

Ch01: Méthodes du raisonnement mathématique:

I.1: Méthode directe: المباشرة

on veut montrer que l'assertion $P \Rightarrow Q$
est vraie.

on suppose que P est vraie et on montre qu'alors
 Q est vraie.

exemple:

Montrer que: si a et $b \in \mathbb{Q}$ alors $a+b \in \mathbb{Q}$

\mathbb{Q} : l'ensemble des réels s'écrivant $\frac{p}{q}$
avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{N}^*$

I.2: Contreposition: العكس التقيض

Le raisonnement par **Contreposition** est basé
sur l'équivalence suivante:

L'assertion $P \Rightarrow Q$ est équivalente à **non** $Q \Rightarrow$ **non** P

exple: Soit $n \in \mathbb{N}$ montrer que si n^2 est
pair alors n est pair.

I.3 Absurde: $P \Rightarrow Q$ الخلف

Le principe: on suppose $P \Rightarrow$ **non**(Q)
et on cherche une contradiction

Ainsi $P \Rightarrow Q$

exemple: soit $a, b \geq 0$

Montrer que si $\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a}$ alors $a=b$

I.4. Contre exemple: مثال مضاد

Le raisonnement par contre-exemple s'appuie sur:

$$\textcircled{1} \quad \forall x \in E \Rightarrow P(x) \text{ est vraie}$$

est équivalent à

il suffit de trouver $x \in E$ tel que $P(x)$ ^{est} fausse.

exple:

Montrer que: tout entier positif est

Somme de trois carrés

exple: $6 = 2^2 + 1^2 + 1^2$

I.5 - Récurrence:

L'assertion $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow P(n)$ est vraie

$P(n)$ dépend de n .

trois étapes:

• **initialisation:** on prouve $P(0)$

• **Hérédité** on suppose $n \geq 0$ donné avec

$P(n)$ vraie, et on démontre alors que

$P(n+1)$ est vraie

• **Conclusion** par le principe de récurrence

$P(n)$ est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2^n > n$