CH V DYNAMIQUE DES FLUIDES VISQUEUX ET INCOMPRESSIBLES

Equations de Navier-Stocks:

a/ EN coordonnées cartisiennes:

On a l'equation d'Euler

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}\vec{\nabla}V = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \vec{F}$$

pour que le fluide est visqueux en ajoute le terme de viscosite dans le secondaire de l'equation:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}\vec{\nabla}V = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \vec{F} + \nu\vec{\nabla}^2 V$$

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

$$\vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{k}$$

$$\vec{\nabla}U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$$

$$\vec{\nabla}^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + W\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + F_x + \nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + W\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + F_y + \nu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right) \\ \frac{\partial W}{\partial t} + U\frac{\partial W}{\partial x} + V\frac{\partial W}{\partial y} + W\frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + F_z + \nu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2}\right) \end{cases}$$

Differentes types des pertes des charges

La perte de charge $J_{1.2}$ peut être due à une perte de charge linéaire et une perte de charge singulière.

$$\boxed{J_{1.2} = J_s + J_e}$$

a/ perte de charge singulières

les frotements supplémentaires occasionnés:

- changement de direction, conde, ... etc.

- Changement de section. Elargissement brusque
Retrissement brusque

- obstacles divers : vannes, Robinets, membrannes. machines hydrolique

on les exprime par: $\boxed{J_s = -K_s \frac{V^2}{S}}$

S : L'indice de l'accident de forme de la conduite

K_s : Coefficient de perte de charge. Il depend de la nature et de la géometrie de l'accident de forme.

Les valeur de K_s sont données par les constructeurs dans leurs catalogues.

b/ Perte de charge linéaire,

- Frotements internes entre les couche fluide à cause de la viscosité.
- Frotements avec les parois de la conduites à cause de la rugosité.

$$\boxed{J_e = -\lambda \frac{V^2}{2} \left(\frac{L}{d}\right)}$$

L : la longeur de la conduite m

d : dimètre de la conduite m

V : vitesse moyenne d'econlement dans les conduites (m/s)

λ : Coefficient de perte de charge linéaire. il depend du régime d'ecoulement et notament du nombre de Reynolds. Re

a/ laminaire : $Re < 2000$

$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$ (formule de poiseuilles).

b/ Turbulent lisse $2000 < Re < 10^5$

$\boxed{\lambda = 0,316\, Re^{0,25}}$ (formule de Blasius)

Turbulent rugueux : $Re > 10^5$

$$\boxed{\lambda = 0{,}79\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}}$$ (formule de Blench)

ε : rugosité de la surface interne de la conduite (mm)

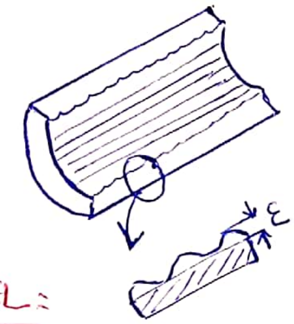
d : diamètre intérieur de la conduite (mm)

Rugosité :

Rugosité absolue ε (mm)

Elle désigne la hauteur moyenne des aspérités de la paroi, elle dépend de la nature du matériau

Rugosité relative ε/D (sans unité)



THEOREME DE BERNOULLI APPLIQUE A UN FLUIDE REEL :

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite. On suppose éventuellement, qu'il existe entre (1) et (2) des machines hydrauliques

On note :

$J_{1,2}$: somme de toutes les pertes de charge, singulière et linéaire entre les sections (1) et (2)

P_n : puissance mécanique échangé entre le fluide et les machines éventuellement placées entre (1) et (2).

Le Théorème de Bernoulli prend la forme générale suivante :

$$\boxed{\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho}(P_2 - P_1) + g(z_2 - z_1) = J_{12} + \frac{P_n}{q_m}}$$

q_m : débit massique