جامعة زيان عاشور بالجلفة **السنة الجامعية 2022–2023**

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير **مقياس رياضيات 1**

قسم الجذع المشترك **مسؤول المقياس: د.شيخاوي عبد العزيز**

المحور الاول : التحليل التوفيقي

المحاضرة رقم 01:

التحليل التوفيقي هو فرع من فروع الرياضيات تكمن اهميته في توفير الطرق المناسبة والمتعلقة بنظرية الاحتمالات.

المبدأ الاساسي للعد:

لتكن E تجربة عشوائية مركبة من p تجربة متتالية بحيث التجربة الأولى يمكن أن تسفر عن نتيجة من n_1 نتيجة ممكنة ، التجربة الثانية يمكن أن تسفر عن نتيجة n_2 ،....... ، و التجربة رقم p يمكن أن تسفر عن نتيجة من n_p نتيجة ممكنة حيث يكون العدد الكلي للحالات الممكنة لتجربة العشوائية E هو الجداء $n_1.n_2.n_3.........n_p$

مثال:

عند رمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية حيث P يمثل و H يمثل فان عدد النتائج الممكنة لهذه التجربة هي:

الرمية الاولي عددها $(2^1=2)$ اما P او H .

الرمية الثانية عددها $(2^2=4)$ هم: $\{(P,H),(H,P)(P,P),(H,H)\}$

الرمية الثالثة عددها $(2^3=8)$ هم :

$$\{(P,P,P),(P,P,H),(P,H,P),(P,H,H),(H,P,P),(H,P,H),(H,H,P),(H,H,H)\}$$

مفهوم العاملي:

$$n!=n(n-1)(n-2)(n-3)......1$$
$$0!=1$$
$$1!=1$$

كما يمكن كتابة العبارة:

$$n!=n(n-1)!=n(n-1)(n-2)!$$
$$7!=7x6!=7x6x5!=7x6x5x4x3x2x1$$

بعض العمليات علي التحليل العاملي:

بسط العبارات التالية و اكتب النتائج علي شكل كسور غير قابلة للاختزال

$\frac{18!}{19!}$	$\frac{14!}{11!}$	$\frac{18!-15!}{15!}$	$\frac{10x4!}{5!}$
$\frac{1}{5!}-\frac{42}{7!}$	$\frac{6!}{(4!)^2}$	$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}$	$\frac{(n-1)!}{n!}-\frac{n!}{(n+1)!}$

الحل: تبسيط العمليات:

$$\frac{18!}{19!}=\frac{18!}{19x18!}=\frac{1}{19}$$

$$\frac{14!}{11!}=\frac{14x13x12x11!}{11!}=14x13x12=2184$$

$$\frac{18!-15!}{15!}=\frac{18!}{15!}-\frac{15!}{15!}=\frac{18x17x16x15!}{15!}-1=18x17x16-1=4895$$

$$\frac{10x4!}{5!}=\frac{10x4x3x2}{5x4x3x2}=2$$

$$\frac{1}{5!}-\frac{42}{7!}=\frac{1}{5!}-\frac{42}{7x6x5!}=\frac{1}{5!}-\frac{42}{42x5!}=\frac{1}{5!}-\frac{1}{5!}=0$$

$$\frac{6!}{(4!)^2}=\frac{6!}{4!x4!}=\frac{6x5x4!}{4!x4!}=\frac{6x5}{4!}=\frac{6x5}{4x3x2}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}=\frac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(2n-1)!}=(2n+1)(2n)=2n^2+2n$$

$$\frac{(n-1)!}{n!}-\frac{n!}{(n+1)!}=\frac{(n-1)!}{n(n-1)!}-\frac{n!}{(n+1)n!}=\frac{1}{n}-\frac{1}{(n+1)}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$$

تبديلة دون تكرار:

نسمي تبديلة بدون تكرار لـ n عنصر مشكلة للمجموعة E كل تصفيف مركب لعناصر E من غير تكرار العنصر.

مثال :

تبديلات بدون تكرار للمجموعة $E=\{a,b,c\}$ هي: $(a,b,c),(a,c,b),(b,a,c),(b,c,a),(c,a,b),(c,b,a)$

نتيجة:

التبديلات بدون تكرار لـ n عنصر هو ترتيبات بدون تكرار لنفس العناصر أي: $p_n=A_n^n=\frac{n!}{(n-n)!}=n!$

يمكن اختيار العنصر الاول n طريقة

يمكن اختيار العنصر الثاني $(n-1)$ طريقة.

يمكن اختيار العنصر الثالث $(n-2)$ طريقة

يمكن اختيار العنصر رقم n $(n-n+1)$ طريقة

اي: $n(n-1)(n-1)(n-1)......1=n!$

مثال :

في سباق $110m$ حواجز رجال لعشرة عدائين ماهي عدد الطرق لمعرفة:

- الثلاثة الاوائل.
- خمسة الاوائل.
- تسلسل فوزهم.

الحل:

عدد الطرق لمعرفة الثلاثة الاوائل:

المرتبة الاولي هناك 10 طرق

المرتبة الثانية هناك 9 طرق

المرتبة الثالثة هناك 8 طرق

اذا عدد الطرق لمعرفة الثلاثة الاوائل هي: $10x9x8=720$

وعدد الطرق لمعرفة خمسة الاوائل هو: $10x9x8x7x6=30240$

عدد الطرق لمعرفة تسلسل فوزهم هو: $10x9x8x7x6x5x4x3x2x1=10!=3628800$

مثال:

اكتب جميع التباديل للمجموعة E حيث: $E=\{a,b,c,d\}$

الحل:

عدد التباديل هو: $4!=4x3x2x1=24$

$$(a,b,c,d),(a,b,d,c),(a,c,d,b),(a,c,b,d),(a,d,b,c),(a,d,c,b)$$
$$(b,a,c,d),(b,a,d,c),(b,c,a,d),(b,c,d,a),(b,d,a,c),(b,d,c,a)$$
$$(c,a,b,d),(c,a,d,b),(c,b,a,d),(c,b,d,a),(c,d,a,b),(c,d,b,a)$$
$$(d,a,b,c),(d,a,c,b),(d,c,a,b),(d,c,b,a),(d,b,a,c),(d,b,c,a)$$

الترتيبة:

قوائم بدون تكرار:

كل قائمة مكونة من p عنصر مأخوذا من عناصر المجموعة E عجج عناصرها n حيث $1 \le p \le n$ و بنودها مختلفة مثني مثني

هو ترتيب طوله p و تعطي الترتيبة بالعلاقة التالية: $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$

خصائصها:

$$p=0 \Rightarrow A_n^0 = \frac{n!}{(n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1$$
$$p=1 \Rightarrow A_n^1 = \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = n$$
$$p=n-1 \Rightarrow A_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-n+1)!} = n!$$
$$p=n \Rightarrow A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$$

امثلة:

مثال1:

كيس يحتوي علي ست كريات مرقمة من $1 \to 6$ نسحب من الكيس ثلاث كرات بدون ارجاع

ماهو عدد الاعداد المكون من ثلاثة ارقام يمكن تشكيلها.

الحل:

تشكيل عدد مكون من ثلاثة الارقام دون ارجاع الكريات للكيس هي ترتيبة اي:

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6x5x4x3!}{3!} = 6x5x4 = 120$$

مثال2:

يتكون مجلس ادارة نادي الرياضي للسباحة من سبعة اعضاء

بكم طريقة يمكننا تكوين لجنة متكونة من رئيسا و نائب رئيس و امين خزينة.

الحل:

عدد طرق الممكنة لتكوين لجنة متكونة من رئيسا ونائب رئيس و امين خزينة هي ترتيبة اي:

$$A_7^3=\frac{7!}{(7-3)!}=\frac{7x6x5x4!}{4!}=7x6x5=210$$

قوائم بتكرار:

كل قائمة مكونة من p عنصر مأخوذا من عناصر المجموعة E عدد عناصرها n بتكرار عناصر المجموعة هي قائمة عددها n^p .

امثلة:

مثال1:

كيس يحتوي علي ست كريات مرقمة من $1\to 9$ نسحب من الكيس اربع كرات بالارجاع

ماهو عدد الاعداد المكون من اربعة ارقام يمكن تشكيلها.

الحل:

تشكيل عدد مكون من اربعة ارقم بالارجاع هي قائمة اي: $n^p \Rightarrow 9^4=9x9x9x9=6561$

مثال2:

لتكن لدينا المجموعة E المعرفة: $E=\{1,2,4,8,9\}$

- ماهو عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E .
- ماهو عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E دون تكرار الارقام.
- ماهو عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E ويكون زوجي.
- ماهو عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E ويكون زوجي دون تكرار الارقام.

الحل:

- عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E هي قائمة n^p اي: $5^2=25$
- عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E دون تكرارها هي ترتيبة A_n^p اي:

$$A_5^2=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5x4x3!}{3!}=5x4=20$$

- عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E ويكون زوجي.

  هناك ثلاث ارقام زوجية في المجموعة E تكون في الاحاد اي: $3x5=15$

- عدد الاعداد المشكل من رقمين يمكن تشكيله من المجموعة E ويكون زوجي دون تكرار الارقام هو: $3x4=12$

مثال3:

في احد مكاتب البريد يوجد مهندسين و اربعة عمال

اردنا تشكيل لجنة مكونة من عضوين

- ماهو عدد اللجان المكونة من مهندس و عامل
- ماهو عدد اللجان المكونة من عضوين من نفس الصنف.

الحل:

عدد اللجان المكونة من مهندس و عامل: هناك خيارين للمهندسين و اربعة خيارات للعمال اي: $2x4=8$

عدد اللجان المكونة من عضوين من نفس الصنف $1+6=7$

مثال4:

يتكون مجلس ادارة نادي الرياضي للسباحة من سبعة اعضاء

بكم طريقة يمكننا تكوين لجنة متكونة من رئيسا و نائب رئيس و امين خزينة.

الحل:

عدد طرق الممكنة لتكوين لجنة متكونة من رئيسا ونائب رئيس و امين خزينة هي ترتيبة اي:

$$A_7^3=\frac{7!}{(7-3)!}=\frac{7x6x5x4!}{4!}=7x6x5=210$$