**Chapitre 2: Les fonctions Bêta et Gamma**

**Fonction Gamma :**

La fonction gamma est définit :

 ,x>0

**Propriétés de la fonction Gamma :**

Les propriétés importantes de la fonction Gamma sont les suivantes :

Ex :

Démonstration :

On suppose que  :

Alors :

EX :

**EXEMPLE :**

**Calculer l’intégrale**

**Solution :**

**Gamma s’écrit sous forme :**

**On suppose que :**

**Donc et**

**On remplace dans l’intégrale**

**NB :**

**EX :**

**Calculer la valeur de**

**Solution :**

**On a**

**Formule de duplication:**

* La fonction gamma vérifie la formule de réflexion d'Euler, ou [formule des compléments](https://www.frwiki.org/wiki/Formule_des_compl%C3%A9ments)

Ex :

Donner la valeur de

Solution

**Pour z=3/4**

La fonction gamma vérifie également la formule de duplication

La formule de duplication est un cas particulier du théorème de multiplication :

Ex précédent :

**La fonction Bêta :**

La fonction bêta est une fonction spéciale où elle est classée comme le premier type d'intégrale d'Euler. La fonction bêta est définie dans les domaines des nombres réels. La notation pour représenter la fonction bêta est « β ». La fonction bêta est signifiée par B(p, q), où les paramètres p et q doivent être des nombres réels. La fonction bêta en mathématiques explique l'association entre l'ensemble des entrées et les sorties. Chaque valeur d'entrée de la fonction bêta est fortement associée à une valeur de sortie. La fonction bêta joue un rôle important dans de nombreuses opérations mathématiques.

**Formule:**

La formule de la fonction bêta est définie comme suit :

Ou p,q>0

La fonction bêta joue un rôle dans le calcul car elle a un lien étroit avec la fonction gamma, qui elle-même fonctionne comme la généralisation de la fonction factorielle. En calcul, de nombreuses fonctions intégrales complexes sont réduites aux intégrales normales impliquant la fonction bêta.

**Propriétés de la fonction bêta**

Les propriétés importantes de la fonction bêta sont les suivantes :

* Cette fonction est symétrique ce qui signifie que la valeur de la fonction bêta est indépendante de l'ordre de ses paramètres, c'est-à-dire :

B(p, q) = B(q, p)

* B(p, q+1) = B(p, q). q/(p+q)q/(p+q).
* B(p+1, q) = B(p, q). p/(p+q)p/(p+q).
* B (p, q). B (p+q, 1-q) = π/ p sin (πq).
* B(p, q) = B(p, q+1) + B(p+1, q)

**Autre forme de la fonction bêta :**

**Relation avec la fonction gamma**:

La fonction bêta donnée peut être écrite sous la forme d'une fonction gamma comme suit :

Où la fonction gamma est définie comme :

De plus, la fonction bêta peut être calculée à l'aide de la formule factorielle :

Exemple 01:

Trouver la valeur de l’intégrale suivant :

Solution :

La forme ci-dessus peut aussi s'écrire :

Maintenant, comparez le l’intégrale ci-dessus avec la fonction bêta:

On obtient donc p= 5 et q = 4

En utilisant la forme factorielle de la fonction bêta :

On a

Donc la valeur de l’intégrale

**Formule de Stirling :**

La [formule de Stirling](https://www.frwiki.org/wiki/Formule_de_Stirling) donne un [équivalent](https://www.frwiki.org/wiki/%C3%89quivalent) au voisinage de l'infini de la factorielle :

A

Ex

L’approximation de stirling :