

Cours :

*Systemes asservis linéaires et
continus*

أنظمة التحكم المستمرة و الخطية

Partie 05

د. دليلة جودي

daliladjoudi@gmail.com

موجه للسنة الثانية ليسانس أوتوماتيك

2019/2020



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

Approche temporelle

تصميم أنظمة التحكم في المجال الزمني



Chapitre 5

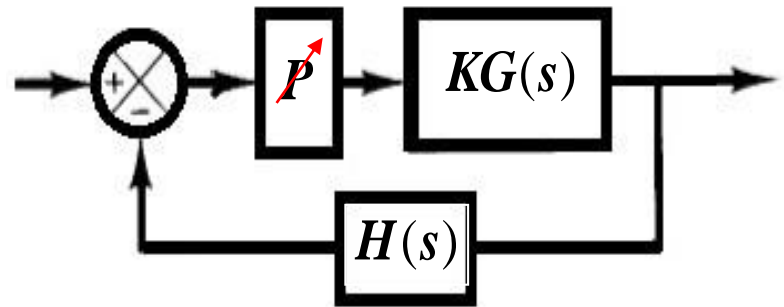
Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.1 Rappel sur la différence entre l'analyse et la synthèse d'un système asservi

Pour un système bouclé les performances peuvent être à caractériser (analyse : Analysis) ou à imposer (synthèse : Design)

يمكن لخصائص أداء النظام أن تكون للتمييز أو التقييم وهو "تحليل النظام Analysis" أو أن تكون مفروضة (دفتر الشروط) وتحسب وسائط التحكم بدلالة هذه الخصائص و هو **تصميم** نظام التحكم "Design"



Analyse des performances:

$KG(s)$ connue
P fixé

➡ Trouver les performances

Synthèse d'un système asservi:

$KG(s)$ connue

➡ Trouver P (réglage)

Performances désirées
(Cahier des charges)



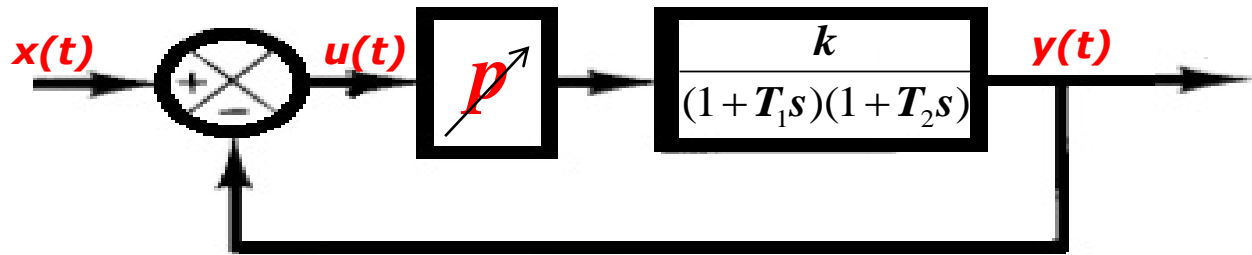
Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2 Exemples d'application d'analyse et de synthèse dans l'asservissement

5.2.1 Asservissement de vitesse (Analyse et synthèse)



En boucle fermée

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{pG(s)}{1 + pG(s)}$$

$$= \frac{p \frac{k}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)}}{1 + p \frac{k}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)}} \Rightarrow$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{pk}{pk + 1} \left(\frac{pk + 1}{TT_2} \right)}{s^2 + \left(\frac{T_1 + T_2}{TT_2} \right) s + \left(\frac{pk + 1}{TT_2} \right)}$$



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2 Exemples d'application d'analyse et de synthèse dans l'asservissement

5.2.1 Asservissement de vitesse (Analyse et synthèse)

Par identification entre
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{pk}{pk+1} \left(\frac{pk+1}{T_1 T_2} \right)}{s^2 + \left(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \right) s + \left(\frac{pk+1}{T_1 T_2} \right)}$$

et la forme canonique
$$G(s) = \frac{K w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

On trouve :

$$K = \frac{pk}{pk+1} \quad , \quad w_n = \sqrt{\frac{pk+1}{T_1 T_2}} \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{pk+1}} \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}}$$



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.1 Asservissement de vitesse (Analyse et synthèse)

L'Analyse : Caractérisation des performances pour un réglage donné P Fixe

<i>Performance</i>	<i>Formule</i>	Variation de $p \uparrow$
<i>Précision</i>	$\varepsilon_r = \frac{1}{pk + 1}$	
<i>Stabilité</i>	$\zeta = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + pk}} \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}}$	
	$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1 - \zeta^2})\pi}$	
<i>Rapidité</i>	$w_n = \sqrt{\frac{pk + 1}{T_1 T_2}}$	
	$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$	



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.1 Asservissement de vitesse (Analyse et synthèse)

L'Analyse : Caractérisation des performances pour un réglage donné P Fixe

Performance	Formule	Variation de $p \uparrow$
Précision	$\varepsilon_r = \frac{1}{pk + 1}$	
Stabilité	$\zeta = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + pk}} \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}}$	
	$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$	
Rapidité	$w_n = \sqrt{\frac{pk + 1}{T_1 T_2}}$	
	$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$	



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.1 Asservissement de vitesse (Analyse et synthèse)

La synthèse : recherche du réglage (valeur de P) assurant une performance demandée(1seule)

<i>Performance</i>	<i>Formules</i>	
<i>Précision ε_r^d</i>		
<i>Stabilité M_p^d</i>		
<i>Rapidité t_p^d</i>		



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.1 Asservissement de vitesse (Analyse et synthèse)

La synthèse : recherche du réglage (valeur de P) assurant une performance demandée (1 seule)

Performance	Formules	
Précision ε_r	$P_P = \left(\frac{1}{\varepsilon_r^d} - 1 \right) \frac{1}{k}$	
Stabilité M_p^d	$\zeta^d = \frac{ \ln(M_p^d) }{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p^d)^2}}$	$P_S = \left(\frac{1}{4(\zeta^d)^2} \frac{(T_1 + T_2)^2}{T_1 T_2} - 1 \right) \frac{1}{k}$
Rapidité t_p^d	$P_R = \left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} + \frac{\pi^2 T_1 T_2}{(t_p^d)^2} - 1 \right) \frac{1}{k}$	

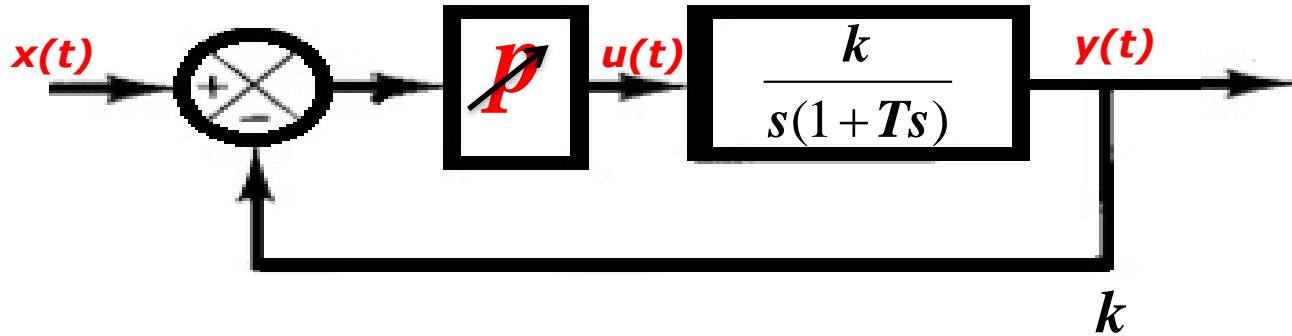


Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.2 Asservissement de position (Analyse et synthèse)



En boucle fermée

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{pG(s)}{1 + pG(s)} = \frac{p \frac{k}{s(1+T_2s)}}{1 + p \frac{k}{s(1+T_2s)}} \Rightarrow$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{pk}{T}}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{pk}{T}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K = 1 \\ \omega_n = \sqrt{\frac{Pk}{T}} \\ \zeta = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{Pk}} \frac{1}{\sqrt{T}} \end{array} \right.$$



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.2 Asservissement de position (Analyse et synthèse)

L'analyse

Performance	Formule	Variation de p^{\uparrow}
Précision	$\varepsilon_r = 0$ / Echelon	
	$\varepsilon_r = \frac{1}{pk}$ / Rampe	
Stabilité	$\zeta = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{pk}} \frac{1}{\sqrt{T}}$	
	$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$	
Rapidité	$w_n = \sqrt{\frac{pk}{T}}$	
	$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1-\zeta^2}}$	



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.2.2 Asservissement de position (Analyse et synthèse)

La synthèse

Performance	Formules	
Précision ε_r^d	$P_P = \frac{1}{\varepsilon_r^d} \frac{1}{k}$	
Stabilité M_p^d	$\zeta^d = \frac{ \ln(M_p^d) }{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p^d)^2}}$	$P_S = \frac{1}{4T (\zeta^d)^2} \frac{1}{k}$
Rapidité t_p^d	$P_R = \frac{1}{4T} \left(\frac{4\pi^2 T^2}{(t_p^d)^2} + 1 \right) \frac{1}{k}$	



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم


5.3. Réglage d'un système asservi ضبط نظام التحكم


Selon l'analyse : Si P augmente : La Précision augmente $\varepsilon_r \rightarrow$


La Stabilité diminue $M_p^d \nearrow$

La Rapidité augmente $t_p^d \rightarrow$

Les conditions de bon fonctionnement : Pour respecter :

Une précision demandée $\varepsilon_r^d : \varepsilon < \varepsilon_r^d \Rightarrow P > P_p$ 

Une stabilité demandée $M_p^d : M_p < M_p^d \Rightarrow P < P_s$ 

Une rapidité demandée $t_p^d : t_p < t_p^d \Rightarrow P > P_R$ 



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

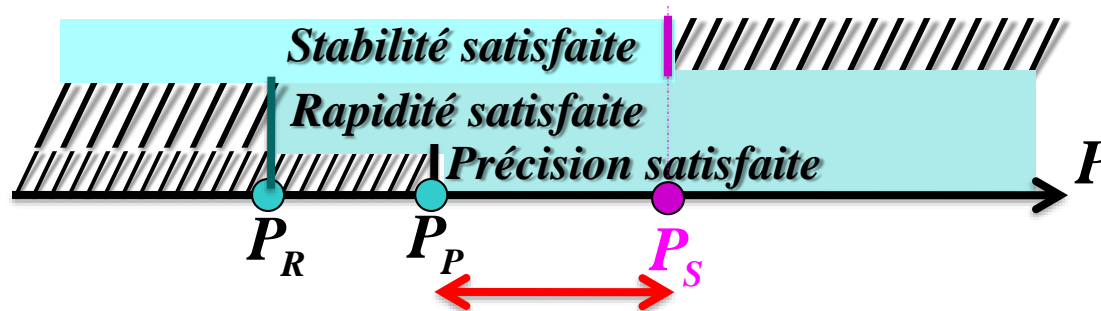
تصميم أنظمة التحكم

5.3. Réglage d'un système asservi ضبط نظام التحكم

Respect d'un cahier de charges احترام دفتر الشروط :

Un cahier de charge est exprimé en termes de Précision, stabilité, Rapidité

Premier Cas : $P_s > \max(P_p, P_R)$



Réglage de P : $\max(P_p, P_R) < P < P_S$, ce réglage permet d'assurer de meilleures performances, que celles demandées au cahier des charges



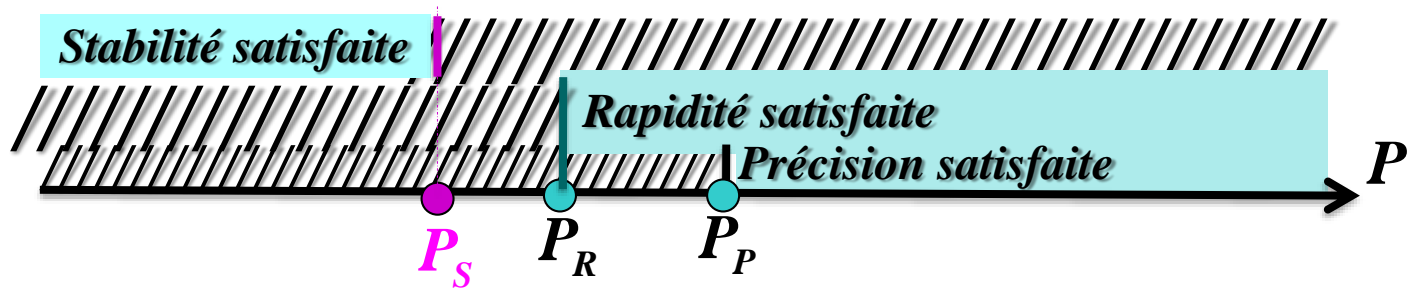
Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.3. Réglage d'un système asservi ضبط نظام التحكم

Deuxième Cas : $P_s < \max(P_p, P_R)$



Réglage impossible de P : $P < P_s < \max(P_p, P_R), P < P$ dans ce cas
Il faut faire un compromis (diminuer les performances) ou d'une
correction du système asservis.



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.1 Correcteurs de base

c) Correcteur proportionnel Intégral PI:

La relation entre la sortie du correcteur et l'erreur est de la forme :

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad \Rightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

T_i : Temps d'intégration ou « integral time » et K_p « proportional gain »

d) Correcteur proportionnel dérivé « PD » :

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s)$$



T_d Le temps de dérivée (derivative time)



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

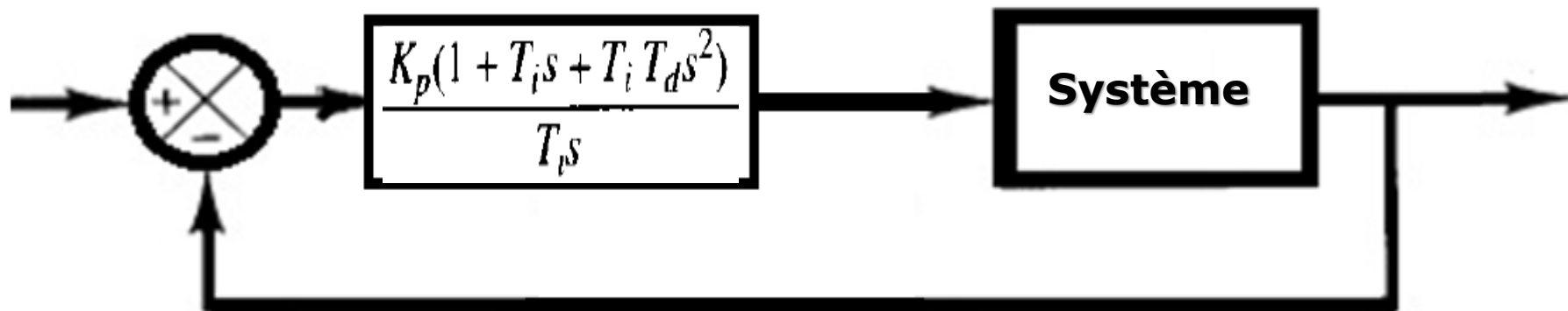
5.4.1 Correcteurs de base

e) Correcteur proportionnel Intégral dérivé PID:

Le correcteur est défini par :

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

➔ $\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$





Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.2 Avantges et inconvénients des actions intégrales et dérivées

✓ L'intégral pur permet d'améliorer la précision, mais introduit un déphasage de -90° qui risque de rendre le système instable (diminution de la marge de phase). Le correcteur intégral est un correcteur à retard de phase.

✓ Une commande PI élimine l'erreur statique, mais elle peut rendre la réponse transitoire plus mauvaise. Elle augmente le temps de réponse (système moins rapide), et augmente l'instabilité (introduit un déphasage supplémentaire de -90°).

✓ Si K_p/T_i est trop grand des oscillations mal amorties apparaissent.

✓ Une commande dérivée (PD) augmente la stabilité du système, réduit le dépassement et améliore la réponse transitoire. Le correcteur est un correcteur à avance de phase.

✓ Le correcteur P.I.D se comporte pour les basses fréquences comme un intégrateur donc le système sera précis d'un point de vue statique, aux hautes fréquences l'avance de phase est de $+90^\circ$ donc une amélioration de la stabilité



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4..3 Comparaison entre les 4 Correcteurs de base

<i>Régulateur</i>	<i>Précision</i>	<i>Stabilité</i>	<i>Rapidité</i>
<i>P</i>	-	-	-
<i>PI</i>	+	-	-
<i>PD</i>	-	+	+
<i>PID</i>	+	+	+



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Constitution d'un régulateur PID industriel

Rappel :

✓ Le régulateur doit :

✓ **Assurer :**

- Asservissement : suivi de consigne.
- Régulation : annulation des effets de perturbation.

✓ **Permettre :**

- Un fonctionnement : a) Automatique en Boucle Fermée
b) Manuel en Boucle Ouverte.
- Le dialogue opérateur.

✓ La régulation obtenue en Boucle fermée doit présenter les qualités suivantes:

Stabilité : convergence, absence d'oscillations permanentes, les oscillations transitoires doivent rapidement s'amortir.

Précision : En régime permanent, la sortie doit être égale à la consigne.

Rapidité : Les changements du régime permanent doivent se faire en un temps minimal.



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

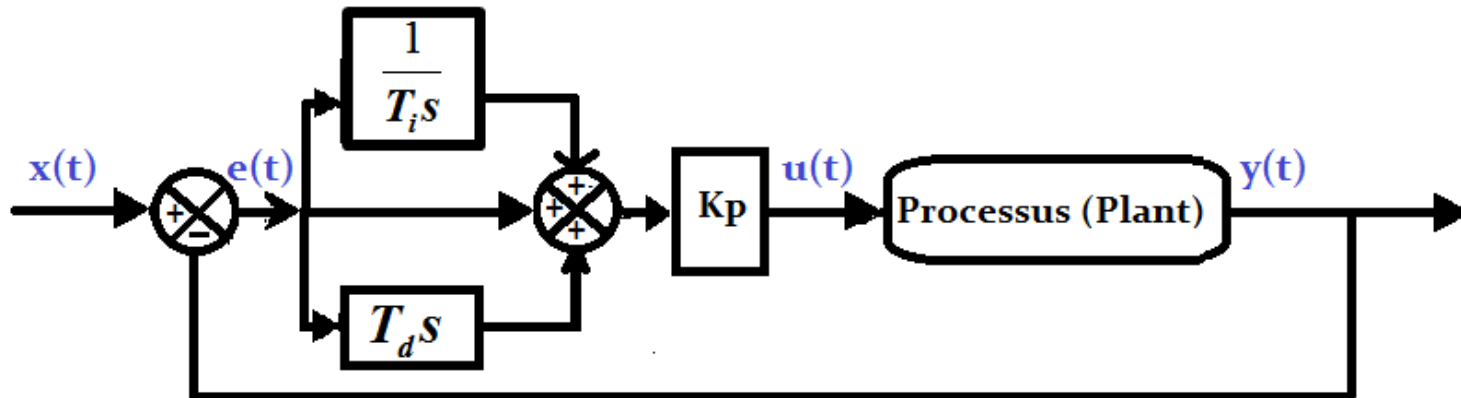
5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Constitution d'un régulateur PID industriel

La fonction de transfert :

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Remarque : Dérivée sur l'écart (e(t))



En pratique l'opérateur de dérivation ne peut s'appliquer sur l'écart $e(t)$ directement, si l'erreur est un échelon de consigne ($x(t)$ échelon et $y=0$) la dérivée donne une forte impulsion à la sortie de l'élément dérivé et donc on a un risque de détérioration.



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

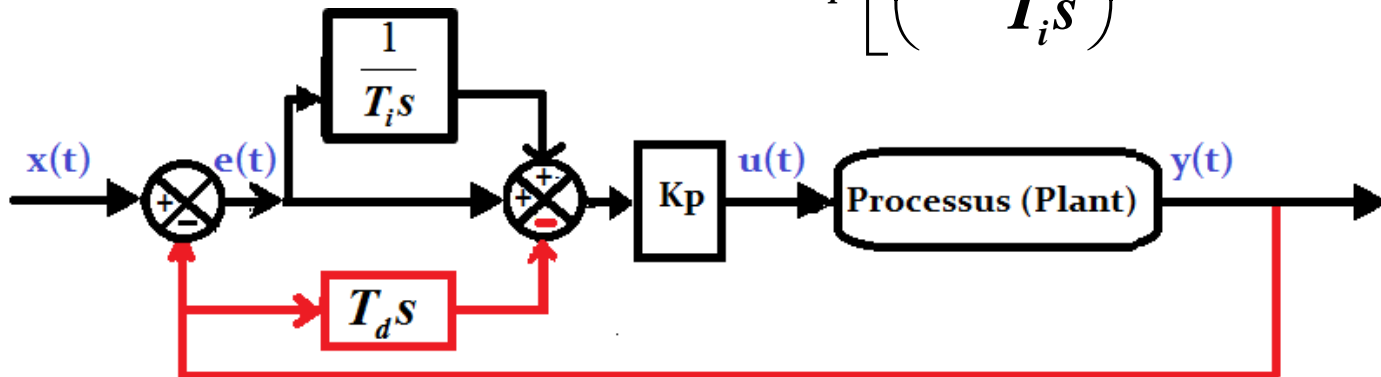
تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Constitution d'un régulateur PID industriel

Dérivé e sur la mesure (y(t))

$$U(s) = K_p \left[\left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) E(s) - T_d s Y(s) \right]$$



Dans ce cas on n'a pas de risque de saturation de l'élément dérivée, mais cet élément perd sa propriété d'accélération vis-à-vis la consigne.

✓ Pour le fonctionnement en régulation, le correcteur reste inchangé:

$$U(s) = -K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) Y(s)$$



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

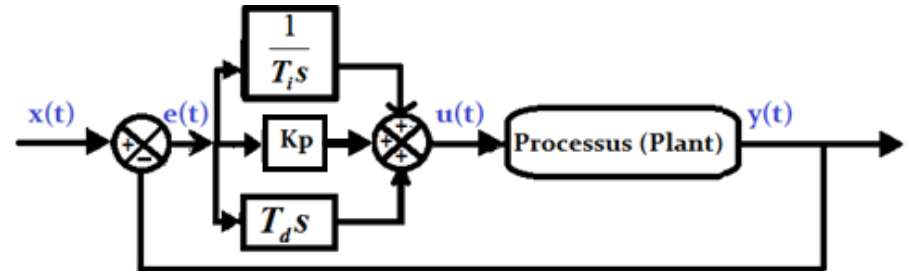
5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Constitution d'un régulateur PID industriel

5.4.4.1 Structures des régulateurs PID :

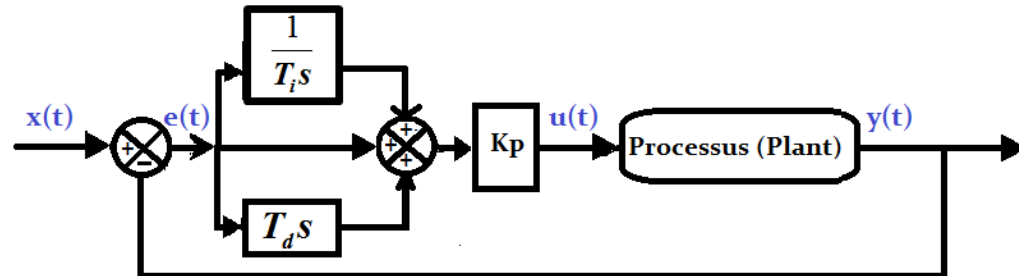
a. Type Parallèle

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \left(K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$



b. Type Mixte

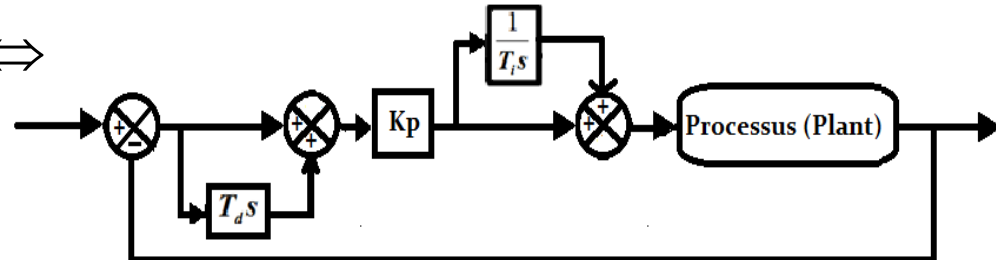
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$



c. Type Série

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + T_d s) \Leftrightarrow$$

$$K_p \left(\frac{T_i + T_d}{T_i} + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$





Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

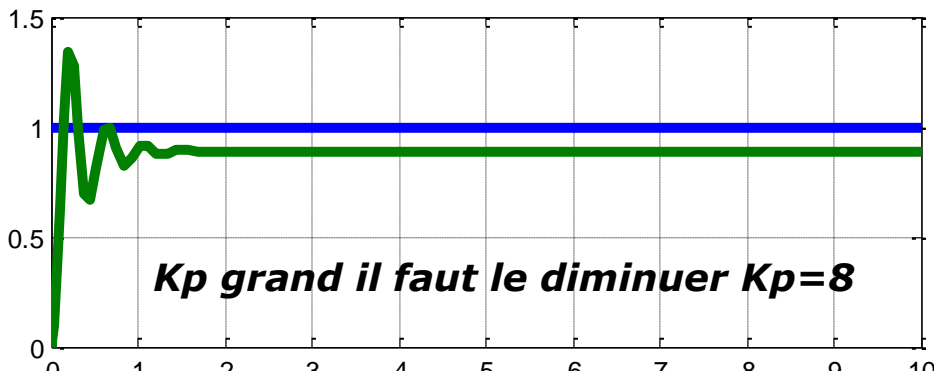
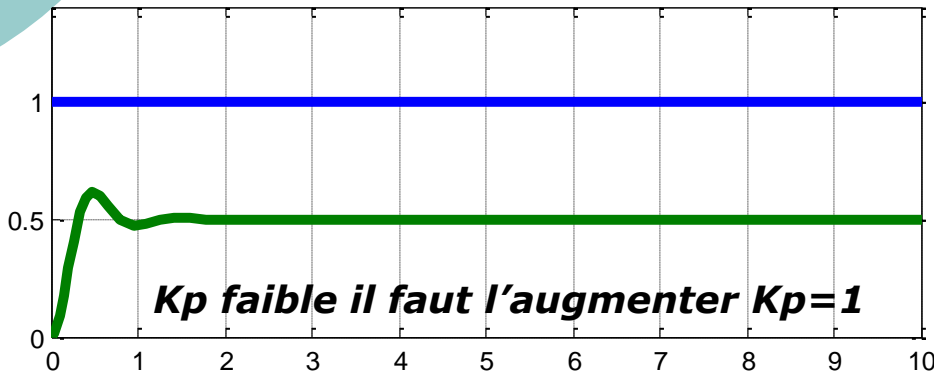
5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode par approche successive

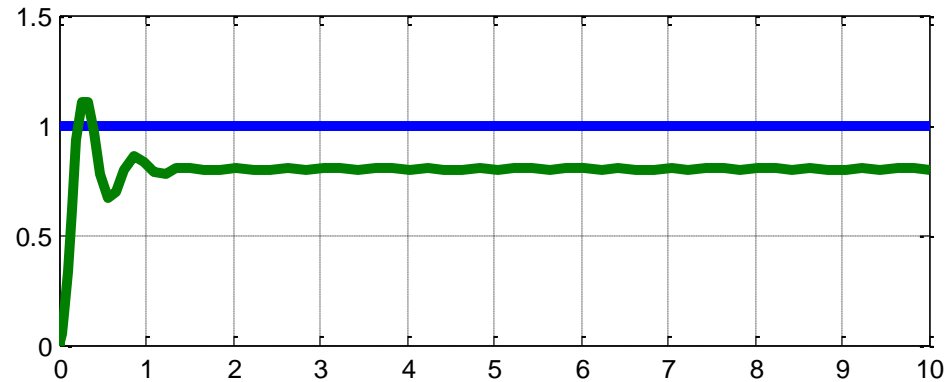
✓ On fait un réglage successif des actions P, D et I.

a. Cas d'un procédé stable :

✓ Réglage de l'action P :



Effet P?????





Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

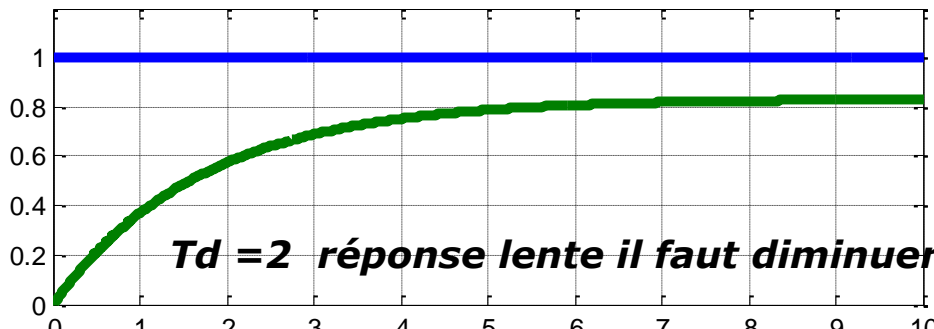
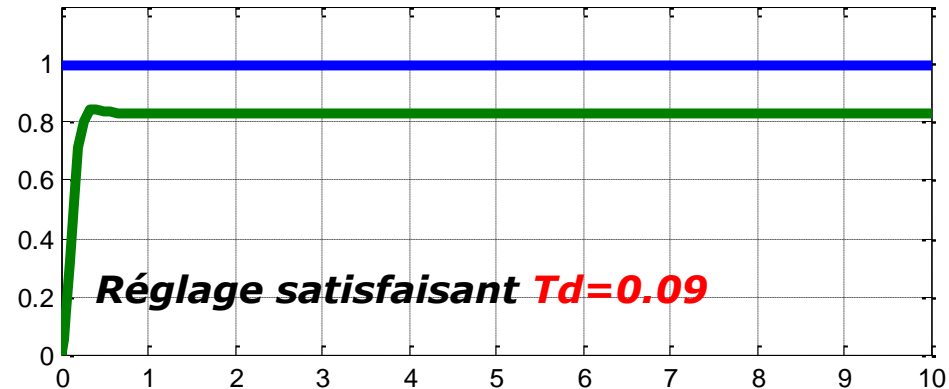
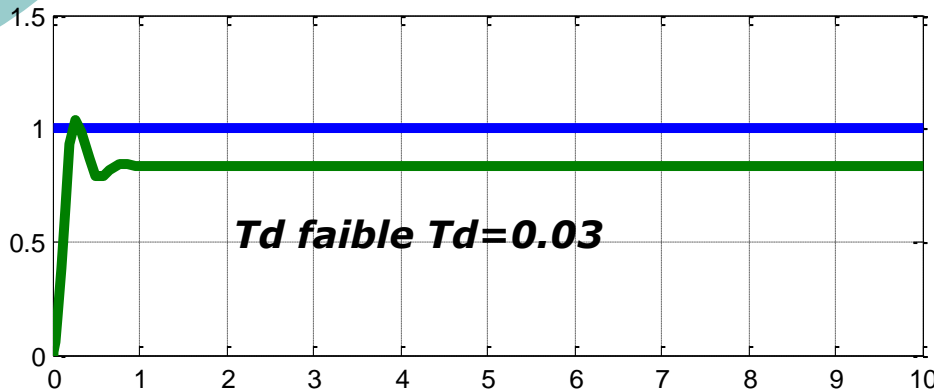
5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode par approche successive

✓ On fait un réglage successif des actions P, D et I.

a. Cas d'un procédé stable :

✓ Réglage des actions P-D : on garde le K_p précédent $K_p=5$ et on prend T_d faible



T_d trop faible \rightarrow ??????



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

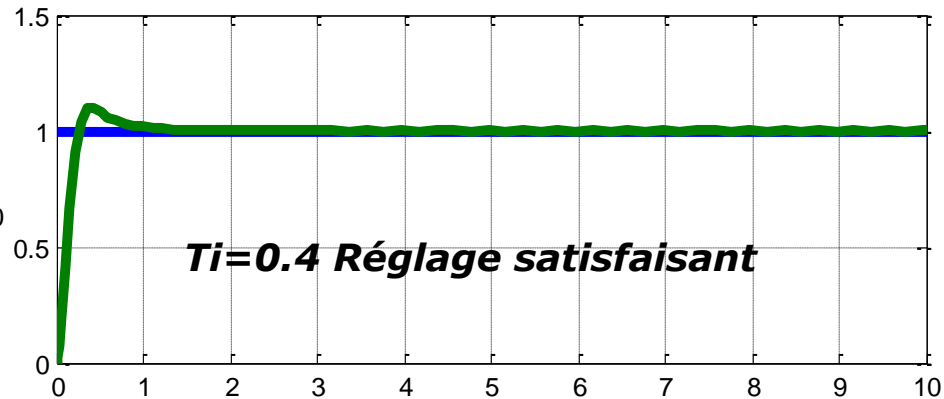
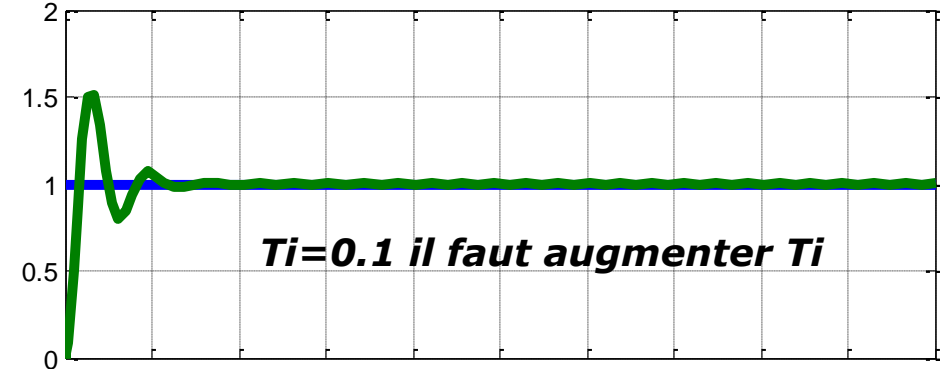
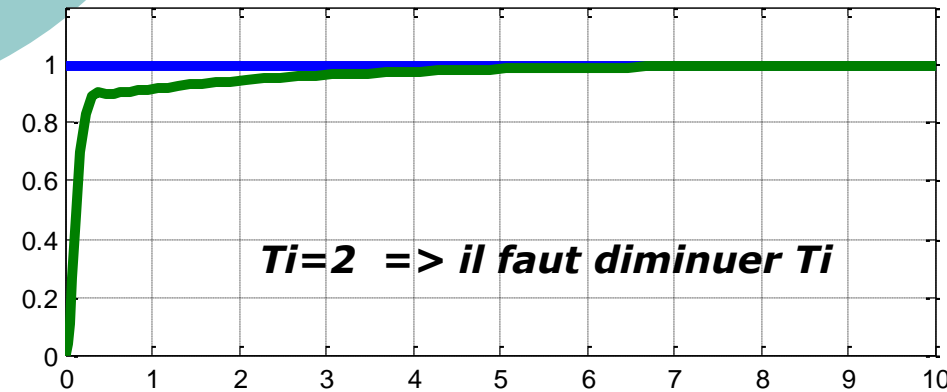
5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode par approche successive

✓ On fait un réglage successif des actions P, D et I.

a. Cas d'un procédé stable :

✓ Réglage des actions P-D-I : $K_p=5$ et $T_d=0.09$ et on cherche T_i convenable





Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode par approche successive

✓ On fait un réglage successif des actions P, D et I.

b. Cas d'un procédé instable :

Pour un procédé instable, et une fois bouclé, on fait la même procédure que pour le procédé stable précédent, on commence par régler le gain proportionnel, et une fois arrivé à une valeur donnant une réponse satisfaisante on le garde et on règle l'action PD et puis PID.



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode de réglage après Identification

Pour certains procédés qui n'ont pas de modèles analytiques, on les régle selon leur modèle identifié, on a deux cas :

a. Procédé stable - Modèle de Broïda

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{1 + sT}$$

Le réglage de ce modèle dépend de la valeur du retard par rapport à T c'ad la valeur de $\frac{\tau}{T}$

	2	5	10	20	$\frac{\tau}{T}$
Réglabilité	Médiocre	Bonne	Excellente		
Régulateur	PID cascade	PI ou PID	P		



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode de réglage après Identification

Pour certains procédés qui n'ont pas de modèles analytiques, on les régle selon leur modèle identifié, on a deux cas :

a. Procédé stable - Modèle de Broïda $G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{1 + sT}$

Le réglage

	P	PI série	PI Parallèle	PID série	PID Parallèle	PID Mixte
K_p	$\frac{0.8T}{K\tau}$	$\frac{0.8T}{K\tau}$	$\frac{0.8T}{K\tau}$	$\frac{0.85T}{K\tau}$	$\frac{0.4 + \frac{T}{\tau}}{1.2K}$	$\frac{0.4 + \frac{T}{\tau}}{1.2K}$
T_i	Maxi	T	$\frac{K\tau}{0.8}$	T	$\frac{K\tau}{0.8}$	$T + 0.4\tau$
T_d	0	0	0	0.4τ	$\frac{0.35T}{K}$	$\frac{T\tau}{\tau + 2.5T}$



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode de réglage après Identification

b. Procédé instable - Modèle Intégrateur retardé $G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{s}$

La réglabilité dépend de la valeur de $K\tau$

	0.05	0.1	0.2	0.5	→ $K\tau$
Réglabilité	Excellente	Bonne	Médiocre		
Régulateur	P	PI ou PID	PID cascade		

Réglage

	P	PI série	PI Parallèle	PID série	PID Parallèle	PID Mixte
K_p	$\frac{0.8}{K\tau}$	$\frac{0.8}{K\tau}$	$\frac{0.8}{K\tau}$	$\frac{0.85}{K\tau}$	$\frac{0.9}{K\tau}$	$\frac{0.9}{K\tau}$
T_i	Maxi	5τ	$\frac{K\tau^2}{0.15}$	4.8τ	$\frac{K\tau^2}{0.15}$	5.2τ
T_d	0	0	0	0.4τ	$\frac{0.35}{K}$	0.4τ



Chapitre 5

Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode de ZIEGLER NICKOLS en BF

- ✓ Méthode expérimentale pour réguler les paramètres du PID pour système instable en BO
- ✓ Elle s'applique en général à des systèmes sans comportement oscillant et dont le déphasage en hautes fréquences dépasse -180° .
- ✓ Ces systèmes possèdent souvent **un retard pur** et/ou **plusieurs constantes de temps**. (processus physico-chimiques)

✓ Etapes de la méthode

1. Boucler le système avec un gain K du régulateur P seul.
2. Faire varier la valeur de K jusqu'à avoir un système juste oscillant. Ce gain est appelé gain critique K_c .
3. Mesurer sur le graphe de réponse la période d'oscillation critique T_c .
4. Le réglage se fait donc en fonction des valeurs critiques K_c et T_c .



Chapitre 5

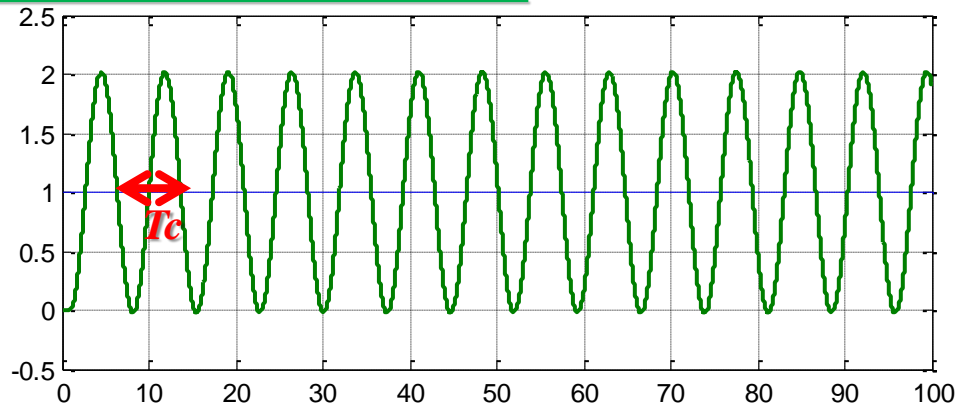
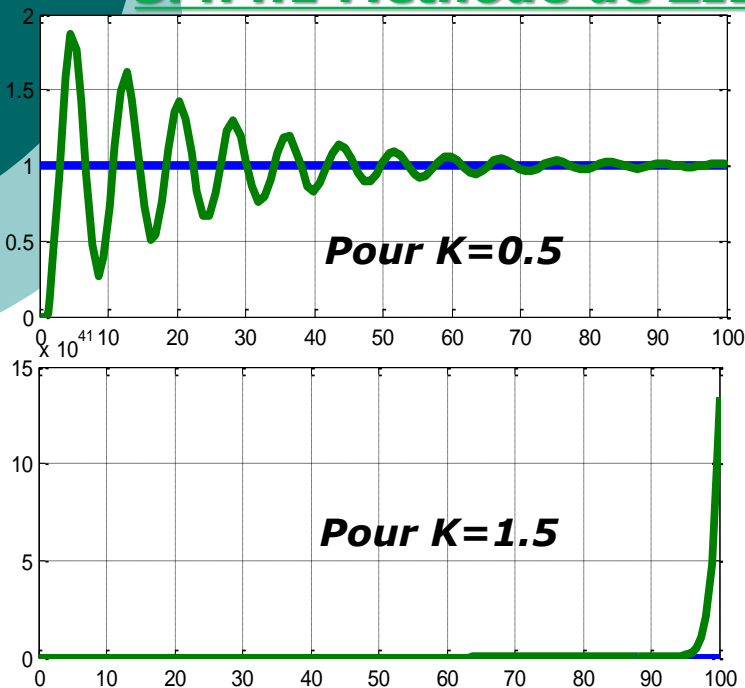
Synthèse d'un système asservi

تصميم أنظمة التحكم

5.4. Correction d'un système asservi تصحيح نظام التحكم

5.4.4. Réglage d'un régulateur PID

5.4.4.1 Méthode de ZIEGLER NICKOLS en BF



	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{K_c}{2}$		
PI	$\frac{K_c}{2.2}$	$0.83T_c$	
PID Mixte	$\frac{K_c}{1.65}$	$0.5T_c$	$\frac{T_c}{8}$

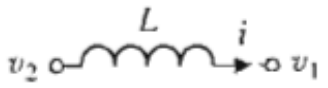
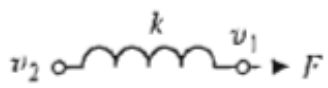
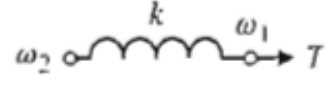
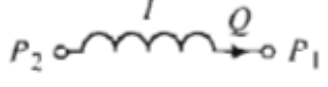
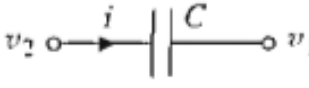


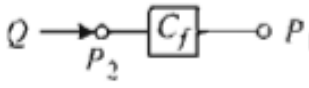



Annexe

Table 2.1 Summary of Through- and Across-Variables for Physical Systems

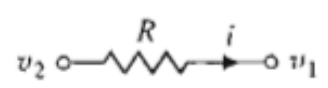
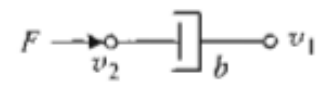
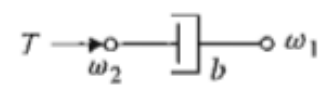
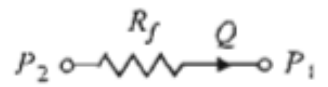
System	Variable Through Element	Integrated Through-Variable	Variable Across Element	Integrated Across-Variable
Electrical	Current, i	Charge, q	Voltage difference, v_{21}	Flux linkage, λ_{21}
Mechanical translational	Force, F	Translational momentum, P	Velocity difference, v_{21}	Displacement difference, y_{21}
Mechanical rotational	Torque, T	Angular momentum, h	Angular velocity difference, ω_{21}	Angular displacement difference, θ_{21}
Fluid	Fluid volumetric rate of flow, Q	Volume, V	Pressure difference, P_{21}	Pressure momentum, γ_{21}
Thermal	Heat flow rate, q	Heat energy, H	Temperature difference, \mathcal{T}_{21}	

Table 2.2 Summary of Governing Differential Equations for Ideal Elements

Type of Element	Physical Element	Governing Equation	Energy E or Power \mathcal{P}	Symbol
Inductive storage	Electrical inductance	$v_{21} = L \frac{di}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Li^2$	
	Translational spring	$v_{21} = \frac{1}{k} \frac{dF}{dt}$	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$	
	Rotational spring	$\omega_{21} = \frac{1}{k} \frac{dT}{dt}$	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$	
	Fluid inertia	$P_{21} = I \frac{dQ}{dt}$	$E = \frac{1}{2} IQ^2$	
Capacitive storage	Electrical capacitance	$i = C \frac{dv_{21}}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Cv_{21}^2$	
	Translational mass	$F = M \frac{dv_2}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Mv_2^2$	
	Rotational mass	$T = J \frac{d\omega_2}{dt}$	$E = \frac{1}{2} J\omega_2^2$	
	Fluid capacitance	$Q = C_f \frac{dP_{21}}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C_f P_{21}^2$	
	Thermal capacitance	$q = C_t \frac{d\mathcal{T}_2}{dt}$	$E = C_t \mathcal{T}_2$	



Energy dissipators

{	Electrical resistance	$i = \frac{1}{R} v_{21}$	$\mathcal{P} = \frac{1}{R} v_{21}^2$	
	Translational damper	$F = b v_{21}$	$\mathcal{P} = b v_{21}^2$	
	Rotational damper	$T = b \omega_{21}$	$\mathcal{P} = b \omega_{21}^2$	
	Fluid resistance	$Q = \frac{1}{R_f} P_{21}$	$\mathcal{P} = \frac{1}{R_f} P_{21}^2$	
	Thermal resistance	$q = \frac{1}{R_t} \mathcal{T}_{21}$	$\mathcal{P} = \frac{1}{R_t} \mathcal{T}_{21}^2$	