

سلسلة تمارين المحور الثالث: المتغيرات العشوائية ثنائية الأبعاد

التمرين 01 :

ليكن التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X مبين في الجدول التالي :

X	- 3	4	7	12	10
P	0.1	0.15	0.3	0.4	0.05

1. احسب الامل الرياضي $E(X)$ ؟ والتباين $V(X)$ ؟

2. احسب $var(-X + 7)$ ؟ $V(5)$ ؟

3. احسب $E(-10)$ ؟ $E(X - 2)$ ؟

التمرين 02 :

ليكن التوزيع الاحتمالي التالي:

x	4	5	6	7	8	9
$P(X = x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

1. احسب الامل الرياضي (التوقع) والتباين للمتغير العشوائي X ؟

2. ليكن المتغير العشوائي Y يأخذ القيمة "0" إذا كان X زوجي، ويأخذ القيمة "1" إذا كان X فردي.

اوجد التوزيع الاحتمالي لـ Y ، واحسب كل من $E(Y)$ ، $V(Y)$ ؟

التمرين 03 :

ليكن لدينا X ، Y متغيران عشوائيان مستقلان، حيث: $E(X) = 8/3$ ، $E(Y) = 30/8$

ولتكن المتغيرات التالية: $W = 3X + 2Y$ ، $Z = X.Y$ ، أحسب ما يلي.

1. $E(Z)$ ، $E(X + 3)$ ، $E(Y - 2)$ ، $E(W)$ ، $E(W - E(W))$.

2. إذا كان: $V(X) = 5$ ، $V(Y) = 5$ ، أحسب: $V(W)$ ، $V(X - 3)$ ، $V(Y + 3)$.

التمرين 04 :

نقوم بإلقاء زهرة نرد مرة واحدة وليكن المتغيرين العشوائيين X و Y حيث:

X : يدل على ضعف الرقم المحصل عليه.

Y : يدل على العدد 1 إذا كان الناتج المحصل عليه فرديا أو العدد 2 إذا كان الناتج زوجيا.

1. أوجد فراغ العينة Ω . 2. أوجد التوزيعات الاحتمالية لكل من X و Y

التمرين 05 :

ليكن X و Y متغيرين عشوائيين، حيث $X = Y/2$

1. بين أن $cov(X, Y) = \delta x \cdot \delta y$. 2. أوجد معامل الارتباط.

التمرين 06:

لتكن X متغيرة عشوائية قانونها الاحتمالي ممثل في الجدول التالي:

X	-2	-1	1	2
Px	1/4	1/4	1/4	1/4

لتكن المتغيرة العشوائية $Y = X^2$

1. اكتب التوزيع الاحتمالي لـ Y

2. اوجد التوزيع الاحتمالي المشترك للثنائية (X, Y)

3. أحسب التباين المشترك ومعامل الارتباط

التمرين 07:

لتكن المتغيرتين العشوائيتين X, Y ، قانونهما الاحتمالي معرف كما يلي:

	X_i	1	2	
	P_i	1/2	1/2	
Y_i		1	2	3
P_i		1/4	1/2	1/4

أحسب ما يلي:

1. $V(Y)$, $E(Y)$, $E(Y)$, $V(X)$

2. أوجد التوزيع الإجمالي للمتغيرتين $T = X+Y$ و $Z = X.Y$

3. أحسب كل من $V(T)$, $E(T)$, $E(Z)$, $V(Z)$

التمرين 08:

لتكن دالة التوزيع الاحتمالي المشترك لثنائية (X, Y) معرفة كما يلي:

$$f(x,y) = \begin{cases} c \cdot (2x + y) & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \quad 0 \leq y \leq 3 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

1. أوجد قيمة الثابت C

2. أوجد $P(X \leq 1, Y \leq 2)$

3. أوجد الدوال الاحتمالية الهامشية للمتغيرتين

4. هل المتغيرتين مستقلتين؟

التمرين 09: لتكن Z و W متغيرتين عشوائيتين مستقلتين و لهما نفس التباين ولتكن كل من المتغيرتين

$X = W + 2Z$, $Y = W - Z$. أوجد التباين المشترك ومعامل الارتباط بين المتغيرتين X, Y