

04 تفاضل

Max  $Z = 2x_1 + 2x_2$

Stc  $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 40 \\ x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ 3x_1 + x_2 \leq 30 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 40 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 + x_5 = 30 \end{cases}$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	B
$x_3$	2	3	1	0	0	40
$x_4$	1	2	0	1	0	20
$x_5$	3	1	0	0	1	30
Z	20	20	0	0	0	0

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	B
$x_3$	1/2	0	1	-1/2	0	20
$x_2$	1/2	1	0	1/2	0	20
$x_5$	5/2	0	0	-1/2	1	20
Z	10	0	0	-10	0	-20

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	B
$x_3$	0	0	1	-1/5	-1/5	6
$x_2$	0	1	0	3/5	-1/5	6
$x_1$	1	0	0	-1/5	2/5	8
Z	0	0	0	-11	-3	-310

$x_1 = 8$

$x_2 = 6$

$Z = 1 \cdot 310 = 310$

هذا الحل الأمثل

في الجدول التالي

الجدول التالي

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 4x_1 + 8x_2 \leq 40 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x_1 + 8x_2 + x_3 = 40 \\ x_1 + x_4 = 6 \\ x_2 + x_5 = 4 \end{cases}$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
$x_3$	4	8	1	0	0	40
$x_4$	1	0	0	1	0	6
$x_5$	0	1	0	0	1	4
Z	2	4	0	0	0	0

R1  
R2  
R3

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
$x_3$	4	0	1	0	-8	8
$x_4$	1	0	0	1	0	6
$x_2$	0	1	0	0	1	4
Z	2	0	0	0	-4	-16

R1  
R2  
R3

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
$x_1$	1	0	$\frac{1}{4}$	0	-2	2
$x_3$	0	0	$-\frac{1}{4}$	1	2	4
$x_2$	0	1	0	0	1	4
Z	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-20

دکھو کہ  
اوپر

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= 4 \\ Z &= 20 \end{aligned}$$

دکھو

Max  $Z = x_1 + 2x_2 + 4x_3$

st  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$

Max  $Z = x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5$   
 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 100 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_5 = 60 \end{cases}$

المعادلة الأولى  
 الثانية  
 الثالثة

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS	$\theta$
$x_4$	2	1	2	1	0	100	100
$x_5$	2	4	2	0	1	60	15
	1	2	4	0	0	0	

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS	$\theta$
$x_5$	0	-3	0	1	-1	60	
$x_3$	1	2	1	0	1/2	30	15
	-3	-6	0	0	-2	-120	

كلها  
 سلبية  
 أو صفرية

(الخيار الأفضل)  $x_1 = 0$   
 (الخيار الأفضل)  $x_2 = 0$   
 $x_3 = 30$   
 $Z = 120$

الخيار الأفضل

4)

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x_1 \leq 4 \\ 2x_2 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 18 \end{cases}$$

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2 - Mx_3 - Mx_4$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_5 + x_6 = 18 \end{cases}$$

مبدأ البرنامج

Max	-M
Min	+M

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2 - M(12 - 2x_2) - M(18 - 3x_1 - 2x_2 + x_5)$$

$$= 3x_1 + 5x_2 - 12M + 2Mx_2 - 18M + 3Mx_1 + 2Mx_2 - Mx_5$$

$$= (3+3M)x_1 + (5+4M)x_2 - Mx_5 - 30M$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^a$	$x_5^e$	$x_6^a$	B
$x_3^e$	1	0	(1)	0	0	0	4
$x_4^a$	0	(2)	0	(1)	0	0	12
$x_6^a$	3	2	0	0	-1	(1)	18
	$3+3M$	$5+4M$	0	0	-M	0	$30M$

(عوضاً)  
(2=0)

مثال ٤

المشكلة

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_1$	1	0	1	~	0	0	1
$x_2$	0	1	0	~	0	0	6
$x_3$	(3)	0	0	~	-1	1	6
	$3x_1$	0	0	~	-1	0	$3x_1$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_3$	0	0	1	~	(1/3)	~	2
$x_2$	0	1	0	~	1/2	~	6
$x_1$	1	0	0	~	-1/3	~	2
	0	0	0	~	1	~	-36

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_3$	0	0	3	~	1	~	6
$x_2$	0	1	-3/2	~	0	~	8
$x_1$	1	0	1	~	0	~	4
	0	0	-3	~	0	~	-42

$x_1 = 4$   
 $x_2 = 6$   
 $Z = 42$

المشكلة

$$(5) \text{ Min } Z = 10x_1 + 30x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_2 \geq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

ما هي القيمة الصغرى  
لصفا القيمة الأكبر لمتغيره  
والمحتاج الى متغير اصغر  
مع متغير القيمة  $x^e$

$$\text{Min } Z = 10x_1 + 30x_2 + Mx_3 + Mx_4 + Mx_5$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 6x_1 + x_2 - x_5 + x_6 = 6 \\ x_2 - x_7 + x_8 = 2 \end{cases}$$

نضيف في  $Z$   
مع  $x^e$   $(+M)$   
Min  $x^e$

$$\begin{pmatrix} x_3 = 6 - 3x_1 - 2x_2 + x_4 \\ x_5 = 6 - 6x_1 - x_2 + x_6 \\ x_7 = 2 - x_2 + x_8 \end{pmatrix}$$

$$\text{Min } Z = 10x_1 + 30x_2 + M(6 - 3x_1 - 2x_2 + x_4) \\ + M(6 - 6x_1 - x_2 + x_6) \\ + M(2 - x_2 + x_8)$$

$$= 10x_1 + 30x_2 + 6M - 3Mx_1 - 2Mx_2 + Mx_4 \\ + 6M - 6Mx_1 - Mx_2 + Mx_6 \\ + 2M - Mx_2 + Mx_8$$

$$\text{Min } Z = (10 - 4M)x_1 + (30 - 4M)x_2 + Mx_4 + Mx_6 + Mx_8 + 14M$$

Q76

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	$x_5^e$	$x_6^e$	$x_7^e$	$x_8^e$	$\theta$
$x_3$	3	2	-1	+1	0	0	0	0	6
$x_4$	6	1	0	0	-1	+1	0	0	6
$x_5$	0	1	0	0	0	0	-1	+1	2
$\theta$	$10.9M$	$30.4M$	$M$	0	$M$	0	$M$	0	

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	$x_5^e$	$x_6^e$	$x_7^e$	$x_8^e$	$\theta$
$x_3$	0	$(3/2)$	-1	1	$1/2$	/	0	0	3
$x_4$	1	$1/6$	0	0	$-1/6$	/	0	0	1
$x_5$	0	1	0	0	0	/	-1	1	2
$\theta$	0	$\frac{10.9M}{6}$	$M$	0	$\frac{10.2M}{6}$	/	$M$	0	$\frac{10.9M}{6}$

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	$x_5^e$	$x_6^e$	$x_7^e$	$x_8^e$	$\theta$
$x_2$	0	1	$-2/3$	/	$1/3$	/	0	0	2
$x_3$	1	0	$1/3$	/	$-2/3$	/	0	0	$2/3$
$x_4$	0	0	$(2/3)$	/	$-1/3$	/	-1	1	0
$\theta$	0	0	$\frac{10.9M}{3}$	/	$\frac{-70.3M}{3}$	/	$M$	0	$\frac{10.9M}{3}$

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	$x_5^e$	$x_6^e$	$x_7^e$	$x_8^e$	$\theta$
$x_1$	0	1	0	/	0	/	0	/	2
$x_2$	1	0	0	/	$-1/6$	/	$1/6$	/	$2/3$
$x_3$	0	0	1	/	$-1/2$	/	$3/2$	/	0
$\theta$	0	0	0	/	$5/3$	/	$85/3$	/	$\frac{10.9M}{3}$

$x_1 = 2/3$   
 $x_2 = 2$   
 $z = 20.8M$

121.1

6)  $Max Z = -3x_1 + 5x_2 - 2x_3$

st.  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 20 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 30 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 40 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$

المعادلة  
المساوية  
المتساوية  
مع  
المساوية  
المساوية

$Max Z = -3x_1 + 5x_2 - 2x_3$

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 30 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_6 = 40 \end{cases}$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$R$	
$x_4$	1	2	1	1	0	0	20	$\frac{20}{1}$
$x_5$	1	1	2	0	1	0	30	$\frac{30}{1}$
$x_6$	2	4	3	0	0	1	40	$\frac{40}{2}$
$Z$	-3	5	-2	0	0	0	0	

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$R$
$x_1$	1	2	1	1	0	0	20
$x_5$	0	-1	1	-1	1	0	10
$x_6$	0	0	1	-2	0	1	0
$Z$	0	11	11	13	0	0	60

المعادلة  
المساوية

$\begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ Z = 60 \end{cases}$

المعادلة



$$\text{max } z = 5x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 50 \\ x_1 \geq 20 \\ x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{max } z = 5x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 50 \\ x_1 - x_4 + x_5 = 20 \\ x_2 + x_6 = 20 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

$$z = 5x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$$

$$= (5-20) x_1 - (3-20) x_2 - 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3^e$	$x_4^e$	$x_5^e$	$x_6^e$	R	
$x_1$	1	2	1	0	0	0	50	$\frac{50}{2}$
$x_4$	1	0	0	-1	1	0	20	$\frac{20}{1}$
$x_2$	0	1	0	0	0	1	20	$\frac{20}{1}$
	5-20	3-20	0	-0	0	0	-70	

$\vdots$   
  
 $\vdots$

$$\begin{aligned} x_1 &= 20 \\ x_2 &= 15 \\ z &= 205 \end{aligned}$$

1321

8) Min  $Z = 2x_1 + 3x_2$     Max  $Z = 2x_1 + 3x_2 + Mx_3 + Mx_4$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - 2x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 2x_1 + 3x_2 + Mx_3 + Mx_4 \\ &= 2x_1 + 3x_2 + M(4 - 2x_1 - 2x_2 + x_3) + M(3 - x_1 - x_2) \\ &= \underline{2x_1} + \underline{3x_2} - 4M - \underline{2Mx_1} - \underline{2Mx_2} + Mx_3 - 3M - Mx_1 - Mx_2 \\ &= (2 - 3M)x_1 + (3 - 3M)x_2 + Mx_3 + 4M \end{aligned}$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_3$	1	2	1	0	0	0	6
$x_4$	2	2	0	-1	1	0	4
$x_5$	1	1	0	0	0	1	3
Z	$2-3M$	$3-3M$	0	$M$	0	0	$-4M$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_3$	0	1	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1
$x_4$	1	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2
$x_5$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
Z	0	1	0	$2-\frac{3}{2}M$	$\frac{1}{2}M$	0	$-4-M$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RHS
$x_3$	0	1	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3
$x_4$	1	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3
$x_5$	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
Z	0	1	0	0	$\frac{1}{2}M$	$\frac{1}{2}M$	$-6$

$$\begin{aligned} x_1 &= 3 \\ x_2 &= 0 \\ Z &= 6 \end{aligned}$$

Handwritten notes on the left side of the page, including some illegible scribbles and possibly "Optimal solution".

Handwritten notes on the right side of the page, possibly "Optimal solution".