



Série n°1

Intégrales Simples et Multiples

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

$$\int \sin(2x) dx \quad \int_1^9 \frac{dx}{1+\sqrt{x}} \quad \int_0^{\pi/4} e^x \cos(2x) dx \quad \int \frac{4}{x^2-4} dx$$

Exercice 2

1. En faisant apparaître une somme de Riemann, déterminer un équivalent simple des sommes suivantes :

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{(n+2k)^3}$$

2. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2+k^2}$$

Exercice 3

Calculer les intégrales doubles ci-après :

$$\iint_D x dx dy$$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0 ; y \geq x ; x+y \leq 2\}$$

$$\iint_{\Omega} xy^2 dx dy$$

$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \geq |x| ; y \in [0,2]\}$$

$$\iint_{\phi} \frac{dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\phi = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\}$$

Exercice 4

- Calculer l'aire du domaine A , délimitée par les courbes : $y = 8/x$, $y = x - 1$ et $x = 1$.
- Calculer l'aire du domaine Q , délimitée par les courbes : $y = x^2$ et $y = 1 - x^2$.

Exercice 5

Calculer l'intégrale triple suivante :

$$\iiint_V z dx dy dz$$

$$V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1 ; 0 \leq y \leq 1 ; x+z \leq 1 ; z \geq 0\}$$