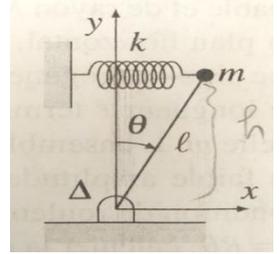


**Série N° 2: Système à 1 degré de liberté**

**Exercice 1:**

Le système de la figure ci-contre est constitué d'une tige homogène de masse négligeable de longueur  $l$  en rotation autour d'un fixe  $\Delta$ . Une masse ponctuelle  $m$  est soudée à l'extrémité supérieure de la tige. Cette masse est reliée à un bâti fixe par un ressort de raideur  $k$ . On étudie les oscillations de faible amplitude, dans le plan vertical  $xoy$  autour de la position d'équilibre correspondant à  $\theta = 0^\circ$ .

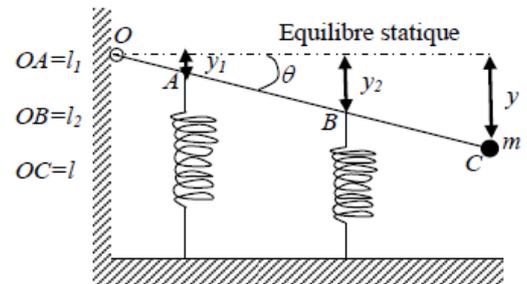


- 1- Calculer l'énergie cinétique  $T$  et potentielle  $U$  du système.
- 2- Quelle condition doit satisfaire  $m$  pour que le système puisse osciller?

**Exercice 2:**

Une tige  $OC$  de masse négligeable est articulée sans frottement au point  $O$  et porte à son extrémité  $C$  une masse  $m$ . Deux ressorts de raideur  $k_1$  et  $k_2$  sont liés à la tige aux points  $A$  et  $B$  respectivement. A l'équilibre, la tige est horizontale et elle est écartée d'un angle  $\theta$  supposé très petit (les faibles oscillations).

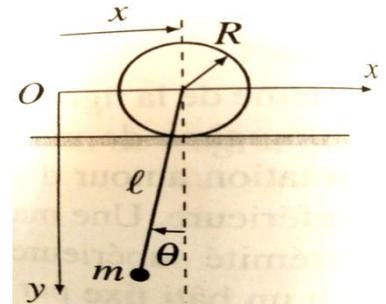
- 1- Calculer l'énergie cinétique et potentielle du système.
- 2- Déduire le lagrangien.
- 3- Etablir l'équation du mouvement.
- 4- Trouver la solution  $\theta(t)$  si  $\theta(t=0) = \pi/15$ ,  $\dot{\theta}(t=0) = 0$ .



**Exercice 3:**

Le système mécanique de la figure ci-contre est constitué d'un cylindre de masse négligeable et de rayon  $R$  qui roule sans glissement sur un plan horizontal. En son centre est soudée une tige homogène de masse négligeable et de longueur  $l$  terminée par une masse ponctuelle  $m$ . L'ensemble effectue des oscillations de faible amplitude.

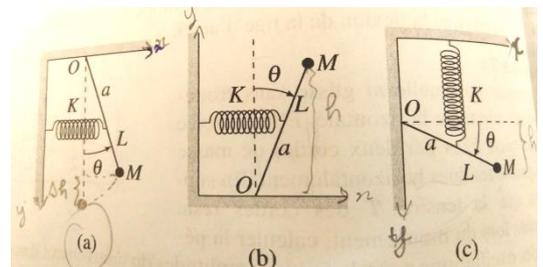
- 1- Etablir l'équation du mouvement et déduire la pulsation propre  $\omega_0$ .



**Exercice 4:**

Dans les figures ci-contre, une tige de masse négligeable et de longueur  $L$  oscille sans frottement sous l'effet d'un ressort de raideur  $k$  dans un plan vertical à la tige. Une masse ponctuelle  $M$  est fixée à son autre extrémité.

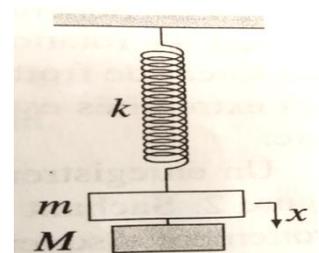
- 1- Quelle est la déformation du ressort à l'équilibre, sachant qu'à cette position  $\theta = 0$ .
- 2- Etablir l'équation différentielle du mouvement (pour des faibles amplitudes).



**Exercice 5:**

Le système ci-contre est constitué d'une ressort de raideur  $k$ , de masse négligeable, suspendu verticalement à un bâti fixe. A son extrémité inférieure sont suspendues deux masses accolées  $m$  et  $M$ .

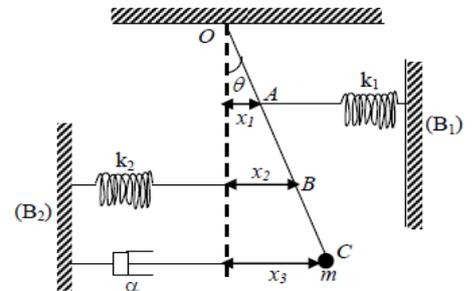
- 1- Sachant qu'à l'équilibre  $x=0$ , établir l'équation différentielle du mouvement.



2- Sachant que  $k=160\text{Nm}^{-1}$ ,  $M=3.8\text{kg}$  et  $m=0.2\text{kg}$ . Donner l'expression de  $x$  en fonction du temps pour les conditions initiales suivantes:  $x(t=0)=5\text{cm}$  et  $\dot{x}(t=0)=0$ .

**Exercice 6:**

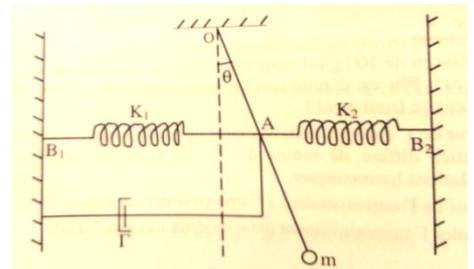
Une masse  $m$  est soudée à l'extrémité d'une tige de longueur  $l$  et de masse négligeable (Figure II-12). L'autre extrémité du fil est articulée au point  $O$ . La tige est liée au point  $A$  à un Bâti ( $B_1$ ) par un ressort de raideur  $k_1$ . Au point  $B$ , la tige est reliée à un Bâti ( $B_2$ ) par un ressort de raideur  $k_2$ . La masse  $m$  est liée au Bâti ( $B_2$ ) par un amortisseur de coefficient de frottement  $\alpha$ .  $OA=l/3$  et  $OB=2l/3$ . Le mouvement se fait sur un plan horizontal  $xoy$ .



- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement.
- 2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un faible amortissement, le coefficient d'amortissement, la pulsation propre  $\omega_0$  et pseudo-pulsation  $\omega_a$ .

**Exercice 07:**

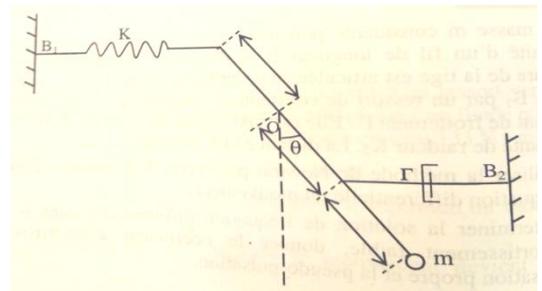
Soit le système ci-contre, constitué d'une masse  $m$  considérée ponctuelle est soudée à l'extrémité d'un fil de longueur  $L$  et de masse négligeable. Deux ressort et un amortisseur (avec  $\alpha$  coefficient de frottement) sont reliés avec le fil comme nous montre la figure. La masse  $m$  oscille dans un plan vertical à la tige.



- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange.
- 2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un amortissement faible, donner le coefficient d'amortissement, la pulsation propre  $\omega_0$  et pseudo-pulsation  $\omega_a$ .

**Exercice 08:**

Soit le schéma de la figure qui suit. Le ressort est de constante de raideur  $k$ . Le pendule est simple et la masse  $m$  est ponctuelle. L'amortisseur est de coefficient de frottement  $\alpha$ .

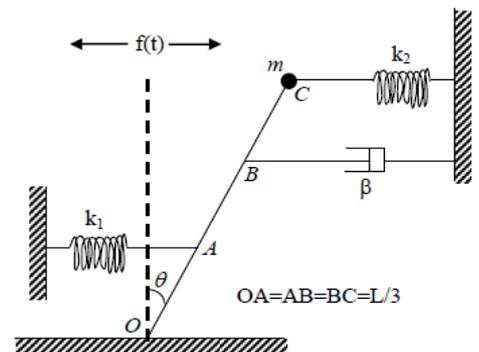


- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange.
- 2- Déterminer la solution de l'équation différentielle dans le cas d'un amortissement faible, donner le coefficient d'amortissement, la pulsation propre  $\omega_0$  et pseudo-pulsation  $\omega_a$ .

**Exercice 09:**

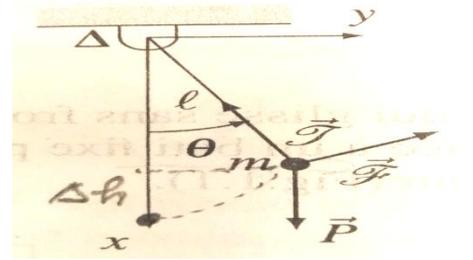
Soit le pendule inversé de la figure ci-contre ( $I = mL^2$ ). Au repos la tige  $OC$  est verticale et les ressorts sont non déformés.

- 1- Donner l'équation différentielle du mouvement de ce système (dans le cas des petites oscillations). On donne :  $m=0,2\text{ kg}$ ,  $k_1=9\text{ N/m}$ ,  $k_2=5\text{ N/m}$ ,  $\alpha =0,9\text{ kg/s}$ ,  $L = 0,5\text{ m}$  et  $f(t)=\cos(2t)$ .
- 2- Donner la pulsation propre, la pulsation amortie (pseudo pulsation), le décrétement logarithmique.
- 3- Donner la solution du régime Permanent.
- 4- Donner la solution du régime Transitoire.



**Exercice 10:**

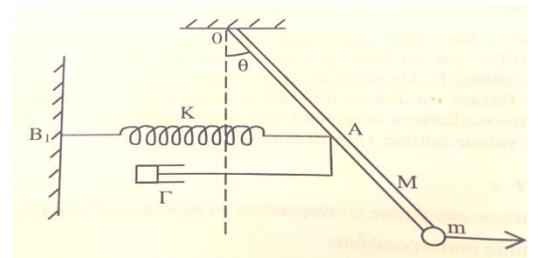
On considère un pendule simple constitué d'une masse  $m$  reliée à un point fixe  $O$  par un fil de longueur  $l$  et de masse négligeable. La masse est soumise à une force  $F(t)$  qui reste perpendiculaire à la tige lors du mouvement. Les forces de frottement de viscosité peuvent être ramenées à une force  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ . Le coefficient de frottement visqueux  $\alpha$  est considéré constant.



1- Etablir l'équation du mouvement par la méthode de Lagrange.

**Exercice 11:**

Soit le système ci-contre constitué d'une masse  $m$  considérée ponctuelle est soudée à l'extrémité d'une tige de masse  $M$  (non négligeable) et de longueur  $L$ , un ressort de raideur  $k$  (fixé au point  $A$ , sachant que  $OA=L/2$ ) et un amortisseur de coefficient de frottement  $\alpha$ . On applique à la masse  $m$  une force extérieure de la forme  $F_{\text{ext}} = F_0 \cos \Omega t$ .



1- Trouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode de Lagrange.