



Série 1

Fonctions Complexes

Exercice 1

Déterminer les parties réelles et imaginaires des fonctions suivantes :

$$f(z) = \frac{z}{\bar{z}}$$

$$g(z) = e^z$$

$$k(z) = [2z - \text{Im}(z)]/\bar{z}$$

$$h(z) = e^{x-2iy}$$

$$u(z) = \ln z$$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{z \rightarrow 2-i} \frac{z^2}{2z+1}$$

$$\lim_{z \rightarrow -2i} \frac{z^5 + \bar{z}}{z^3 - \bar{z}^2}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1+i} \frac{z^2 - 2i}{z^2 - 2z + 2}$$

$$\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^4 - 1}{z - i}$$

$$\lim_{z \rightarrow 2e^{i\pi/4}} \frac{z^2}{2 + z^4}$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\text{Re}(z)}{z\bar{z}}$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2}{\bar{z}^2}$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\text{Re}(z) \text{Im}(z)}{z\bar{z}}$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z - 1}{z + i}$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} e^{-z}$$

Exercice 3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$3z^2 + 4iz - 5 + i$$

$$\cos z^2$$

$$\sin(\ln z^2)$$

$$\text{tg}(\ln z)$$

$$e^{(x^2-ixy)/x} \quad x, y \in \mathbb{R}$$

$$(x^3 - 4xy^2 + y) + i(3x^2y - y)$$

Exercice 4

En utilisant la règle de l'Hôpital, calculer les limites suivantes :

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z}$$

$$\lim_{z \rightarrow i} \frac{1 + z^2}{2 + 2z^6}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1+i} \frac{\bar{z}^2 + 2i}{z^2 - 2i}$$