جامعة زيان عاشور بالجلفة　　　　　　　　　　السنة الجامعية 2022–2023

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير　　　　　　　　　مقياس رياضيات 1

قسم الجذع المشترك　　　　　　　　　مسؤول المقياس: د.شيخاوي عبد العزيز

المحور الثالث : الدوال اللوغاريتمية و الدوال الاسية (**Exponential and logarithmic functions**)

المحاضرة رقم 04:

1- الدالة اللوغاريتمية:

تعريف:

اللوغاريتم النيبيري يرمز له بالرمز $\ln$ ، الدالة $\ln x$ معرفة على المجال $]0,+\infty[$ نحو $\Re$ بحيث: $\forall x \in \Re_+^*, (\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

بعض الخصائص:

الدالة $\ln x$ هي دالة مستمرة و متزايدة تماما علي المجال $]0,+\infty[$.

1- من اجل a,b عددين موجبين تماما لدينا:

- $\ln ab = \ln a + \ln b$
- $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$
- $\ln a^n = n \ln a$
- $\ln \dfrac{1}{a} = -\ln a$ حيث $\ln 1 = 0$

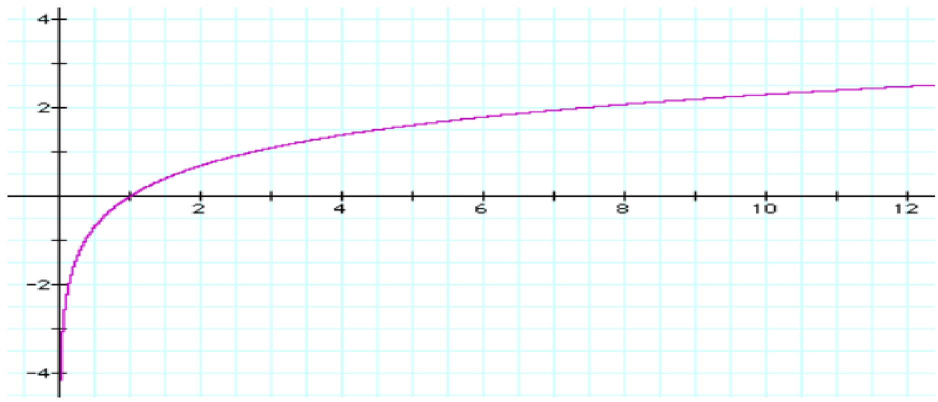
2- اذا كان $x \succ 0$ فان $\ln x \leq x - 1$

3- بعض النهايات الشهيرة و المتداولة:

$$1-\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \qquad 2-\lim_{x\to 0^{>}} \ln x = -\infty \qquad 3-\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0^+, n \succ 0$$

$$4-\lim_{x\to 0} x^n \ln x = 0, n \succ 0 \qquad 5-\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1 \qquad 6-\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$$

4- **بيان الدالة اللوغاريتمية**:



بيان الدالة اللوغاريتمية النبيرية

الدالة اللوغاريتمية ذات الاساس a :

تعاريف:

– نسمي الدالة اللوغاريتمية ذات الاساس a الدالة التي نرمز لها بالرمز $\log_a x$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$

– نسمي دالة اللوغاريتم العشري الدالة التي نرمز لها بالرمز $\log x$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة : $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$

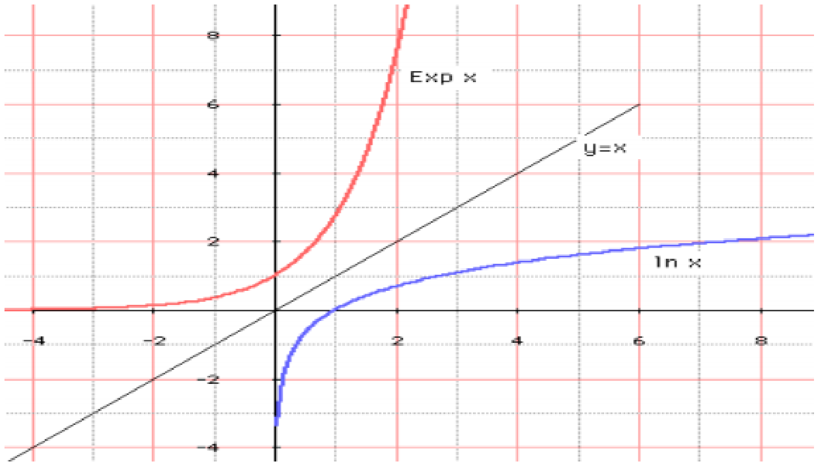
– الدالة $\log x$ متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$.

بعض الخصائص:

من اجل a,b عددين موجبين تماما لدينا:

- $\log 1 = 0$
- $\log 10 = 1$
- $\log 10^x = x$
- $10^{\log x} = x$
- $\log ab = \log a + \log b$
- $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$
- $\log \frac{a}{b} = -\log \frac{b}{a}$
- $\log \frac{1}{a} = -\log a$
- $\log a^n = n \log a$

بيان الدالتين الاسية و اللوغاريتمية في نفس المعلم و متناظرتين بالنسبة للمنصف الاول



بيانا الدالتين الأسية واللوغاريتمية في نفس المعلم

2- الدالة الاسية:

تعريف:

الدالة الاسية ذات الاساس a حيث $a \succ 0$ هي معرفة كما يلي: $f:\Re \to \Re$ حيث $x \to y = f(x) = a^x = e^{x\ln a}$

هي دالة مستمرة على $\Re$ و مشتقتها: $(a^x)' = (e^{x\ln a})' = a^x \ln a$

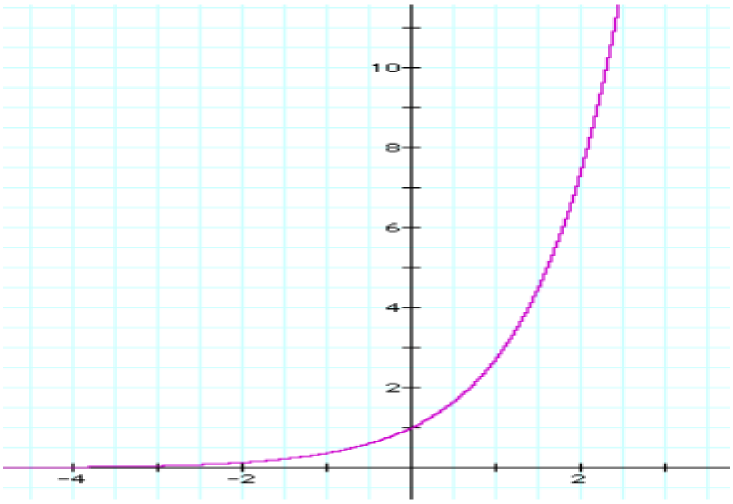
بعض خصائص:

- $e^0 = 1$
- $\forall x \in \Re, \ln e^x = x$
- $\forall x \in \Re_+^*, e^{\ln x} = x$
- $\forall (x,y) \in \Re^2, e^{x+y} = e^x + e^y$
- $\forall (x,y) \in \Re^2, e^{x-y} = e^x.e^{-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$
- $\forall x \in \Re, (e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$

حالة خاصة:

الدالة الاسية ذات الاساس e هي: $x \to y = f(x) = e^x = e^{x\ln e}$

بيان الدالة الاسية:



بيان الدالة الأسية

بعض النهايات الشهيرة:

1- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\propto$

2- $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

3- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$

4- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\propto$

5- $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

6- $\lim\limits_{x\to1} \frac{e^{x-1}-1}{x-1} = 1$

7- $\lim\limits_{x\to a} \frac{e^{x-a}-1}{x-a} = 1$

8- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$