Université ZIANE Achour - Djelfa
Faculté des Sciences Exactes et Informatique
Département de Physique
2ᵉᵐᵉ année Licence Physique (SC) **Matière : Maths 3**

SERIE N°02 : INTEGRALES DOUBLES ET TRIPLES

Exercice n°1 : Calculer $I = \iint_D f(x,y)\,dxdy$ dans les cas suivants :

- **a)** ***D*** est triangle de sommets ***O(0,0), A(1,0) et B(0,1)*** ; $f(x,y) = \ln(x+y+1)$;
- **b)** ***D*** est le parallélogramme limité par les droites d'équation : *y=x, y=2x, y=x+1 et y=2x-2* ; $f(x,y) = (2x-y)^2$;
- **c)** ***D*** est l'intersection du disque de centre ***O*** et de rayon **1** et du disque de centre Ω***(1,1)*** et de rayon **1 ;** $f(x,y) = xy$;
- **d)** ***D*** est l'ensemble des points du plan tels que : $|x| + |y| \leq 1$; $f(x,y) = e^{(x+y)}$;
- **e)** ***D*** est le disque de centre ***O*** et de rayon ***a ;*** $f(x,y) = (x+y)^2$;
- **f)** ***D*** est l'ensemble des points du disque de centre ***O*** et de rayon **1**, tels que : $0 \leq y \leq x$; $f(x,y) = (x-y)^2$;
- **g)** ***D*** est l'ensemble des points du carré $[0,1]\times[0,1]$ extérieurs au cercle de centre ***O*** et de rayon **1 ;** $f(x,y) = \dfrac{xy}{1+x^2+y^2}$.

Exercice n°2 : Calculer $I = \iint_D f(x,y)\,dxdy$ en utilisant le changement de variables indiqué :

- **a)** ***D*** est disque du centre ***O(0,0)*** et de rayon **R** , **Changement de variables :** Coordonnées polaires : ***x=r*cos*(θ), y=r*sin*(θ);*** $f(x,y) = 1$ (Conclure).
- **b)** ***D*** est limité par les courbes d'équation ***y=ax, y=x/a, y=b/x, y=1/(bx)*** et **(*a* > *1*, *b* > *1*, *x* > *0*)**, **Changement de variables** : ***x* = *u/v*, *y* = *uv*** ; $f(x,y) = 1$;
- **c)** ***D*** est limité par l'ellipse d'équation $\mathbf{(x/a)^2+(y/b)^2=1}$, **Changement de variables :** Coordonnées elliptiques : ***x* = *a.u.*cos*(v)*, *y* = *b.u.*sin*(v)*** ; $f(x,y) = x^2 + y^2$;
- **d)** ***D*** est le domaine contenant le point *O(0,0)* limité par le cercle de centre *O* et de rayon √5 et la droite d'équation ***y= −x −3***. **Changement de variables** : ***u = (x − y)/√2, v = (x + y)/√2 ;*** $f(x,y) = x + y$.

Exercice n°3 :

a) Calculer la surface d'un disque du centre ***O*** et de rayon **R**.

b) Calculer moment d'inertie d'un disque plein hormogène par rapport à l'origine ***O***.

c) Calculer le centre de masse d'un demi-disque (partie supérieure du disque du centre ***O*** et de rayon **R)**.

Exercice n°4 : Calculer $I = \iiint_D f(x,y,z)dxdxdz$ dans les cas suivants :

a) $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + 2z \leq 1\}$, $f(x,y,z) = x^2 + yz$;

b) $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$, $f(x,y,z) = 1$. Conclure.

Changement de variables : Coordonnées sphériques.

c) $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq H\}$, $f(x,y,z) = 1$. Conclure.

Changement de variables : Coordonnées cylindriques.

Exercice n°5 :

a) Calculer le volume d'une sphère du centre ***O*** et du rayon **R**.

b) Calculer le volume d'un cylindre de base (disque du centre ***O*** et du rayon **R)** et hauteur **H.**

c) Calculer moment d'inertie du cylindre cité en **(b)** considéré plein et hormogène par rapport :

- à l'axe ***(z'Oz)*** ;
- à l'axe ***(y'Oy)*** ;
- à l'axe ***(x'Ox).***