TP N°2 : Statistique nucléaire

1. Buts de TP

- Mesurer l'activité d'une source radioactive de faible activité.
- Observer et étudier le phénomène aléatoire de la radioactivité

2. Partie théorique

Lois de décroissance radioactive

Un noyau radioactif (instable) émis spontanément des particules α, β ou des rayonnements γ (désintégration du noyau) et se transforme à un autre noyau plus stable.

Lois de désintégration : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

N_0 : nombre des noyaux radioactifs à l'instant $t = 0$, $N(t)$: nombre des noyaux radioactifs qui restent à un instant t , et λ : constante de désintégration (dépend du noyau).

Activité (taux de désintégration) : $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

$A(t)$: taux de désintégration à un instant t, $A_0=\lambda N_0$= taux de désintégration à l'instant $t = 0$

Unité de l'activité : *Becquerel* (*Bq*) ou *Curie* (*Ci*) :

1 Becquerel (*Bq*) *= 1 désintégration/s*

1 Curie (*Ci*) $= 3.7\times10^{10}$ *désintégration/s*

La demi-vie d'un échantillon radioactif : est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs se sont désintégrés : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$

Caractère aléatoire de la désintégration

La désintégration est un phénomène *aléatoire*, car si on répète la mesure de l'activité dans les mêmes conditions on ne trouve pas le même résultat à chaque fois (on trouve des valeurs discrètes). On appelle l'activité « *variable aléatoire discrète* ». En mathématique, on fait l'étude d'une variable aléatoire en utilisant les lois de la statistique et des probabilités. La variable aléatoire est également associée à une *distribution de probabilité*.

Lois de la statistique de comptage

On mesure une variable aléatoire discrète N fois, et on note les résultats : x_1 , x_2 , x_3 , ... , x_N .

La valeur moyenne m (espérance) des grandeurs mesurées et la variance σ^2 sont estimés par :

$$m = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i \cdot x_i \quad , \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} f_i.(x_i - m)^2$$

f_i : La fréquence de résultats (nombre de répétition de valeur d'une activité)

La probabilité P des mesures peut se donner par différentes distributions :

- Distribution de probabilité de Poisson : $P(m, x_i) = \dfrac{m^{(x_i)} \times e^{-m}}{(x_i)!}, i = 1, 2, ..., N$
- Distribution de probabilité de Gauss : $P(m, N, \sigma, x_i) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - m)^2}{2\sigma^2}}, i = 1, 2, ..., N$

On peut également vérifier que : $\sigma = \sqrt{m}$

3. Partie expérimentale

Une source radioactive des noyaux de Césium ($^{137}_{55}Cs$) émis des particules β^- est des rayonnements γ, et se transforment aux noyaux de Baryum ($^{137}_{56}Ba$). On place cette source à une distance de 4,5 cm du compteur GM, la durée de comptage est choisie de Δt =1 s.

1) Ecrire l'équation de transformation d'un noyau de $^{137}_{55}Cs$
2) Le nombre de désintégrations (activité) de la source est mesuré 50 fois dans les mêmes conditions, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Activité A	15	22	18	22	13	19	16	6	14	18	17	14	8	12	15	9	13	21	18	16

Essai	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Activité A	14	15	16	13	15	20	14	19	15	11	16	18	13	20	15	19	17	15

Essai	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Activité A	12	18	14	16	18	15	13	16	14	17	10	13

Compléter le tableau suivant :

Activité A	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Fréquence f	1	0	1	1	1	1	2	6	6	8	6	3	6	3	2	1	2

3) Calculer, l'espérance m (la valeur moyenne), la variance σ^2 et l'écart type σ pour cette série de mesures.
4) Représenter graphiquement, dans le même repère, la probabilité de fréquence P=(f/N) (en histogramme), la probabilité de distribution de poisson P(Poisson) (en courbe lisse), la probabilité de distribution de Gauss P(Gauss) (en courbe lisse) en fonction de l'activité A.
5) Comparer entre l'histogramme et les courbes et conclure. L'activité A suite-t-elle les lois de Poisson et de Gauss ?
6) L'activité de la source est remesuré **982 fois** dans les mêmes conditions, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Activité A	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Fréquence f	4	7	9	17	18	40	57	68	83	90	95	95	87	80	66	55	36	27	19	13

Activité A	25	26	27	29
Fréquence f	8	4	3	1

a) Répondre aux mêmes questions précédentes.
b) Comparer entre les deux représentations graphiques et conclure.

7) On fixe la distance entre la source radioactive et le détecteur, et on mesure le nombre de désintégrations A pour différents intervalles de temps, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Δt	10 s	20 s	50 s	2 min	3min	5min	7min	10min
A(Taux/temps)	40	120	400	1560	2520	4500	6300	9000
A(Bq)								

Calculer à chaque fois l'activité en Bq (taux/1 seconde). Conclure

8) Calculer le nombre de particules détectées par le compteur pour une activité de 3×10^5 Bq. Conclure.

On donne le rayon de la fenêtre d'entrée du détecteur : r=3mm, la distance source-détecteur : R=4.5cm