

Chapitre 02: Les ensembles, les applications ^{et} Les relations

I.1 Les ensembles:

I.1.1 Définition: un ensemble est une collection d'éléments qui vérifient une ou plusieurs propriétés

1.2 appartenance:

Si x est un élément de E , on dit que x appartient à E et on note $x \in E$

1.3 Égalité de deux ensembles: deux ensembles sont égaux (identiques) si tout élément de l'un est élément de l'autre. $A = B$

1.4. Ensemble vide: qui est l'ensemble ne contenant aucun élément. noté \emptyset .

2. Inclusion, union, intersection, complémentaire:

- Inclusion:

• $E \subset F$ si tout élément de E est aussi un élément de F .

on dit que E est inclus dans F .

ou E est un sous-ensemble de F

ou E est une partie de F

• L'égalité $E = F \Leftrightarrow E \subset F$ et $F \subset E$

exemple: $E = \{1, 2, 3\}$

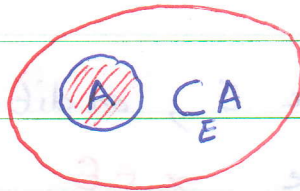
L'ensemble de parties de E noté $\mathcal{P}(E)$ est:

$$\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} \}$$

• Complémentaire: A et B deux sous-ensemble de E.
 A et B sont Complémentaire si

$$\begin{cases} A \cup B = E \\ A \cap B = \emptyset \end{cases}$$

exple:

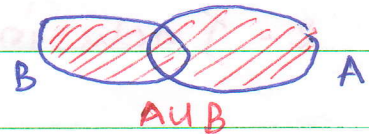


on note $E \setminus A$, C_A , A^c , \bar{A}

on a $C_A = \{x \in E \mid x \notin A\}$

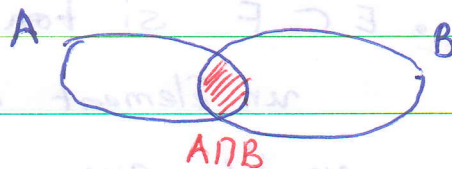
• Union

$$x \in A \cup B = C \iff x \in A \vee x \in B$$



• Intersection

$$x \in A \cap B \iff x \in A \wedge x \in B$$



propriétés:

- $A \cap B = B \cap A$, $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Loi de Morgan:

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Difference de deux ensembles:

$$A \setminus B = A - B = A \cap B^c$$

La difference symétrique

$$A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$$

$$= (A - B) \cup (B - A)$$

Mini exercice: A et B deux sous ensemble de E

Montrer que :

$$A = B \Leftrightarrow A \cup B = A \cap B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = B \Rightarrow A \cup B = A \cap B \\ A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} A \subset B \\ B \subset A \end{array} \right\} A = B$$