الوقت المتوقع لإنجاز المشروع، ولما كان أقصى وقت انتهاء مبكر يساوي 55 يوم معنى ذلك أن الانتهاء المتأخر للنشاط J يجب أن يكون عند يوم 55 .

$$LF(I) = LF(J) - T(J)$$
$$LF(I) = 55 - 10 = 45$$

وهو كذلك الانتهاء المتأخر للنشاط F $LF(F) = 45$

الانتهاء المتأخر للنشاط H :-

$$LF(H) = LF(I) - T(I)$$
$$LF(H) = 45 - 12 = 33$$

وهو كذلك الانتهاء المتأخر للنشاط G $LF(G) = 33$

الانتهاء المتأخر للنشاط B سيكون :-

$$LF(B) = LF(H) - T(H)$$
$$= 33 - 7 = 26$$

الانتهاء المتأخر للنشاط E سيكون :-

$$LF(E) = LF(G) - T(G)$$
$$LF(E) = 33 - 8 = 25$$
$$LF(K) = 25$$

وهو كذلك الانتهاء المتأخر للنشاط K

الانتهاء المتأخر للنشاط D سيكون :-

$$LF(D) = LF(K) - T(K)$$
$$= 25 - 0 = 25$$

الانتهاء المتأخر للنشاط C سيكون :-

$$LF(C) = LF(F) - T(F)$$
$$= 45 - 17 = 28$$

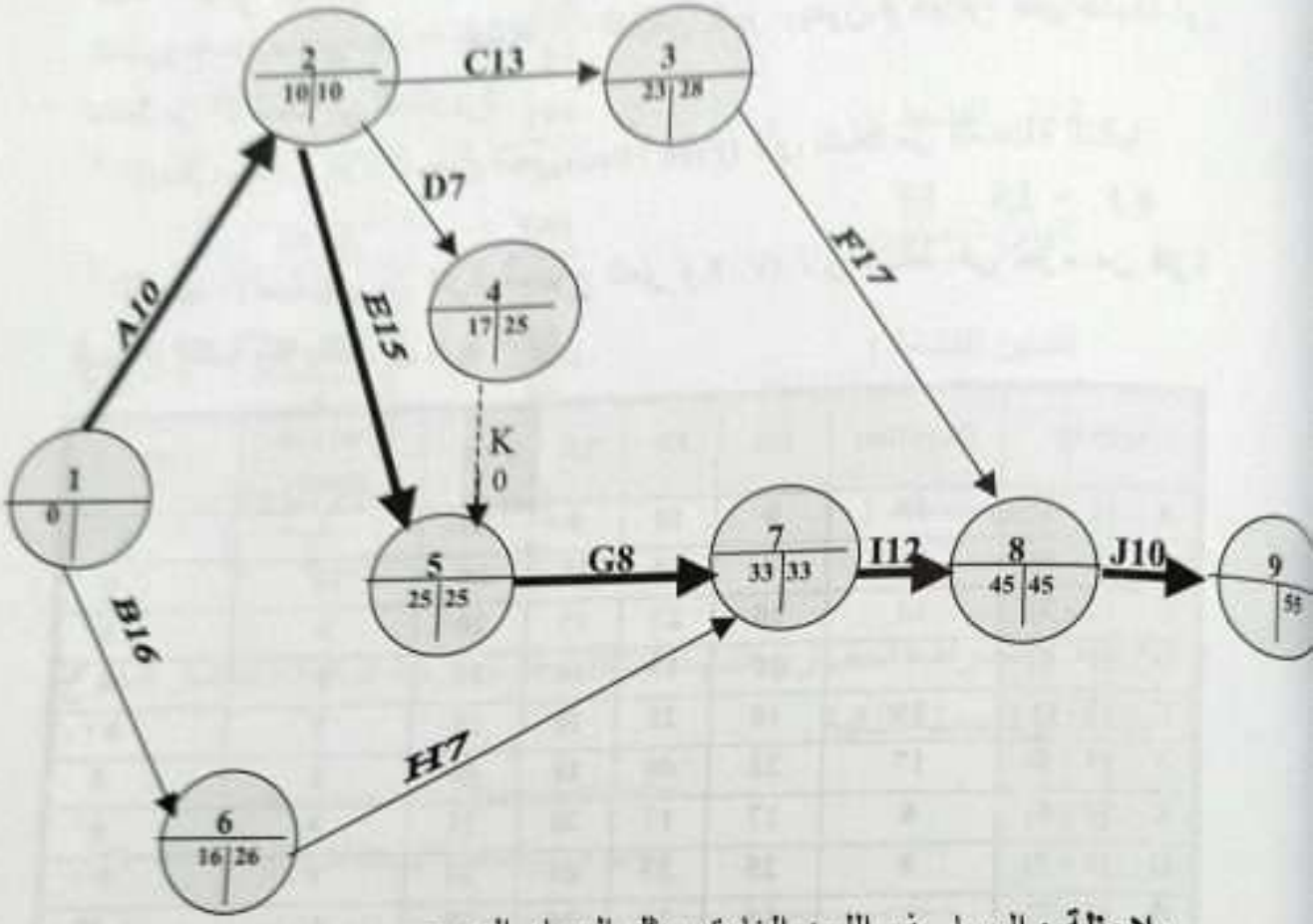
ولحساب وقت الانتهاء المتأخر للنشاط A يتطلب حساب البداية المتأخرة للأنشطة السابقة بالمرور التراجعي أي لـ(C , D و E) ويطبق القانون التالي :-

$$LF = Min\ (LF - T)$$

أي يؤخذ أدنى انتهاء متأخر ليكون زمن الانتهاء المتأخر للنشاط التالي بالمرور التراجعي Backward.

$$LF(A) = LF(C) - T(C)$$
$$= 30 - 13 = 17$$
$$LF(A) = LF(D) - T(D)$$
$$= 25 - 7 = 18$$
$$LF(A) = LF(E) - T(E)$$
$$= 25 - 15 = 10$$

وبذلك سيكون زمن الانتهاء المتأخر للنشاط A يساوي 10 وللحصول على أزمنة البداية المتأخر يطرح زمن النشاط من نهايته المتأخر .



ملاحظة : المسار ذو اللون الغامق يمثل المسار الحرج

ولغرض إيجاد الفائض Total Float (Slack) يتطلب عمل جدول بالأنشطة المكونة للمشروع، والزمن الفائض هو عبارة عن المدة التي يمكن أن يتأخر فيها البدء بالنشاط دون أن يؤثر ذلك على المدة الزمنية اللازمة لإنجاز المشروع ويساوي:-

Total Float (Slack) = LF – EF or LS – ES

حساب الفائض الحر *Free Float (F.F.)*

الفائض الحر (F. F.) هو مقدار الوقت الذي يمكن أن يتأخر فيه وقت البدء بالنشاط بدون أن يؤدي ذلك إلى تأخير وقت البدء بالنشاط أو الأنشطة التالية له، وهو يساوي الفرق بين وقت الانتهاء المبكر للنشاط ووقت البدء المبكر للنشاط التالي له.

وفي حالة تعدد الأنشطة التالية لنشاط معين يحسب الفرق على أساس أقصر وقت للبدء المبكر من بين جميع الأنشطة التالية، والفائض الحر (F. F.) يعطي مدير المشروع مرونة في جدولة النشاط ذو الفائض الحر وبدون أن يؤثر على جدولة اي نشاط من الأنشطة في المشروع.

ويمكن حساب فترة السماح الحر (Free Float) لأي نشاط من المعادلة التالية:

F.F. = ES - EF

ويجب الانتباه إلى أنّ فترة السماح الحر (F. F.) لأي نشاط هي جزء من فترة السماح الكلية ولا يمكن أن تزيد عنها.

Activity	Duration	ES	EF	LS	LF	Total float Slack	FF
A (1 – 2)	10	0	10	0	10	0	0 *
B (1 – 6)	16	0	16	10	26	10	0
C (2 – 3)	13	10	23	15	28	5	0
D (2 – 4)	7	10	17	18	25	8	8
E (2 - 5)	15	10	25	10	25	0	0 *
F (3 – 8)	17	23	40	28	45	5	5
K (4 – 5)	0	17	17	25	25	8	0
G (5 – 7)	8	25	33	25	33	0	0 *
H (6 – 7)	7	16	23	26	33	10	10
I (7 – 8)	12	33	45	33	45	0	0 *
J (8 – 9)	10	45	55	45	55	0	0 *

يتضح من الجدول أعلاه أن الأنشطة الحرجة هي A , E , G , I و J وهي الأنشطة المكونة للمسار الحرج Critical Path وهي سلسلة غير منقطعة (1 – 2 – 5 – 7 – 8 – 9 = 55 يوم).

ولغرض إيجاد احتمال إنجاز المشروع بـ60 يوم يتطلب إيجاد ما يلي :-

1- إيجاد التباين للأنشطة الحرجة باستخدام المعادلة التالية :

$$V = \left[\frac{b-a}{6}\right]^2$$

$$V_{(A)} = \left[\frac{15-5}{6}\right]^2 = \frac{100}{36}$$ التباين للنشاط A

$$V_{(E)} = \left[\frac{22-8}{6}\right]^2 = \frac{196}{36}$$ التباين للنشاط E

$$V_{(G)} = \left[\frac{15-5}{6}\right]^2 = \frac{100}{36}$$ التباين للنشاط G

$$V_{(I)} = \left[\frac{14-10}{6}\right]^2 = \frac{16}{36}$$ التباين للنشاط I

$$V_{(J)} = \left[\frac{12-8}{6}\right]^2 = \frac{16}{36}$$ التباين للنشاط J

2- إيجاد الانحراف المعياري لتباينات الأنشطة الحرجة المكونة للمسار الحرج باستخدام المعادلة التالية .

$$\sigma = \sqrt{\text{مجموع تباينات الأنشطة الحرجة}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{100}{36} + \frac{196}{36} + \frac{100}{36} + \frac{16}{36} + \frac{16}{36}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{428}{36}} = \sqrt{11.888} = 3.448$$

3- إيجاد قيمة Z التي تقابل احتمال إنجاز المشروع وفق الصيغة التالية :-

$$Z = \frac{\text{Due date} - \text{Critical Path}}{\text{الانحراف المعياري لتباينات الأنشطة الحرجة}}$$

$$Z = \frac{D-C}{\sigma}$$ حيث أن D = الوقت المطلوب لإنجاز المشروع

C = وقت المسار الحرج

6 = الانحراف المعياري لتباينات الأنشطة الحرجة .

إذاً :

$$Z = \frac{60 - 55}{3.448} \qquad 1.45$$

ومن الجداول الإحصائية للتوزيع الطبيعي نلاحظ أن احتمال إنجاز المشروع (الاحتمال المقابل لقيمة (Z=1.45) يساوي 0.9265) أي حوالي 0.93 .

وإن احتمال إنجاز المشروع بـ 55 يوم يكون كالتالي :-

$$Z = \frac{55 - 55}{3.448} = \frac{0}{3.448} = 0$$

أي أن احتمال إنجاز المشروع بـ 55 يوم يساوي 0.50 من الجداول الإحصائية للتوزيع الطبيعي .

وإن احتمال إنجاز المشروع للفترة من 45 إلى 55 يكون :-

$$Z = \frac{55 - 45}{3.448} = \frac{10}{3.448} = 2.90$$

ولكن هذه الحالة تختلف حيث ستكون الاحتمالات المتعلقة بهذا المطلوب ستكون في النصف الأيسر من المساحة تحت المنحى وقيمة Z هي 2.90 ومن الجدول يتبين أن الاحتمال المقابل لهذه القيمة تساوي 0.4987 أي 0.49 .

طريقة المسار الحرج *Critical Path Method (CPM)*

بينا سابقا أن CPM و PERT متماثلان في المفهوم والمنهجية وكلا الأسلوبين يوصلان إلى نفس النتيجة وبينا كذلك أن الاختلاف الرئيسي بينهما هو أن الأزمنة المرافقة للأنشطة في CPM محددة Deterministic بينما هناك ثلاثة أزمنة مرافقة للنشاط في PERT وهي التفاؤلي Optimistic والأكثر احتمالا Most Likely والتشاؤمي Pessimistic أي أن الوقت في PERT احتمالي Probabilistic .

فلو أخذنا المثال السابق واعتبرنا أن الأوقات المرافقة للأزمنة هي الأوقات المتوقعة التي حصلنا عليها في المثال السابق، وبذلك تصبح صيغة السؤال كالتالي :-

A project ten activities involved, these activities have been labels A through J in the following table, which also shows their estimated completion times (in day) and immediate predecessors.

Activity	Immediate Predecessor	Duration (day)
A	None	10
B	None	16
C	A	13
D	A	7
E	A	15
F	C	17
G	D , E	8
H	B	7
I	G, H	12
J	F , I	10

Answer the following questions: -

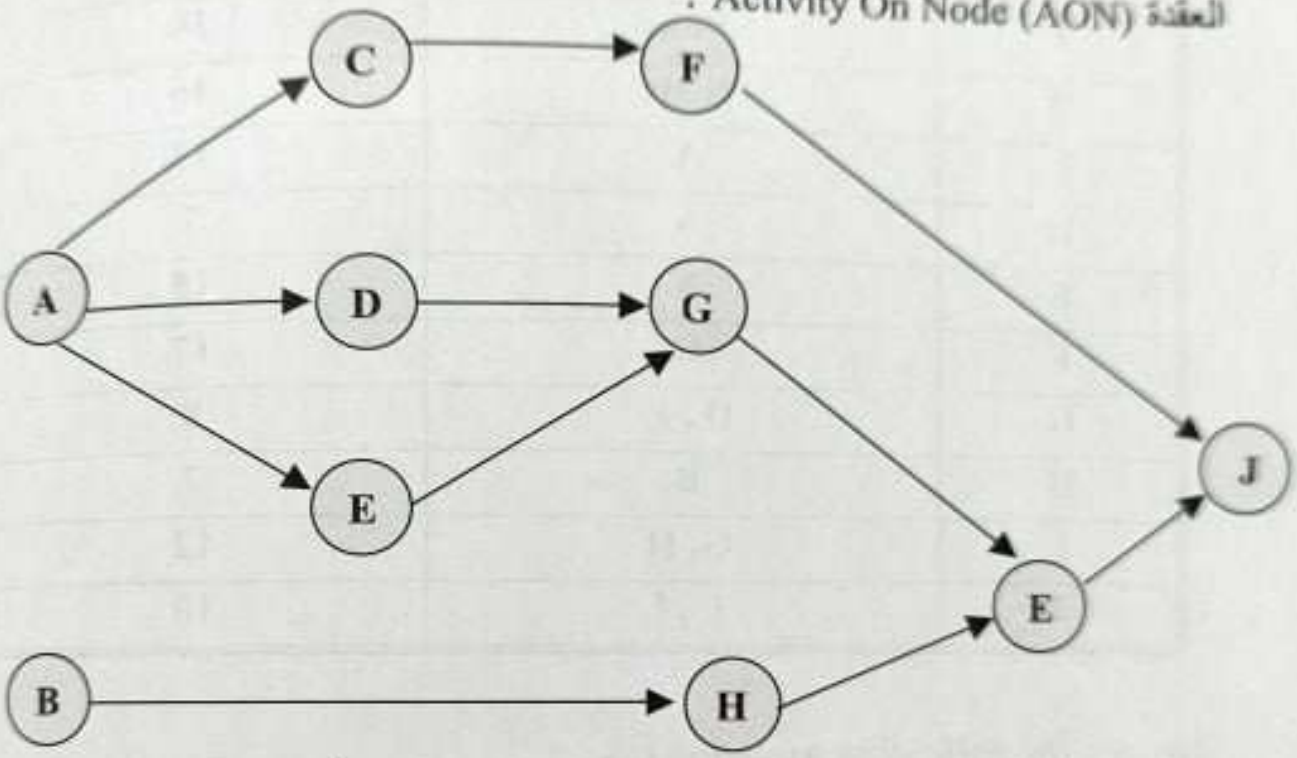
1- *Develop a network diagram for this project.*
2- *How long it takes to complete the project?*
3- *Which activities are critical and must be completed exactly as schedule in order to keep project on schedule?*
4- *Which activities can be delayed before they cause a delay in the completion time of the project?*
5- *Can activity G be delayed without delaying the entire project? If not Why?*

6- *If activity E be delayed by 5 days, how long it takes to complete the project?*

7- *If activity H be delayed by 7 days, how long it takes to complete the project ?*

8- *If activity F be delayed by 10 days, how long it takes to complete the project?*

السؤال يتعلق بـCPM لذلك يفضل رسم الشبكة باستخدام أسلوب النشاط على العقدة Activity On Node (AON) .



يلاحظ أن رسم شبكة العمل لنفس السؤال السابق بأسلوب النشاط على العقدة (AON) لا يحتاج إلى نشاط وهمي كما هو في أسلوب (AOA) النشاط على السهم، كما يلاحظ أن هناك أكثر من بداية للمشروع وكذلك ويمكن أن يكون أكثر من نهاية بعكس أسلوب النشاط على السهم (AOA) حيث تكون هناك بداية واحدة وكذلك نهاية واحدة للمشروع سوف نستخدم نفس النموذج المتبع في حساب أزمنة الابتداء المبكر والانتهاء المتأخر في أسلوب PERT .

$$ES = \underbrace{ES + T}_{\text{للنشاط السابق له}}$$