حل تمرين رقم 01:

عدد الحالات الممكنة لتشكيل هذه اللجنة:

$$C_{20}^{4}=\frac{20!}{4!(20-4)!}=\frac{20x19x18x17x16!}{4!16!}=\frac{20x19x18x17}{4x3x2x1}=4845$$

طالبة فقط في اللجنة: $C_{8}^{1}.C_{12}^{3}=8.\frac{12!}{3!(12-3)!}=8.\frac{12x11x10x9!}{3!9!}=8.\frac{12x11x10}{3x2x1}=1760$

لجنة متساوية الاعضاء: $C_{8}^{2}.C_{12}^{2}=\frac{8x7}{2x1}.\frac{12x11}{2x1}=28x66=1848$

لجنة من نفس الجنس: $C_{8}^{4}+C_{12}^{4}=\frac{8x7x6x5}{4x3x2x1}+\frac{12x11x10x9}{4x3x2x1}=70+495=565$

طالبان علي الاقل في اللجنة:

$$C_{12}^{2}.C_{8}^{2}+C_{12}^{3}.C_{8}^{1}+C_{12}^{4}.C_{8}^{0}=\frac{12x11}{2x1}.\frac{8x7}{2x1}+\frac{12x11x10}{3x2x1}.8+\frac{12x11x10x9}{4x3x2x1}=66x28+220x8+495=4103$$

طالبة علي الاكثر في اللجنة: $C_{8}^{1}.C_{12}^{3}+C_{8}^{0}.C_{12}^{4}=8.\frac{12x11x10}{3x2x1}+495=2255$

حل تمرين رقم 02:

عدد الحالات الممكنة لسحب بطاقتين حمروين:

$$C_{8}^{2}.C_{24}^{3}=\frac{8!}{2!(8-2)!}.\frac{24!}{3!(24-3)!}=\frac{8x7}{2x1}.\frac{24x23x22x21!}{3x2x1x21!}=5667$$

عدد الحالات الممكنة لسحب بطاقة واحدة علي الاقل تحمل رقم 1:

$$C_{4}^{1}.C_{28}^{4}+C_{4}^{2}.C_{28}^{3}+C_{4}^{3}.C_{28}^{2}+C_{4}^{4}.C_{28}^{0}=4.\frac{28!}{4!(28-4)!}+6.\frac{28!}{3!(28-3)!}+4.\frac{28!}{2!(28-2)!}+1$$

$$=4.\frac{28x27x26x25x24!}{4x3x2x24!}+6.\frac{28x27x26x25!}{3x2x25!}+4.\frac{28x27x26!}{2x26!}+1=81900+19656+1513=103069$$

عدد الحالات الممكنة لسحب بطاقة واحدة سوداء علي الاكثر:

$$C_{8}^{1}.C_{24}^{4}+C_{8}^{0}.C_{24}^{5}=8.\frac{24!}{4!(24-4)!}=8.\frac{24x23x22x21x20!}{4x3x2x1x20!}=8.\frac{24x23x22x21}{4x3x2}=8500$$

عدم ظهور اللون الاخضر في السحب:

$$C_{8}^{0}.C_{24}^{5}=1.\frac{24!}{5!(24-5)!}=\frac{24x23x22x21x20x19!}{5x4x3x2x1x19!}=\frac{24x23x22x21x20}{5x4x3x2}=42504$$

حل تمرين رقم 03:

$$C_8^2+C_7^2-C_{10}^4=\frac{8!}{2!(8-2)!}+\frac{7!}{2!(7-2)!}-\frac{10!}{4!(10-4)!}=\frac{8x7}{2x1}+\frac{7x6}{2x1}-\frac{10x9x8x7x6!}{4x3x2x1x6!}$$

$$=28+21-\frac{10x9x8x7}{4x3x2}=49-210=-161$$

$$\frac{2C_5^3}{3C_6^3}=\frac{2\frac{5x4x3}{3x2}}{3\frac{6x5x4}{3x2}}=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$$

$$C_n^2+C_n^3=\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{3x2}=\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=\frac{3n(n-1)+n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$=\frac{n(n-1)(n+1)}{6}=\frac{n(n^2-1)}{6}$$

$$C_n^{n-1}xC_{n+1}^n-n^2=nxn-n^2=n^2-n^2=0$$

حل تمرين 04:

لدينا المنشور: $l=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3$

الحد الخالي من المتغير x :

$$v_{p+1}=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3\Rightarrow a=\frac{2}{x^3},b=5x^3,n=3,p?$$

نضع $v_{p+1}=C_n^p\left(\frac{2}{x^3}\right)^{n-p}\left(5x^3\right)^p$

$$v_{p+1}=C_3^p\left(\frac{2}{x^3}\right)^{3-p}\left(5x^3\right)^p=5^p.2^{3-p}.C_3^p.x^{-9+3p+3p}=5^p.2^{3-p}.C_3^p.x^{-9+6p}$$

يكون حدا خاليا من المتغيرة x : اذا كان اس المتغيرة معدوما اي: $6p-9=0\Rightarrow 6p=9\Rightarrow p=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}\notin \mathrm{N}$

و منه لا يوجد حدا خاليا من المتغيرة x

معامل الحد الثالث:

لدينا: $v_{p+1}=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3\Rightarrow a=\frac{2}{x^3},b=5x^3,n=3,p+1=3\Rightarrow p=2$

$$v_{p+1}=C_3^2\left(\frac{2}{x^3}\right)^{3-2}\left(5x^3\right)^2=2C_3^2\frac{1}{x^3}25x^6=150x^3$$

معامل الحد الثالث هو: 150

اس المتغيرة x للحد الرابع:

$$v_{p+1}=\left(\frac{2}{x^3}+5x^3\right)^3\Rightarrow a=\frac{2}{x^3},b=5x^3,n=3,p+1=4\Rightarrow p=3$$

$$v_{p+1}=C_3^3\left(\frac{2}{x^3}\right)^0\left(5x^3\right)^3=125x^9=125x^9$$

اس المتغيرة x للحد الرابع هي:9.

حل تمرين 05:

لدينا المنشور: $l=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4$

الحد الخالي من المتغير x :

$$v_{p+1}=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4 \Rightarrow a=\frac{1}{x^2},b=4x^3,n=4,p?$$

نضع $v_{p+1}=C_4^p\left(\frac{1}{x^2}\right)^{4-p}\left(4x^3\right)^p$

$$v_{p+1}=C_4^p\left(\frac{1}{x^2}\right)^{4-p}\left(4x^3\right)^p=4^p.C_4^p.x^{-8+2p+3p}=4^p.C_4^p.x^{-8+5p}$$

يكون حدا خاليا من المتغيرة x : اذا كان اس المتغيرة معدوما اي: $6p-8=0\Rightarrow 6p=8\Rightarrow p=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}\notin \mathrm{N}$

و منه لا يوجد حدا خاليا من المتغيرة x

معامل الحد الثالث:

لدينا: $v_{p+1}=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4 \Rightarrow a=\frac{1}{x^2},b=4x^3,n=4,p+1=3\Rightarrow p=2$

$$v_{p+1}=C_4^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^2\left(4x^3\right)^2=16C_4^2\frac{1}{x^4}x^6=96x^2$$

معامل الحد الثالث هو: 96

اس المتغيرة x للحد الرابع:

$$v_{p+1}=\left(\frac{1}{x^2}+4x^3\right)^4 \Rightarrow a=\frac{1}{x^2},b=4x^3,n=4,p+1=4\Rightarrow p=3$$

$$v_{p+1}=C_4^3\left(\frac{1}{x^2}\right)\left(4x^3\right)^3=256x^7$$

اس المتغيرة x للحد الرابع هي:7.

حل تمرين 06:

لدينا المنشور: $l=\left(2x^3+\frac{1}{x^4}\right)^5$

الحد الخالي من المتغير x :

$$v_{p+1}=\left(2x^3+\frac{1}{x^4}\right)^5 \Rightarrow a=2x^3, b=\frac{1}{x^4}, n=5, p?$$

$$v_{p+1}=C_5^p\left(2x^3\right)^{5-p}\left(\frac{1}{x^4}\right)^p$$ نضع

$$v_{p+1}=C_5^p\left(2x^3\right)^{5-p}\left(\frac{1}{x^4}\right)^p=2^{5-p}.C_5^p.x^{15-3p-4p}=2^{5-p}.C_5^p.x^{15-7p}$$

$15-7p=0\Rightarrow 7p=15\Rightarrow p=\frac{15}{7}\notin \mathbb{N}$ يكون حدا خاليا من المتغيرة x : اذا كان اس المتغيرة معدوما اي:

و منه لا يوجد حدا خاليا من المتغيرة x

معامل الحد الثالث:

$$v_{p+1}=\left(2x^3+\frac{1}{x^4}\right)^5 \Rightarrow a=2x^3, b=\frac{1}{x^4}, n=5, p+1=3\Rightarrow p=2$$ لدينا:

$$v_{p+1}=C_5^2\left(2x^3\right)^3\left(\frac{1}{x^4}\right)^2=80x$$

معامل الحد الثالث هو: 80

اس المتغيرة x للحد الرابع هي: -6.

$$v_{p+1}=\left(2x^3+\frac{1}{x^4}\right)^5 \Rightarrow a=2x^3, b=\frac{1}{x^4}, n=5, p+1=4\Rightarrow p=3$$

$$v_{p+1}=C_5^3\left(2x^3\right)^2\left(\frac{1}{x^4}\right)^3=40x^{-6}$$

حل تمرين 07:

لدينا المنشور: $l=\left(x^4+\frac{3}{x^6}\right)^8$

الحد الخالي من المتغير x :

$$v_{p+1}=\left(x^4+\frac{3}{x^6}\right)^8 \Rightarrow a=x^4, b=\frac{3}{x^6}, n=8, p?$$

$$v_{p+1}=C_8^p\left(x^4\right)^{8-p}\left(\frac{3}{x^6}\right)^p$$ نضع

$$v_{p+1}=C_8^p\left(x^4\right)^{8-p}\left(\frac{3}{x^6}\right)^p=3^p.C_8^p.x^{32-4p-6p}=3^p.C_8^p.x^{32-10p}$$

يكون حدا خاليا من المتغيرة x : اذا كان اس المتغيرة معدوما اي:

$$32-10p=0\Rightarrow 10p=32\Rightarrow p=\frac{32}{10}\notin \mathrm{N}$$

و منه لا يوجد حدا خاليا من المتغيرة x

معامل الحد الثالث:

لدينا:

$$v_{p+1}=\left(x^4+\frac{3}{x^6}\right)^8\Rightarrow a=x^4, b=\frac{3}{x^6}, n=8, p+1=3\Rightarrow p=2$$

$$v_{p+1}=C_8^2\left(x^4\right)^8\left(\frac{3}{x^6}\right)^2=252x^{20}$$

معامل الحد الثالث هو: 252

اس المتغيرة x للحد الرابع هي 2 لان:

$$v_{p+1}=\left(x^4+\frac{3}{x^6}\right)^8\Rightarrow a=x^4, b=\frac{3}{x^6}, n=8, p+1=4\Rightarrow p=3$$

$$v_{p+1}=C_8^3\left(x^4\right)^5\left(\frac{3}{x^6}\right)^3=1512x^2$$