Matière: Maths 3

Université ZIANE Achour - Djelfa Faculté des Sciences Exactes et Informatique Département de Physique 2^{eme} année Licence Physique (SC)

SERIE N°01: FONCTIONS PRIMITIVES ET INTEGRALES

Exercice n°1:

Calculer les primitives suivantes :

1)
$$I_1 = \int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx$$
, $I_2 = \int \frac{\ln x}{x} dx$, $I_3 = \int \frac{1}{x \ln x} dx$, $I_4 = \int \frac{2x - \sin x}{\sqrt{x^2 + \cos x}} dx$, $I_5 = \int \tan x dx$

2)
$$I_6 = \int \frac{\cos x}{(\sin x)^n} dx \ (n > 1), \ I_7 = \int \text{th}(x) dx, \ I_8 = \int \frac{x(\sqrt[3]{\arcsin(x^2)})}{\sqrt{1 - x^4}} dx, \ I_9 = \int \text{sh}(x) dx$$

3)
$$I_{10} = \int (3x^2 + 1)(x^3 + x + 2)^q dx$$
, $q \in \mathbb{Q}$, $I_{11} = \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}(\arg \operatorname{sh}(x))} dx$

Exercice n°2:

Décomposer les fractions rationnelles suivantes ; en calculer les primitives

1)
$$\frac{1}{a^2+x^2}$$
, $\frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}$, $\frac{x^3}{x^2-4}$, $\frac{4x}{\left(x-2\right)^2}$, $\frac{1}{x^2+x+1}$, $\frac{x^3+2}{\left(x+1\right)^2}$, $\frac{x^2}{\left(x^2+3\right)^3\left(x+1\right)}$.

Exercice n°3:

Calculer les intégrales de fractions rationnelles suivantes :

1)
$$\int_{0}^{1} \frac{dx}{x^2 + 2}$$
, $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{1 - x^2}$, $\int_{2}^{3} \frac{2x + 1}{x^2 + x + 3} dx$

Exercice n°4:

Calculer les intégrales suivantes :

1)
$$\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$$
, $\int \cos^5 x dx$, $\int \cosh^3(x) dx$, $\int \sinh^3(x) dx$, $\int \sin^4 x dx$

2)
$$\int x^3 e^x dx$$
, $\int \arcsin x dx$, $\int \cosh(x) \sin(x) dx$, $\int \frac{dx}{\sin x}$, $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

3)
$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx, \int e^{ax} \cos bx dx, \int e^{ax} \sin bx dx, \int \sqrt{\frac{x}{(1 - x)^3}} dx \text{ pour } 0 < x < 1$$

4)
$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$$
, $\int \frac{dx}{\cos x + 2\sin x + 3}$, $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{a^3 - x^3}}$ avec $0 < x < a$, $\int \frac{\operatorname{ch} x dx}{\operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x}$

Exercice n°5:

Calculer
$$\int_{0}^{1} \ln(1+x^2) dx$$

Exercice n°6:

Soient
$$I = \int_{0}^{\pi} x \cos^2 x dx$$
 et $J = \int_{0}^{\pi} x \sin^2 x dx$

- 1) Calculer I et I + J.
- 2) En déduire J.