

# البرمجة المرافقة (التناظرية)

لكل برنامج خطي مرتباً بالمتغيرات  $x_1, x_2, \dots, x_n$   
 برنامج مرافق مرتباً بالمتغيرات  $y_1, y_2, \dots, y_m$  مستقاً منه

الصيغة القانونية (منزى فقط الصيغ القانونية)

$$\text{Max } Z = C^T x$$

$$\text{Min } z = B^T x$$

$$s.t. \begin{cases} Ax \leq B \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$s.t. \begin{cases} \bar{A}x \geq c \\ y \geq 0 \end{cases}$$

1) قلب صيغة دالة الهدف إذا كانت Max ← Min  
 إذا كانت Min ← Max

2) مقلوب المتراجم Max أقل أو سادى الى Min أكبر أو تادى -  
 والعكس -

3) متطابق البرنامج من  $x_1, x_2, \dots, x_n$  الى  $y_1, y_2, \dots, y_m$

حيث ( m عدد المتغيرات البرنامج المولى )

4) عمود التوازية (B) يتحول الى معاملة العمود (B)

5) قلب المصفوفة A الى A

6) معاملة دالة الهدف (C) يتحول الى (c) توازية البرنامج التالى

7) كل البرنامجى تكون المتغيرات غير سالبة

بيانات الشكل القانوني

$$\text{Max } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 \leq b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 \leq b_2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$$

بيانات البرنامج المزدوج

$$\text{Min } z = b_1 y_1 + b_2 y_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} a_{11} y_1 + a_{21} y_2 \geq c_1 \\ a_{12} y_1 + a_{22} y_2 \geq c_2 \\ a_{13} y_1 + a_{23} y_2 \geq c_3 \end{cases}$$

$$y_1 \geq 0 \quad y_2 \geq 0$$

8) في جدول الحل الأمثل تلاحظنا

	المتغيرات الرئية	متغيرات الذخيرة
البرنامج الاولي	$x_1, x_2, \dots, x_n$	$x_1^e, x_2^e, \dots, x_n^e$
البرنامج المزدوج	$y_1^e, y_2^e, \dots, y_n^e$	$y_1, y_2, \dots, y_n$
	متغيرات الذخيرة	المتغيرات الرئية

قيمة الدالة الاقتصادية في البرنامجين تكون متساوية

$$\text{Max } z = 1 + 3x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x_1 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

مثال

المراقبة

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	$x_5^e$	B
$x_3^e$	0	0	1	-1	2	3
$x_1$	1	0	0	1	-2	2
$x_2$	0	1	0	0	1	4
Z	0	0	0	-1	-1	-14

المجدول المبني

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 4 \quad z = 14$$

الحل

$$\text{Min } z = 5y_1 + 10y_2 + 4y_3$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} y_1 + y_2 \geq 1 \\ 2y_2 + y_3 \geq 3 \end{cases}$$

المراقبة

$$x_1 = 0 \quad x_2 = |-1| = 1 \quad x_3 = |-1| = 1 \quad z = 14$$

الحل

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4^e$	$y_5^e$	$y_6^e$	$y_7^e$	B
$y_4^e$			0	-1	+2	0	0	1
$y_5^e$	1	2	0	-1	+2	0	0	3
$y_6^e$	0	2	1	0	0	-1	+1	3
Z	5-M	10-3M	4-M	+M	0	+M	0	-4M

المجدول المبني

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4^e$	$y_5^e$	$y_6^e$	$y_7^e$	B
$y_2$	1	1	0	-1	/	0	/	1
$y_3$	-2	0	1	2	/	-1	/	1
Z	3	0	0	2	/	4	/	14

المجدول المبني

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 1 \quad y_3 = 1 \quad z = 14$$

$$\text{Max } z = x_1 + 3x_2$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
$x_3$	0	0	1	-1	2	3
$x_1$	1	0	0	1	-2	2
$x_2$	0	1	0	0	1	4
	0	0	0	-1	-1	-14

المراجع

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 4$$

$$z = 14$$

$$\text{Max } z = 5y_1 + 10y_2 + 4y_3$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \geq 1 \\ 2y_2 + y_3 \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= |x_3| = 0 \\ y_2 &= |x_4| = 1 \\ y_3 &= |x_5| = 1 \end{aligned}$$

$$z = 14$$

$$\text{Min } Z = 3x_1 + 10x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 10 \\ -2x_1 + 7x_2 \geq 14 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- 1 - أوجد الحل الأمثل ؟
- 2 - اوجد البرنامج التالي . ثم اوجد حالة الأمثل
- 3 - قارن نتائج الحل البرنامجي . ماذا نستنتج ؟

الحل

$$\text{Min } Z = 3x_1 + 10x_2 + Mx_3 + Mx_4$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 10 \\ -2x_1 + 7x_2 - x_5 + x_6 = 14 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0 \quad x_5 \geq 0 \quad x_6 \geq 0$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	B
$x_4$	5	1	-1	1	0	0	10
$x_6$	-2	(7)	0	0	-1	1	14 ←
	$3-3M$	$10-8M$	M	0	M	0	$-24M$

↑

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	B
$x_1$	$\frac{37}{7}$	0	-1	1	$\frac{1}{7}$	/	8 ←
$x_2$	$-\frac{2}{7}$	1	0	0	$-\frac{1}{7}$	/	2
	$\frac{41 - 37M}{7}$	0	M	0	$\frac{10 - M}{7}$	/	$-20 - 8M$

السطر الأخير ليس كله موجب

$\frac{37}{7}$

متغيرات أساسية

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	B
$x_1$	1	0	$-\frac{7}{37}$	$\frac{37}{37}$	$\frac{1}{37}$	/	$\frac{56}{37}$
$x_2$	0	1	$-\frac{2}{37}$	/	$-\frac{31}{259}$	//	$\frac{90}{37}$
	0	0	$\frac{41}{37}$	/	$\frac{47}{37}$	/	$-\frac{1068}{37}$

حل البرنامج التالي

الرنامج الخطية

$$Max Z = 10x_1 + 14x_2$$

$$s.t \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

جد البنامج المرافق

$$Max Z = 10x_1 + 14x_2$$

$$s.t \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + y_3^e = 3 \\ x_1 + x_2 + y_4^e \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, y_3^e \geq 0, y_4^e \geq 0 \end{cases}$$

	$x_1$	$x_2$	$y_3^e$	$y_4^e$	R
$y_3^e$	5	-2	1	0	3
$y_4^e$	1	7	0	1	10 ←
	10	14	0	0	0

↑

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	B
$x_3^e$	$37/7$	0	1	$2/7$	$41/7$
$x_2$	$1/7$	1	0	$1/7$	$10/7$
SB	8	0	0	-2	-20

ليوجد عدد موجب في السطر الرابع اذا نلوه حديد آ؟

	$x_1$	$x_2$	متغيرات مضافة		B
			$x_3^e$	$x_4^e$	
$x_1$	1	0	$7/37$	$2/37$	$41/37$
$x_2$	0	1	$-1/37$	$35/259$	$47/37$
SB	0	0	$-54/37$	$-40/37$	$-1068/37$

حل البرنامج الأمثل

$$x_1 = \frac{41}{37}$$

$$x_2 = \frac{47}{37}$$

$$z = \frac{1068}{37}$$