2- Fonctions Exponentielles et logarithme :

2.1 Fonction exponentielle de base a :

$\forall a > 0$: La fonction a^x ($\exp_a(x)$) est appelé fonction exponentielle de base a. ($a^0 = 1 \quad \forall a \in \mathbb{R}$)

Si :

- $a = 1$: la fonction est constante sur $\mathbb{R}$ de valeur 1
- $a > 1$ La fonction est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
- $a < 1$ strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

propriétés :

1. $\forall a > 0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ on a :

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\qquad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$a^{-x} = 1/a^x$

2. $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall a > 0$ $\forall b > 0$ $(ab)^x = a^x \cdot b^x$.

les limites :

- $a > 1$ $\quad \lim_{x \to -\infty} a^x = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$
- $0 < a < 1$ $\quad \lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} a^x = 0$

- pour tout $a > 0$ la fonction a^x est derivable en tout point de $\mathbb{R}$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

tableaux de variation

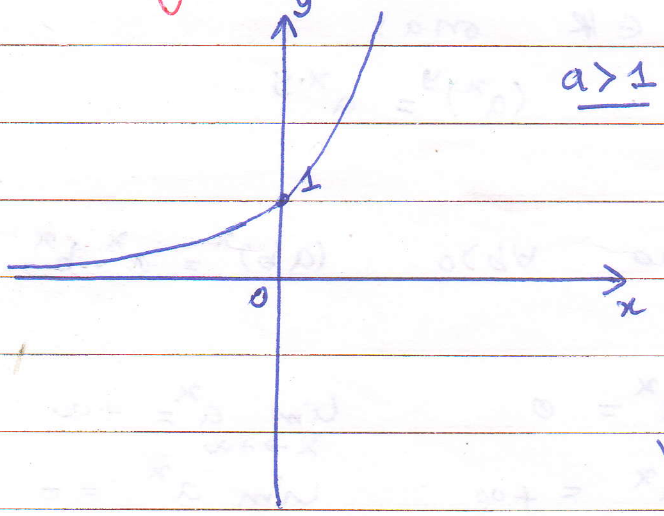
$a>1$

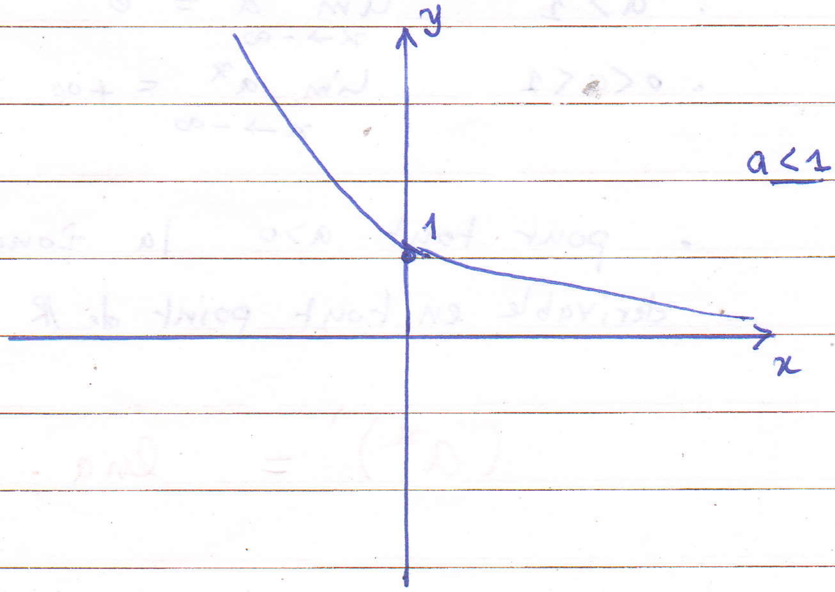
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
f'		$+$		$\ln a$		$+$	
f	0	$\nearrow$					$+\infty$

$0<a<1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	$\ln a$	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$			0

graphes





2.2 La fonction exponentielle de base e :

Déf : L'unique fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ tq : $f(0) = 1$ et $f'(x) = f(x)$ est la fonction exponentielle de base e. $f(x) = e^x$ $(e \simeq 2,718)$

propriétés ;

- $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$, $e^{-x} = 1/e^x$ $e^{x-y} = e^x/e^y$
- $(e^x)^y = e^{xy}$
- $e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

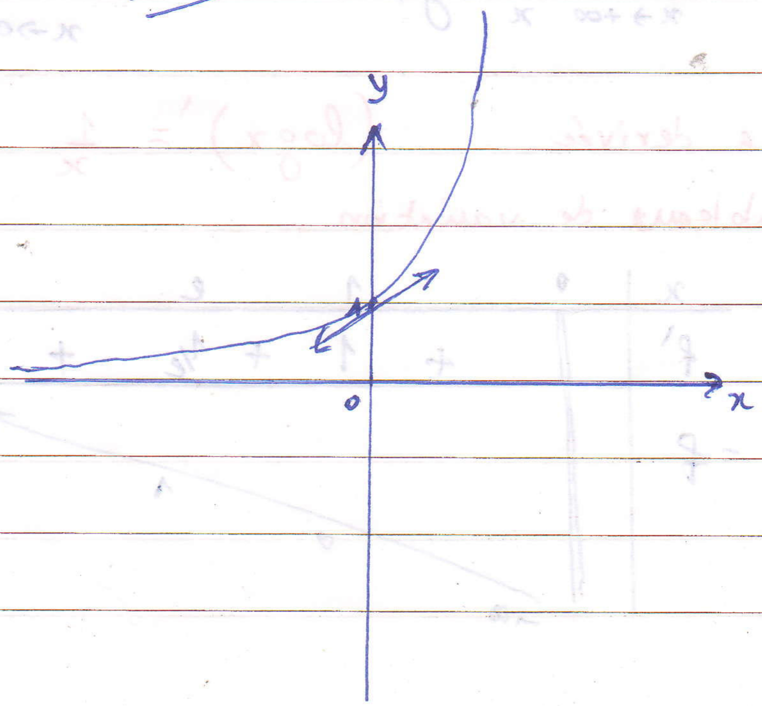
les limites :

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^m} = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} x^m e^x = 0$

tableaux de variation :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
f'		$+$	1	$+$	e	$+$	
f	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$	e	$\nearrow$	$+\infty$



2.3 Fonction Logarithme

Def: La fonction e^x est une bijection Continue, strictement Croissante de $\mathbb{R}$ sur $]0, +\infty[$.
donc elle admet une application reciproque appelée logarithme. noté log définie de $]0, +\infty[$.

propriétés:

La fonction log est Continue, strictement Croissante sur $\mathbb{R}$, $\log 1 = 0$

- $\log x \cdot y = \log x + \log y$
- $\forall a > 0, \forall b > 0 \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$
- $\log a^m = m \log a$
- $\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$

les Limites:

$$\lim_{x \to +\infty} \log x = +\infty \qquad \lim_{x \to 0} \log x = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \log x = 0 \qquad \lim_{x \to 0} x \log x = 0$$

La derivée $\quad (\log x)' = \frac{1}{x}$

Tableau de variation

	x	0		1		e		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	f'	||	$+$	1	$+$	$1/e$	$+$	
$\log x = f$		|| $-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$