مقدمة

أعدت هذه المطبوعة لطلبة السنة الثانية جذع مشترك ، بكلية العلوم الاقتصادية، والتجارية وعلوم التسيير. الراغبين في تطوير معارفهم الضرورية في مقياس الرياضيات المالية ، باعتباره من الأساليب، والتقنيات الحديثة والضرورية، في تسيير المؤسسات الاقتصادية، نظرا للدور الأساسي والمهم والبارز، لهذه التقنيات في العمليات المالية، التي تشمل توظيف رؤوس الأموال لاستثمارها سواء على شكل قروض أو سندات أو أسهم....إلخ.

وتناولت هذه المطبوعة المقياس وفقا لبرنامج وزارة التعليم العالي والبحث العالي، حيث تطرقنا من خلالها إلى خمسة محاور أساسية هي:

-المحور الأول: الفائدة البسيطة؛

-المحور الثاني: الفائدة المركبة؛

-المحور الثالث: الدفعات المتساوي (الثابتة)؛

-المحور الرابع: اسهتلاك القروض؛

-المحور الخامس: تقييم وإختيار المشاريع الاستثمارية؛

ودعمت هذه المطبوعة بسلسلة من التطبيقات.

المحور الأول : الفائدة البسيطة، الخصم والتكافؤ بالفائدة البسيطة

I-١ مقدمة:

التطور الحديث للمجتمعات، أدى بالتفكير المستمر حول كيفية استخدام الأساليب الرياضية، في مختلف أصناف العلوم، وحل المشاكل الاقتصادية والإدارية، التي تواجه مختلف طبقات العاملين في المجتمعات.

تعتبر الرياضيات المالية من الأساليب، والتقنيات الحديثة والضرورية، في تسيير المؤسسات الاقتصادية، نظرا للدور الأساسي والمهم والبارز، لهذه التقنيات في العمليات المالية، التي تشمل توظيف رؤوس الأموال لاستثمارها سواء على شكل قروض أو سندات أو أسهم....إلخ.

I-٢ تعريف:

نقول عن الفائدة ، بأنها فائدة بسيطة إذا لم تضاف (تدمج) إلى أصل القرض في نهاية الدورة لتعطي بدورها فائدة في الدورة الموالية وتبقى ثابتة، خلال فترة التوظيف أي تحسب على أصل القرض فقط.

مثال: مبلغ قدره ١٠٠٠٠ دج موظف بمعدل فائدة بسيطة ٥% لمدة ٣ سنوات، تكون فائدة الدورة ١٠٠٠٠ x ٠.٠٥ = ٥٠٠ دج، وتبقى ثابتة بالنسبة للدورة الثانية والثالثة.

I-٣ قانون الفائدة البسيطة:

للحصول على الصيغة الرياضية للقانون يتطلب توفير العناصر التالية:

C_0 = أصل القرض - i = معدل فائدة بسيطة (يحسب لكل ١٠٠ وحدة نقدية)

- n= مدة التوظيف (سنة ، سداسية ، شهرية).

بافتراض $i = t/100$ يصبح القانون الفائدة البسيطة I_{simp} كالتالي:

-n= سنة واحدة

$$I_{simp} = C_0 \times t/100$$

- n = سنوات

$$I_{simp} = C_0 \times t \times n /100$$

- n = أشهر

$$I_{simp} = C_0 \times t \times m /100 \times 12 = C_0 X t X m/1200$$

- n =بالأيام

في هذه الحالة نكون أمام، فائدتين، الأولى تجارية (بنكية) فرنسية، الثانية حقيقية (صحيحة) انجليزية، القانون لكل منهما يعتمد على عدد أيام السنة.

- **الفائدة التجارية Ic:** عدد أيام السنة التجارية ٣٦٠ يوم، بمعدل ٣٠ يوم للشهر

$$Ic = C_0 \times t \times j /100 \times 360 = C_0 X t \times j/36000$$

- الفائدة الحقيقية **Ir:** في هذه الحالة نصادف سنتين، الأولى مالية(مدنية) عدد أيامها ٣٦٥ يوم، وعدد أيام أشهر هذة السنة عادية ٣٠ ،٣١ إلا أن عدد أيام الشهر فيفري ٢٨ يوما، والثانية كبسية، عدد أيامها ٣٦٦ يوم، وعدد أيام أشهر هذة السنة عادية ٣٠ ،٣١ إلا أن عدد أيام الشهر فيفري ٢٩ يوما، ونميزها على السنة المدنية بأنها تقبل القسمة على العدد ٤ مثل ١٩٨٠ ،١٩٨٤ ، ١٩٨٨ ، ١٩٩٢ ....إلخ.

$$Ir = C_0 \times t \times j /100 \times 365 = C_0 \times t \times j /36500$$

$$Ir = C_0 \times t \times j /100 \times 366 = C_0 X t X j/36600$$

مثال١

مبلغ قدره ١٥٠٠٠دج يودع في البنك لمدة ، سنة و٥ أشهر و ٢٠ يوم

المطلوب: حدد $\mathbf{I_{simp}}$ المحققة في كل من السنة والخمسة أشهر **و٢٠ يوم** كلا على حدة، **ثم** ما يحققه هذا المبلغ بعد الفترة كلها بمعدل فائدة بسيطة ١٤ %.

الحل:

1- $\mathbf{I_{simp}} = C_0 \mathbf{X\ t\ x\ n\ /100} = 15000\,\mathbf{X}\ 14x1\ /100 = 2100$ DA

2- $\mathbf{I_{simp}} = C_0\ \mathbf{x\ t\ x\ m\ /100\ x\ 12} = 15000\mathbf{X}\ 14\ \mathbf{x}\ 5/1200= 875$ DA

3- $\mathbf{Ic} = C_0\ \mathbf{x\ t\ x\ j\ /100\ x\ 360} = 15000\ X\ 14\ X\ 20/36000=116.7$ DA

T٣٠٩١.٧

مثال٢

أصل بمبلغ ٦٠٠٠ دج، موظف في البنك بمعدل فائدة بسيطة %٨ لمدة :

١- ٣ سنوات

٢-٤أشهر

٣-سنتين و٣ أشهر

المطلوب: حدد فائدة كل فترة

الحل

1- $\mathbf{I_{simp}} = C_0\ \mathbf{x\ t\ x\ n\ /100} = 6000\ \mathbf{x}\ 8\ x\ 3\ /100 = 1440$ DA

2- $\mathbf{I_{simp}} = C_0\mathbf{x\ t\ x\ m\ /100\ x\ 12} = 6000\mathbf{X}\ 8\ \mathbf{x}\ 4/1200= 160$ DA

3- $\mathbf{Ic} = C_0\ \mathbf{x\ t\ x\ m\ /100\ x\ 12} = 6000\ x\ 8\ x\ 27\ /1200=1080$ DA

مثال٣

أصل بقيمة ٣٥٠٠ دج، موظف لدى بنك من تاريخ ١٩٩٠/٠٣/٠١ إلى غاية ١٩٩٠/٠٥/٣١ بمعدل فائدة بسيطة ٧%.

المطلوب: تحديد الفائدة البسيطة

الحل

–تحديد المدة: مارس ٣١ – ٠١ = ٣٠ يوم

أفريل .... = ٣٠ يوم

ماي .... = ٣١ يوم

٩١ يوم

$$Ic = C_0 \times t \times j / 100 \times 360 = 3500 \times 7 \times 91/36000 = \underline{\mathbf{61.25DA}}$$

مثال٤

وظف مبلغ مالي ٤٠٠٠ دج في بنك من ٠١/٠٥ /١٩٩٢ إلى غاية ١٩٩٢/٠٣/٢٨ بمعدل فائدة بسيطة ٦ %

المطلوب : أحسب الفائدة الحقيقية

الحل

–تحديد المدة: جانفي ٣١ –٥ = ٢٦ يوم

فيفري ...... = ٢٩ يوم

مارس ..... = ٢٨ يوم

٨٣ يوم

$$Ir = C_0 \times t \times j / 100 \times 366 = 4000 \times 6 \times 83/36600 = \underline{\mathbf{54.42DA}}$$

I-٤ العلاقة بين الفائدتين Ic ، Ir:

-المقارنة بالقسمة

$$Ir/ Ic = C_0 \times t \times j /36500 \ / \ C_0 \times t \times j /36000$$

$$Ir/ Ic = C_0 \times t \times j /36500 \times 36000/ C_0 \times t \times j$$

$$Ir/ Ic = 72/73$$

$$Ic = 73/72 Ir \quad ; \quad Ir = 72/73\ Ic$$

-المقارنة بالفرق (الطرح):

$$Ic - Ir = 73/72 Ir - Ir$$

$$Ic - Ir = Ir/72$$

من خلال العلاقة السابقة نصل إلى ما يلي:

$$Ic = Ir(1+ 1/72)$$

نلاحظ أن Ic تزيد عن Ir بـــ ٧٢/١ من الفائدة الحقيقية.

$$Ir = Ic (1- 1/73)$$

نلاحظ أن Ir تنقص عن Ic بـــ ٧٣/١ من الفائدة التجارية.

<u>مثال٥</u>

إذا كان الفرق بين الفائدتين $Ic - Ir = 52.797$ ، لمبلغ وضع في بنك لمدة ١٨٥ يوما بمعدل فائدة بسيطة ١٠ %

الحل

$$Ic - Ir = Ir/72 \Longleftrightarrow ٥٢.٧٩٧ = Ir/72 \Longrightarrow$$

$$Ir=52.797 \times 72 = \underline{3801.384DA}$$

$$Ir = C_0 \times t \times j/3650٠ \Longleftrightarrow 3801.384 = C_0 \times 185 \times 10/36500$$

$$C_0= 3801.384 \times 3650 /185 = \underline{75000DA}$$

I-٥ الجملة المكتسبة بالفائدة البسيطة:

هي أصل القرض مضافا إليه الفائدة، لنرمز بالحرف C للجملة نستنتج ما يلي:

n= سنوات

$$C= C_0+ I_{simp} \Longleftrightarrow C = C_0 + C_0 \times t \times n /100$$

$$C = C_0(1 + t \times n/100)$$

n= شهور

$$C = C_0(1 + t \times m/1200)$$

n= الأيام

$$C = C_0(1 + t \times j/36000)$$

<u>مثال٦</u>

شخص أودع مبلغ ٢٣٠٠٠ دج في بنك لمدة ٨ أشهر بمعدل فائدة بسيطة ١٠% سنويا،ونفس المبلغ أودع بنفس البنك بمعدل فائدة بسيطة ١٢% لمدة ٧٥ يوما، حدد ما تجمع للشخص في الحالتين.

<u>الحل</u>

$$C = C_0 \left[1 + t \times m /1200\right]= 23000\left[1+10 \times 8/ 1200\right]= \underline{24533.33}DA$$

$$C = C_0 \left[1 + t \times j /36000\right]= 23000\left[1+12 \times 75/ 36000\right]= \underline{23575}DA$$

I-٦ الطرق السريعة في حساب الفائدة وجملة عدة رؤوس أموال

١ -**طريقة النمر والقاسم في حساب الفائدة** : عبارة عن أسرع طريقة، من الطرق المستعملة في تحديد قيمة الفائدة، مثل طريقة تجزئة رأس المال، وطريقة تجزئة المدة.

-**النمر(Nombre)**: عبارة عن حاصل ضرب المبلغ في المدة

(أشهر،أ يام) ويرمز له بالحرف N

$N = C_0 \times j \Longrightarrow n = j$

$N = C_0 \times m \Longrightarrow n = m$

-**القاسم (Diviseur):** عبارة عن حاصل قسمة المدة (أشهر ، أيام) على المعدل ويرمز **له** بالحرف **D** .

$D = 36000 / t \Longrightarrow n = j$

$D = 12 / t \Longrightarrow n = m$

-انطلاقا من القانون العام للفائدة البسيطة، وبقسمة بسطا ومقاما على المعدل ينتج ما يلي:

$I_{simp} = C_0 \times t \times n / 36000$

$I_{simp} = (C_0 \times \cancel{t} \times n) / \cancel{t} / 36000 / t$

$I_{simp} = N / D$

٢- الطريقة المختصرة في حساب جملة عدة رؤوس أموال:

-القانون المختصر للجملة

$C = C_0 + C_0 \times n/D \Longleftrightarrow C = C_0(1 + n/D)$

-القانون المختصر لجملة عدة رؤوس أموال

$C = \sum C_n \times (1 + n/D)$

مثال٧

وضع شخص في البنك المبالغ التالية:

٦٠٠٠ دج في ٠٣/٠١ / ن

٩٠٠٠ دج في٠٥/٠٢ /ن

٣٥٠٠ دج في ٠٦/٠١/ ن

بمعدل فائدة بسيطة ٩ % ، أحسب الجملة المكتسبة لهذه المبالغ في آخر جوان مستعملا العلاقة المختصرة.

الحل

$C = \sum C_n x (1+ n/D) \Longrightarrow$

تحديد المدة:

المبلغ الأول: من ٠١/٠٣/ن إلى ٣٠/٠٦/ن

مارس_٣١ – ١ = ٣٠ ، أفريل ٣٠ ، ماي ٣١ ، جوان ٣٠ المجموع ١٢١ يوما.

المبلغ الثاني: من ٠١/٠٢/٠٥/ن إلى ٣٠/٠٦/ن

ماي ٣١ – ٢ = ٢٩ ، جوان ٣٠ المجموع ٥٩ يوما.

المبلغ الثالث: من ٠١/٠٦/ن إلى ٣٠/٠٦/ن

جوان ٣٠ – ١ = ٢٩ المجموع ٢٩ يوما.

$C = 6000(1+ 121/4000)+ 9000(1+ 59/4000) + 3500(1+ 29 /4000)=$

18839.625DA

أو

$C =1/D \sum C_n x (D+ n)$

$C =1/4000 \sum 6000x (4000+ 121) +9000x (4000+ 59) +6000x (4000+ 29)$

$C =1/4000 \sum 6000x (4121) +9000x (4059) +3500 x (4029)$

$C =1/4000 X 75358500 = 18839.625DA$

السلسلة الأولى

تمرين ٠١

أودع شخص ٤٠٠٠ دج في إحدى البنوك التجارية لمدة سنة ونصف، فما هو مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها إذا كان معدل الفائدة المعلن من البنك ٨% سنويا.

تمرين٠٢

أودع شخص في بنك جزائري، مبلغ ٦٠٠٠ دج لمدة سنة ونصف، فما هو مقدار الفائدة البسيطة؟ التي يتحصل عليها إذا كان معدل الفائدة المطبق في البنك ١/٢% شهريا.

تمرين٠٣

اقترضت إحدى الشركات للتجارة والتوزيع، مبلغ معين من بنك جزائري وذلك لمدة ٢١ شهرا، وبلغت فوائد هذا القرض ١٧٥٠دج، فإذا كان البنك يحتسب معدل الفائدة لربع سنوي على القرض ٢.٥% ، فما هو أصل القرض؟ .

تمرين٠٤

اقترضت إحدى الشركات مبلغ ٥٠٠٠ دج من بنك جزائري على أن يقوم بسداد المبلغ وفوائده بعد سنتين ونصف، وعند السداد كانت الفائدة المستحقة ٧٥٠ دج، فما هو معدل الفائدة الذي يتعامل به البنك مع الشركة؟

تمرين٠٥

اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٨٠٠٠ دج، على أن يسدد المبلغ وفوائده بعد ١٨ شهرا، فإذا كان البنك يحتسب معدل الفائدة ١.٥ % كل شهرين، فما هي جملة القرض؟

تمرين٠٦

أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ دج في بنك جزائري، لمدة سنتين، فوجد الجملة المستحقة له ٨٨٠٠ دج، فما هو معدل الفائدة؟ .

تمرين٠٧

اقترض شخص ٣٠٠٠ دج من بنك جزائري، بمعدل فائدة بسيطة ربع سنوي ١%، وبلغت الجملة في نهاية مدة القرض مبلغ ٣٦٠٠ دج، فما هي مدة القرض؟

تمرين٠٨

أودع شخص ملغ معين في صندوق التوفير، لمدة ١٥ شهرا بحيث وجد أن جملة ما يستحقه ١١٠٠ دج، فإذا كان معدل الفائدة البسيطة ٨ % سنويا، فما هو أصل المبلغ الذي أودعه في صندوق التوفير؟

تمرين٠٩

اقترض شخص من بنك التمويل الجزائري مبلغ ٣٠٠٠ دج، يوم ٢٠٠١/٠١/١٢ واتفق على أن يسدد المبلغ والفوائد، في ٠٧/٢١ من نفس السنة وذلك بمعدل فائدة ٩% سنويا، فما هو مقدار_الفائدة الحقيقية؟

تمرين١٠

اقترض شخص في/٢٠٠٠/٠٣/٢٥ مبلغ ٣٦٠٠ دج من بنك جزائري واتفق على أن يسدد المبلغ وفوائده في ٠٨/٢٣/ من نفس السنة فإذا كان معدل الفائدة البسيطة ٧% سنويا، فما هو مقدارما يجب سداده؟ إذا كان البنك يتعامل بالفائدة الحقيقية، ما هو مقدار الفائدة التجارية في مثل هذه الحالة".

تمرين١١

أودع شخص ٥٠٠٠ دج في البنك الجزائري يوم ٢٠٠٠/٠١/١٠، ما هي قيمة الفائدة التجارية؟ لهذا المبلغ يوم ٠٧/٠٣ من نفس السنة علما أن معدل الفائدة البسيطة ٤% سداسيا وما هي قيمة الفائدة الحقيقية؟.

تمرين١٢

إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والحقيقية هو ١.٢ دج لمبلغ معين استثمر لمدة ١٥٠ يوما بمعدل فائدة ٨% ، ما هو أصل القرض؟

تمرين١٣

اقترض شخص ٦٠٠ دج من أحد البنوك قام بسداده مع فوائده التجارية بعد مدة ١٥٠ يوما، فكانت الجملة المكتسبة ٦١٨ دج، ما هي الفائدة الحقيقية لهذا المبلغ؟ وما هو معدل الفائدة المطبق؟

تمرين١٤

إذا بلغت الفائدة الحقيقية لمبلغ ٢٠٠٠ دج استثمر بمعدل ٦ % سنويا قيمة ٤٨ دج، ما هي الفائدة التجارية؟ وما هي مدة الاستثمار؟

تمرين١٥

اقترض شخص مبلغ معين من بنك جزائري في ٢٠٠١/٠٤/٢٦ وقام بسداد المبلغ وفوائده في ٠٨/٠٦/ من نفس السنة وقد بلغ الفرق بين الفائدتين التجارية والحقيقية مبلغ ٠.١١ دج فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة ٦ % ، ما قيمة كل فائدة، وما هو أصل القرض؟

تمرين١٦

أودع شخص ٣٠٠٠ دج في بنك التمويل الجزائري يوم ٢٠٠٠/٠٧/٠٣ ، وسحب المبلغ **وفوائده يوم ٢٠٠١/٠١/٠٣ وإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة ١٠ % سنويا، أوجد مقدار الفائدة.**

I-٧ الخصم بالفائدة البسيطة:

-مفهوم الخصم:

الخصم كعملية، يعتبر إجراء يسمح لصاحب الورقة التجارية أن يحولها إلى سيولة عند الحاجة، قبل تاريخ استحقاقها عن طريق خصمها أو قطعها لدى البنك، ويتقاضى مقابل العملية قيمة أقل من القيمة المسجلة على الورق(القيمة الاسمية)، تدعى بالقيمة الحالية.

الخصم كقيمة (مبلغ) يعبر عن القيمة التي يتقصاها البنك أو الجهة التي قبلت الخصم على أساس معدل فائدة محدد، والمدة التي تفصل بين التاريخين تدعى بمدة الخصم.

-قانون الخصم(Escompte): E لصياغته رياضيا يتطلب توفير العناصر التالية: **V= القيمة الاسمية للورقة** **n= مدة الخصم** **t = معدل الخصم**

$$E = V x\ t\ x\ n\ /36000$$

<u>مثال٠٨</u>

كمبيالة قيمتها الاسمية ٩٠٠ دج تستحق السداد في ٢٠٠٢/٠٥/١٦ ، لكن الدائن طلب من المدين سدادها في ٢٠٠٢/٠٢/١٣ بمعدل فائدة ١٠ % أحسب قيمة الخصم، والقيمة الحالية.

الحل

-تحديد مدة الخصم : فيفري= ١٥ مارس= ٣١ ، أفريل= ٣٠ ماي= ١٦ المجموع ٩٢ يوما.

$$E = V\ x\ t\ x\ n\ /36000 = 900\ x\ 10\ x\ 92\ /36000 = 23DA$$

القيمة الحالية : هي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم ونرمز لها بالحرف V_a

$V_a = V - E \Longrightarrow V_a = 900 - 23 = 877DA$

مثال٠٩

كمبيالة قيمتها الاسمية ٧٢٠٠٠٠ دج تستحق السداد بتاريخ ٢٠١١/٠٩/٢٠، تحصل الدائن من البنك بمعدل الخصم ٥% على القيمة الحالية بقيمة ٧١٥٥٥٠ دج، ما هو تاريخ خصم هذه الورقة؟.

الحل

$Va = V - E \Longrightarrow E = V - Va = 720000 - 715550$

$=450DA$

$450 = 720000 \times 5 \times n /36000 \Longrightarrow n= 450 \times 36000 /720000 \times 5$

$n = 45 j$

بالرجوع بـــ: ٤٥ يوما من تاريخ الاستحقاق ٢٠١١/٠٩/٢٠ نجد تاريخ الخصم هو ٢٠١١/٠٨/٠٦

-الأجيو

عبارة عن مجموع ما يقتطعه البنك من القيمة الاسمية للورقة التجارية عند خصمها، من طرف المستفيد. ويتكون الأجيو من العناصر التالية:

E = الخصم

C = العمولة (Commission) هي نسبة مئوية من القيمة الاسمية، كما قد تكون فائدة وتحسب مثل الخصم في حالة العمولة المتغيرة.

F = مصاريف التحصيل عادة ما تكون مبلغ ثابت، أو نسبة مئوية من القيمة الاسمية

T V A = الرسم على القيمة المضافة عبارة عن نسبة مئوية تحسب على مجموع العناصر الثلاث السابقة.

ويطلق على مجموع الاقتطاعات بالأجيو الإجمالي:

Agio Total = E + C + F + T V A

مثال١٠

ورقة تجارية قيمتها الاسمية ٢١٤٠٠٠ دج تستحق الدفع بتاريخ ٠٦/٣٠/ن،
خصمت لدى البنك بتاريخ ٠٤/٠١/ن وفق الشروط التالية:

-معدل الخصم ٨% ، عمولة متغيرة ١% ، مصاريف التحصيل ١٠٠ دج ، الرسم على القيمة المضافة ١٧%، أحسب الأجيو الإجمالي

الحل

-تحديد مدة الخصم: أفريل=٢٩ ، ماي = ٣١ ، جوان = ٣٠ ، المجموع ٩٠ يوما

-الخصم: **E = V x t x n/36000 = 214000X8X90/360000 = 4280DA**

E

-العمولة:

Com= 214000 X 1 X 90/36000 = **535DA**

-الرسم على القيمة المضافة:

T V A = (4280+535+100)x17/100= **835.55**

Agio Total = E + C + F + T V A= 4280+ 535 + 100 + 835.55=5750.55DA

-القيمة الصافية:

V_{nette} = V − Agio T = 214000 − 5750.55 = **208249.45DA**

-**معدل الخصم الحقيقي**: يرمز له بـ **t̀** وهو المعدل الذي يحققه البنك، ويعتبر بالنسبة لصاحب الورقة تكلفة يقدمها للبنك مقابل خصمه للورقة التجارية، قيمته أكبر من معدل الخصم المطبق ويحسب وفق القانون التالي:

$\grave{t}= 36000 \times AGIO\ T / V_{nette} \times n$

بالنسبة للمثال١٠

$\grave{t}= 36000 \times 5750.55 / 208249.45 \times 90 = 11.045\%$

-كشف الخصم:

يتمثل في جدول يرسله البنك، إلى المستفيد من الخصم(صاحب الورقة)، يحتوي على معلومات مفصلة عن العملية.

مثال١١

بتاريخ ١٩/٠٧/ن أرسل البنك لمؤسسة الهضاب كشف خاص بخصم كمبيالة رقم ١٢٥

البنك الوطني الجزائري						
وكالة الجلفة				كشف رقم : ٨٢٣		
الرقم	القيم الاسمية	تاريخ الخصم	تاريخ الاستحقاق	مدة الخصم	معدل الخصم	معدل العمولة
١٢٥	٢٧٠٠٠٠	١٩/٠٧ /ن	٢٠/١٠/ن	٩٧	٨	٢

E=5820DA

Com=1455DA

F=100DA

T V A 17%=1253.75DA

Agio Total=8628.25DA

القيمة الاسمية V	الأجيو A1gio T	القيمة الصافية V_{nette}
٢٧٠٠٠٠	٨٦٢٨.٢٥	٢٦١٣٧١.٢٥

ملاحظات

-العمولة المتغيرة = الفائدة البنكية = عمولة التظهير

-أنواع الخصم:هناك خصمين خصم تجاري رمزه E_c وآخر حقيقي رمزه E_r

١- **الخصم التجار**E_c (Commercial): هو فائدة على القيمة الاسمية لورقة تجارية عن المدة المتبقية لاستحقاقها بدءا من لحظة خصمها حتى تاريخ استحقاقه.

$$E_c = V \times t \times n /36000$$

وباستعمال القاسم :

$$Ec = V \times n /D$$

مثال١٢

ورقة تجارية قيمتها الاسمية ٣٤٥٠٠ دج، تاريخ استحقاقها ٩٥/١٠/٢٠ تقدم صاحبها إلى البنك للخصم، فقبل خصمها بتاريخ ٩٥/٠٩/٠٥ بمعدل خصم٨%، ما هي قيمة الخصم التجاري؟

الحل

-تحديد مدة الخصم : سبتمبر ٣٠-٥ = ٢٥ ، أكتوبر ٢٠ المجموع ٤٥ يوما

$$E_c = V \times t \times n /36000 = 34500 \times 8 \times 45 /36000 = \mathbf{345DA}$$

$$V = V \times n /D$$

$$D = 36000/8 = 4500$$

$$E_c = 34500 \times 45 /4500 = \mathbf{345DA}$$

-**القيمةالحالية: يرمز** لها بالحرف Va هي القيمة المتبقية بعد طرح قيمة الخصم من القيمة الاسمية للورقة التجارية ويمكن حسابها بطريقتين:

$$Va = V - E_c \Longleftrightarrow Va = V - V \times t \times n /36000 \Longrightarrow$$

$$1-\ Va = V(1 - t \times n /36000) \Longrightarrow$$

$$Va = 34500(1 - 8 \times 45/36000) = \mathbf{34155}DA$$

-باستعمال القاسم

$2- Va = \mathbf{V}(1- n/D)$

$Va = 34500(1- 45/4500)= \mathbf{34155DA}$

2 -الخصم الحقيقي Er (Rationnel) : هو الفائدة على القيمة الحالية الحقيقية ونرمز لها بالحرف **Va`**

$Er= \mathbf{Va`} \times t \times n/36000$

- استعمال القاسم:

$Er= \mathbf{Va`} \times n/ D \Longrightarrow 1$

$\mathbf{Va` = V} - Er \Longrightarrow \mathbf{V} = \mathbf{Va`} + Er$

$V = \mathbf{Va`} + \mathbf{Va`} \times n/ D \Longrightarrow \mathbf{V} = \mathbf{Va`} \times (1+n/ D)$

$\mathbf{V} = \mathbf{Va`} \times (D+n/ D ) \Longrightarrow \mathbf{Va`} = V \times D /D+ n$

$\mathbf{Va`} = \mathbf{Vx\ D/(D+n)} \Longrightarrow 2$

وبتعويض العلاقة ٢ في العلاقة ١ نحصل على العلاقة التالية:

$Er= Vx\ D/(D+n)\ \ \mathbf{x\ n} / \mathbf{D} = \mathbf{Vx\ n}/ D+n$

$Er= \mathbf{Vx\ n}/ D+n$

مثال١٣

ورقة تجارية قيمتها الاسمية ٢٠٢٥٠ دج تاريخ استحقاقها ، نهاية جوان تم خصمها بتاريخ ٠٤/١١ ن بمعدل خصم ٥ % أحسب كل من $\mathbf{E_c}$ ، Er

الحل

-تحديد مدة الخصم: أفريل٣٠ – ١١ = ١٩ يوم ، ماي =٣١يوم ، جوان =٣٠يوم = ٨٠يوم

$\mathbf{Ec} = \mathbf{V \times t \times n /36000} = (20250 \times 80 \times 5)/36000=\mathbf{225DA}$

$D = ٣٦٠٠٠ / ٥ = ٧٢٠٠$

-باستعمال القاسم D

$\mathbf{Ec = V \times n / D} = (20250 \times 80)/7200 = \mathbf{225DA}$

$\mathbf{Va' = Vx\ D/(D+n)} = (20250 \times 7200)/7200+80 = \mathbf{20027.473DA}$

$Er = \mathbf{Va'} \times t \times n/36000 = 20027.473 \times 5 \times 80 /36000 =$

$\mathbf{222.527DA}$

-باستعمال القاسمD

$Er = \mathbf{Vx\ n}/ D+n = 20250 \times 80 /7200 + 80 = \mathbf{222.527DA}$

-العلاقة بين النوعين:E_C ، Er

-المقارنة بالقسمة بين النوعين انطلاقا من:

$Er = \mathbf{Vx\ n}/ D+n$ و $\mathbf{Ec} = \mathbf{Vx\ n}/ D$

$\mathbf{Ec} / Er = [\mathbf{Vx\ n} /D] / [\mathbf{Vx\ n}/ D+n] = D+ n/ D$

$\mathbf{Ec} / Er = D+ n/ D \Longrightarrow$

$\mathbf{Ec} = Er \times (D+n)/ D$

$Er = \mathbf{Ec} \times D/ (D+n)$

-المقارنة بالقسمة بين النوعين انطلاقا من تعريف Er أنه الفائدة على القيمة الحالية الحقيقية

$Er = \mathbf{Va'} \times n/ D$

$\mathbf{Ec} / Er = (\mathbf{V \times n /D}) / (\mathbf{Va'} \times n/ D) = \mathbf{V/ Va'}$

$\mathbf{Ec / Er = V/ Va'} \Longrightarrow$

$\mathbf{Ec = Er \times V/ Va'}$

$Er = Ec \times \mathbf{Va'} / V$

-لدينا :

$$Va^{`} = V - Er \Longrightarrow V = \grave{V}a + \grave{V}a \times t \times n/36000$$

$$V = Va^{`}(1+t \times n / 36000)$$

$$Ec = Er \times (1+t \times n/36000)$$

$$Er = Ec/ (1+t \times n \ \ 36000)$$

-المقارنة بالطرح (بالفرق):

انطلاقا من :

$$Er = V \times n/ D+n \text{ ، } Ec = V \times n /D$$

$$Ec - Er = V \times n /D - V \times n/ D+n = V\, n\, (D+n) - V\, n\, D/D(D+n)$$

$$Ec - Er = V\, n^2/ D(D+n)$$

-المقارنة بالجداء الضرب):

$$Ec \times Er = V \times n /D \times V \times n/ D+n = V^2\, n^2 \ / D^2 + D\, n$$

$$Ec \times Er = V^2\, n^2 \ / D^2 + D\, n$$

مثال ١٤

ورقة تجارية حسمت بمعدل خصم ٨ % بلغت قيمة Ec = ١٠١٠ دج وقيمة Er= ٩٧٧.٤١٩٣٠ ددج . أحسب مدة الخصم والقيمة الاسمية لهذه الورقة ثم القيمة الحالية للخصمين.

الحل:

$$D = 36000/8 + 4500$$

$$Ec = Er \times (D+n)/ D$$

$$1010 = 977.41930 \times (4500+n)/ 4500 \Longrightarrow n = 146613.15/977.41930 = 150 \text{ J}$$

$$V = Ec \times D / n = 1010 \times 4500 /150 = 30300 \text{DA}$$

$$Va = V - E_c = 30300 - 1010 = 29290DA$$

$$Va = V - Er = 30300 - 977.41930 = 29322.5804DA$$

السلسلة الثانية

تمرين٠١

في ٠٦/٠٢/ ن قامت مؤسسة بخصم الأوراق التجارية التالية:

١-٩٨٠٠دج تستحق في ٠٧/٠٢/ن

٢-١٢٦٠٠دج تستحق في ٠٨/٣١/ن

٣-٧٢٠٠دج تستحق في ١٠/٣٠/ن

وذالك بمعدل خصم ٩ % . أحسب الخصم الإجمالي والقيمة الحالية الإجمالية مستعملا كشف الخصم.

تمرين٠٢

في ٠٩/٠١/ن قامت مؤسسة بخصم الأوراق التجارية التالية:

١-٨٩٠٠دج تستحق في ١٠/٠١/ن

٢-١٤٢٠٠دج تستحق في ١٠/٣١/ن

٣-٢٤٠٠دج تستحق في ١٢/١٥/ن

خصمت بالشروط التالية:

-معدل الخصم ٨%

-عمولة (مصاريف التحصيل): ٠.٥ ، ٠.٣٥ ، ٠.٢٥ على الأوراق الثلاثة على التوالي.

-عمولة البنك ١‰ من القيمة الاسمية.

-أحسب الخصم الإجمالي - والأجيو - القيمة الحالية الإجمالية مستعملا جدول الخصم.

<u>تمرين٠٣</u>

ورقة تجارية تم خصمها بتاريخ ٠٥/ ٠٢/ ١٩٩٥ بمعدل خصم ٨% فكان خصمها التجاري ٥٠٤دج، قيمتها الاسمية ١٠٨٠٠دج

-أوجد تاريخ استحقاقها

-إذا كانت فائدة البنك ٠.٥ % وعمولته ١٠.٨دج للورقة أحسب الأجيو الإجمالي

-أحسب القيمة الصافية التي يتحصل عليها صاحب الورقة عند الخصم.

<u>تمرين٠٤</u>

كمبيالة تستحق الدفع بعد ٨٠ يوما من تاريخ خصمها إذا كان الفرق بين خصمها التجاري وخصمها الحقيقي ١٢دج ومعدل الخصم٨%

-أحسب القيمة الاسمية للورقة إذا كان معدل الخصم ١٠%

<u>تمرين٠٥</u>

ورقة تجارية تم خصمها بتاريخ ١٠/٠٤/ن بنسبة ٧% فبلغت قيمتها التجارية الحالية ١٣٢٦٣٧دج ، فإذا خصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها بـــ ٤٥ يوما لانخفضت قيمة الخصم إلى ١١٨١.٢٥دج

١-أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة

٢-مدة وتاريخ استحقاق هذه الورقة

٣-الأجيو الإجمالي والقيمة الصافية إذا كانت عمولة التظهير٠.٦% ومصاريف التحصيل ١٠دج.

٤-أحسب نسبة تكلفة العملية التي يتحملها صاحب الورقة .

تمرين٠٦

سفتجة تستحق بتاريخ ١٩٩٥/٠٦/٢٠ خصمت بتاريخ ١٩٩٥/٠٤/٠٩ بمعدل فائدة ١٢ % فبلغ مجموع الخصم التجاري والخصم الحقيقي ٥٠٥دج

١–أحسب القيمة الاسمية لها

٢– أحسب معدل تكلفة العملية التي يتحملها حامل الورقة بالخصم الحقيقي إذا كانت العمولة الثابتة ١٧دج

٣–أحسب معدل تكلفة العملية بالخصم التجاري في نفس الشروط.

تمرين٠٧

أحسب القيمة الاسمية لورقة تجارية خصمت قبل استحقاقها بـــ ١٣٠ يوما بمعدل فائدة١٠ % فكانت قيمتها الحالية ٤٣٣٧٥٠دج.

I-٨ تكافؤ الأوراق التجارية بالفائدة البسيطة:

في ظل العمليات التجارية، والتغيرات التي يتعرض لها المتعاملون بالأوراق التجارية من تحسن أو صعوبة قي ظروفهم المالية، لتأمين السيولة عند الحاجة لأداء التزاماتهم وتحصيل حقوقهم في الآجال المحددة. فمنهم من يدفع أو يسدد جزءا من ديونه قبل تاريخ الاستحقاق أو بتاريخ الاستحقاق أو بعده (تأجيل)، يضطر في هذه الحالة إلى إعادة إنشاء (تأسيس) ورقة جديدة تختلف عن القديمة متحملا فواد التأخير، وتدعى العملية باستبدال الديون بين المدين والدائن بشروط معينة. وبهذه العملية يكون المتعاملين بالأوراق التجارية أمام نظرية تكافؤ الأوراق التجارية، تكون بين ورقتين تجاريتين أو عدة أوراق تجارية، كما قد تكون بين ورقة تجارية ومبلغ مالي.

التكافؤ بين ورقتين يعني تساوي قيمتهما الحالية بتاريخ محدد و باستعمال نسب خصم متساوية فيهما. عملية التكافؤ تستخدم الخصم التجاري،كما تستخدم الخصم الحقيقي.

١-بالخصم التجاري E_c (Commercial):

أ- **تكافؤ بين ورقتين:** باعتبار ورقتين ذات قيم اسمية v_1 ، v_2 وذات مدتين n_1 و n_2 على التوالي (المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق والتاريخ التكافؤ) نقول أنهما متكافئتان عند تساوي قيمتهما الحالية v_{a1} ، v_{a2} مع نفس المعدل.

-باعتبار $i = t/100$

$$v_{a1}= v_1(1- n_1 xi)$$

$$v_{a2}= v_2(1- n_2 xi)$$

$$v_{a1}= v_{a2} \Longleftrightarrow v_1(1- n_1 xi)= v_2(1- n_2 xi) \Longrightarrow$$

$$v_1 = v_2(1 - n_2 x i) / (1 - n_1 x i)$$

$$v_2 = v_1(1 - n_1 x i) / (1 - n_2 x i)$$

-باستعمل القاسم D:

$$v_{a2} = v_2(D - n_2) / D \qquad v_{a1} = v_1(D - n_1) / D .$$

$$v_{a1} = v_{a2} \Longleftrightarrow v_1(D - n_1) / D = v_2(D - n_2) / D \Longrightarrow$$

$$v_1 = v_2(D - n_2) / (D - n_1)$$

$$v_2 = v_1(D - n_1) / (D - n_2)$$

2-بالخصم الحقيقي E_r (Rationnel):

$$Va\grave{}_1 = v_1(1 + n_1 x i) \qquad Va\grave{}_2 = v_2(1 + n_2 x i)$$

$$Va\grave{}_1 = Va\grave{}_2 \Longleftrightarrow v_1(1 + n_1 x i) = v_2(1 + n_2 x i) \Longrightarrow$$

$$v\grave{}_1 = v_2(1 + n_2 x i) / (1 + n_1 x i)$$

$$v_2 = v_1(1 + n_1 x i) / (1 + n_2 x i)$$

-باستعمال القاسم **D**:

$$v_1 = v_2(D + n_1) / (D + n_2)$$

$$v_2 = v_1(D + n_2) / (D + n_1)$$

ب-**تكافؤ بين عدة أوراق تجارية:** في هذه العملية يستعمل نفس المبدأ في حالة تكافؤ ورقتين مع تغيير في عدد الأوراق .

القيمة الحالية للورقة المكافئة = مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى ومن هذه العلاقة يمكن تحديد القيمة الاسمية للورقة المكافئة **v**

$$V = v_1(1 + n_1 x\ i) + v_2(1 + n_2 x\ i) + v_3(1 + n_3 x\ i) + \ldots + v_n(1 + n_n x\ i) / (1 + nx\ i)$$

-باستعمال القاسم **D:**

$v_a = v\,(D-n)\,/\,D$

$\mathbf{v\,(D-n)\,/\,D = v_1(D-n_1)\,/\,D + v_2(D-n_2)\,/\,D + \ldots + v_n(D-n_n)\,/\,D}$

$\mathbf{V = v_1(D-n_1) + v_2(D-n_2) + \ldots + v_n(D-n_n)\,/\,(D-n)}$

مثال١٥

مؤسسة مدينة بورقة تجارية قيمتها الاسمية ٢٤٧١٠ دج تاريخ استحقاقها ٠٣/٣١/ن، طلب المورد بتاريخ ٠٣/١١ /ن بتأخير تاريخ استحقاقها ٠٥/٢٠/ن فإذا علمت أن معدل الخصم المستعمل هو ١٠% أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

الحل

-تحديد مدة التكافؤ للورقتين:

$n_1 = 11/03 \text{ AU } 31/03 = 20j$

$n_2 = 11/03 \text{ AU } 20/05 = 70j$

-تحديد القاسم:

$D = 36000/10 = 3600$

-تحديد القيمة الاسمية للورقة الجديدة:

$\mathbf{v_2 = v_1(D-n_1)\,/\,(D-n_2)}$

$v_2 = 24710(3600-30)\,/\,(3600-70) = \mathbf{25060DA}$

-بدون استعمال القاسمD :

$\mathbf{v_2 = v_1(1-n_1xi)\,/\,(1-n_2xi)}$

$v_2 = 24710(1-\mathbf{20x10/3600})\,/\,(1-\mathbf{70x10/36000}) = \mathbf{25060DA}$

السلسلة الثالثة

تمرين٠١

سند قيمته الاسمية ٤٠٠٠٠ دج يستحق الدفع بعد ٦٠ يوما، يرغب المدين استبداله بسند آخر يستحق بعد ١٢٠ يوما بمعدل خصم ٦% .

-أوجد القيمة الاسمية للسند الجديد وذلك حسب الخصمين التجاري والحقيقي.

تمرين٠٢

يرغب مدين استبدال ثلاثة سندات قيمتهما الاسمية ٤٠٠٠ دج، ٦٠٠٠ دج، ١٢٠٠٠ دج تستحق بعد : ٧٠ يوما، ٦٠ يوما، ٥٠ يوما على الترتيب مقابل سند واحد يستحق بعد ١٠٠ يوما، بمعدل خصم ٥% .

-أوجد القيمة الاسمية للسند الجديد وذلك حسب الخصمين التجاري والحقيقي.

تمرين٠٣

كمبيالة مسحوبة في ٠٥/٠٢ /ن بقيمة ١٠٠٠٠ دج تستحق الدفع في ٠٧/٣١/ن، في ٠٧/٢١ اتفق المدين مع الدائن على تأجيل تاريخ الاستحقاق إلى ٠٨/٢٠/ن. بتطبيق معدل خصم ٦%.

-ما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة ؟ باستعمال قانون التكافؤ بدون القاسم.

تمرين٠٤

نريد استبدال ثلاث أوراق تجارية، أدناه بورقة تجارية واحدة تستحق بعد ٦٠ يوما

-٢٠٠٠ دج تستحق بعد ١٨ يوما(n_1)

-٣٠٠٠ دج تستحق بعد ٢٩ يوما(n_2)

-٤٠٠٠ دج تستحق بعد ٤٥ يوما(n_3)

إذا كان معدل الخصم ٤ % .

-ما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة ؟ باستعمال قانون التكافؤ بدون القاسم.

تمرين٠٥

ورقة تجارية قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ دج، نريد استبدالها بثلاث أوراق تجارية التالية:

-٤٠٠٠ دج مدة استحقاقها ١٥ يوما.

-٣٠٠٠ دج مدة استحقاقها ٣٠ يوما.

-٣٠٠٠ دج مدة استحقاقها ٤٠ يوما. بتطبيق معدل الخصم ٦%.

-ما هي مدة استحقاق الورقة الجديدة ؟

تمرين٠٦

تاجر مدين بثلاث أوراق تجاري

-٤٣٠٠٠ دج تاريخ استحقاقها ٢٦/٠٧/ن.

-٢٦٠٠٠ دج تاريخ استحقاقها ٢٤/٠٨/ن.

-٣٠٠٠٠ دج تاريخ استحقاقها ١٨/٠٩/ن. تقدم إلى دائنة بتاريخ ٢٠/٠٦/ن لتعويضها بورقة وحيدة بمجموع قيمها الاسمية.

-تحديد تاريخ استحقاق هذه الورقة.

تمرين٠٧

ورقتان تجاريتان تستحقان الدفع يوم ١٩٩٦/٠٨/٣١ خصمت الأولى بتاريخ ١٩٩٦/٠٨/٠١ بمعدل ٨.٥% ، والثانية ١٩٩٦/٠٧/١١ بمعدل 8%.

-إذا تم عكس معدلي الخصم بين الورقتين فلا يتغير مجموع قيمة خصمهما مع الحالة الأولى.

١-أحسب القيمة الاسمية لكل ورقة إذا كان مجموعهما ٩٦٣٠٠ دج .

٢-إذا بلعت عمولة التظهير في الورقة الأول ٥ % من القيمة الاسمية و مصاريفالتحصيل ١٠ دج ، أحسب نسبة تكلفة العملية.

٣-أثبت أن : $E_C/E_R= (1+ix\ n)$

المحور الثاني: الفائدة المركبة،المعدلات المتناسبة والمتكافئة والقيمة الحالية والتكافؤ

II-١ تعريف:

الفائدة المركبة هي تلك الفائدة الناتجة عن إضافة الفائدة البسيطة للفترة إلى أصل القرض في نهاية كل فترة، لتنتج بدورها فائدة للفترة الموالية،إلى غاية نهاية مدة التوظيف.

مثال عددي لتأكيد التعريف:

أودع شخص مبلغ قدره ٩٠٠٠٠ دج ببنك لمدة ثلاث سنوات بمعدل فائدة مركبة ٨%

الفترات	المبلغ بداية المدة	الفائدة	المبلغ نهاية الفترة
١	٩٠٠٠٠	90000x0.08=7200	90000+7200=97200
٢	٩٧٢٠٠	97200x0.08=7776	97200+7776= 104976
٣	١٠٤٩٧٦	104976x0.08= 8398.08	104976+8398.08=113374.08

II-٢ القانون العام للفائدة المركبة

- الجملة المكتسبة هي القيمة الناتجة عن جمع المبلغ الأصلي مع الفائدة البسيطة المحصل عليها في الفترة، باعتبار المودع لأمواله يهدف إلى تحصيل مبلغ جديد.

إذا كانت عناصر الفائدة المركبة هي:

A= الجملة المكتسبة

a= أصل القرض(المبلغ بداية الفترة)

t= معدل فائدة مركبة

n=المدة

باعتبار $t/100=i$

الجدول

المبلغ نهاية الفترة(A)	الفائدة(t)	المبلغ بداية المدة(a)	الفترات
$a + axi=a(1+i)$	axi	a	١
$a(1+il)+ a(1+i)xi= a(1+i)^2$	$a(1+i)xi\ a(1+i)^2$	$a(1+i)$	٢
$a(1+i)^2+ a(1+i)^2xi= a(1+i)^3$	$a(1+i)^2xi$	$a(1+i)^2$	٣
. . . $a(1+i)^{n-1}+ a(1+i)^{n-1}xI=$ $a(1+i)^n$	. . . $a(1+i)^{n-1}x\ i$	. . . $a(1+i)^{n-1}$	. . . n

ملاحظات حول الجدول:

١-من خلال الجدول نستنتج القانون العام للفائدة المركبة $\mathbf{A= a(1+i)^n}$

2-العناصر المكونة للقانون العام ، صالحة إذا كانت المدة سنوات وهو الاستعمال العادي أو لفترات أخرى متفق عليها قد تكون سداسية ، ثلاثية ، شهرية وفي كل الحالات يجب أن يتوافق المعدل بالمدة .

3-العبارة $\mathbf{(1+i)^n}$ نحصل عليها من الجداول المالية رقم١ لمختلف النسب المستعملة لعدد الفترات قد تصل إلى ٥٠ سنة، كما قد نحصل عليها باستعمال الآلة الحاسبة مع أخذ بعين الاعتبار ٩ أرقام بعد الفاصلة.

II–٣ استعمال القانون العام: في تحديد الجملة والفائدة المركبة المدة عدد كامل

١–تحديد الجملة

مثال١

–كم يصبح رأسمال قدره ١٠٠٠٠ دج موظف لمدة ٣ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٠ % .

الحل

$A = a(1+i)^n \longrightarrow A = 10000(1.1)^3 \longrightarrow A = \mathbf{133100DA}$

٢–تحديد الفائدة المركبة

$I = A - a = a(1+i)^n - a = a\left[(1+i)^n - 1\right]$

$\mathbf{I = a\left[(1+i)^n - 1\right]}$

من المثال السابق

$I = a\left[(1+i)^n - 1\right] = 10000\left[\,(1.1)^3 - 1\right] = \mathbf{33100}$

مثال٢

رأسمال قدره ٧٢٨٠٠ أودعته مؤسسة ببنك بمعدل فائدة مركبة 9.5 % لمدة ٦ سنوات.

١–الفائدة المحصل عليها نهاية السنة الأولى من الإيداع.

٢– الفائدة المحصل عليها في السنة الرابعة فقط.

٣–الجملة المكتسبة عن العملية نهاية المدة.

الحل

$I = a\left[(1+i)^n - 1\right] = 72800\left[\,(1.095) - 1\right] = \mathbf{6916DA}$

٢-I_4

$I_4 = a_4 \times i$

$a_4 = a(1+i)^{n-1} = 72800(1.095)^{n-1} =$

$72800(1.095)^{4-1} = 72800(1.095)^{3} = 95581.4769$

$I_4 = 95581.4769 \times 0.095 = 9080.240DA$

٣-تحديد الجملة

$A = a(1+i)^{n} = 72800\ (1.095)^{6} = 125492.155DA$

مثال3

ما هي جملة أصل قدره ١٢٠٠٠ دج مودع في بنك لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٤ %سداسي؟

الحل

-تحويل المدة من السنوات إلى السداسيات لموافقتها بالمعدل السنوي حيث ٥ سنوات تعادل ١٠ سداسيات ومنه

$A = a(1+i)^{n} = 12000\ (1.04)^{10} = 17762.931DA$

II-٤ استعمال القانون العام: في تحديد الجملة والفائدة المركبة عند وجود كسر في الفترة الزمنية ، أي الفترة غيركاملة في هذه الحالة الفترة تكون كسر أي سنة وجزأ من السنة، ولمعالجة هذه الحالة نعتمد طريقتين:

الطريقة العقلانية وأخرى تجارية.

١-الطريقة العقلانية (المنطقية)

مبدأ هذه الطرقة يتمثل في تطبيق قانون الفائدة المركبة على المدة الكاملة (السنة)، وعلاقة الفائدة البسيطة على جزأ من المدة(جزأ من السنة)، وهناك من يسميها الطريقة المنطقية ، بحيث لا يمكن رسملة الفوائد الا في نهاية الفترة وهي الطريقة المستعملة في البنوك.

إذا كانت المدة $n=K+P/Q$

$A_K= a(1+i)^K$

$A_{P/Q}= A_K x\ i\ x\ P/Q= a(1+i)^K\ x\ i\ x\ P/Q$

$A_{K*P/Q}= A_K+ A_{P/Q}= a(1+i)^K + a(1+i)^K\ x\ i\ x\ P/Q$

$\mathbf{A_{K*P/Q}= a(1+i)^K\left[1+i\ x\ m/12\right]}$

ملاحظات

-العبارة $(1+ P/Q)$ تعتمد على المعدلات المتناسبة.

-وفق هذه الطريقة لا تتم رسملة الفوائد إلا بعد نهاية مدة التوظيف.

مثال٤

طبقا لهذه الطريقة ،أحسب جملة مبلغ مقترض قدره ٢٤٠٠٠ دج لمدى ٢ سنة و ٤ أشهر بمعدل فائدة مركبة ٤ %.

$A_{2*4/12}=24000\ (1.04)^2\left[1+0.04\ x\ 4/12\right]=\mathbf{26304.512DA}$

٢-الطريقة التجارية

مبدأ هذه الطرقة يتمثل في تطبيق قانون الفائدة المركبة باعتبار الجملة تمثل كل الفترة الزمنية .

$A_{K*P/Q}= a(1+i)^{K+P/Q}= \ = a(1+i)^K x(1+i)^{P/Q}$

$\mathbf{A_{K*P/Q}= a(1+i)^K x\ (1+i)^{P/Q}}$

من المثال السابق

$A_{K*P/Q}= 24000(1.04)^2 \times (1.04)^{4/12}=$ **26300 DA**

ملاحظات:

-**العبارة** $(1+i)^{P/Q}$ نحصل عليها من الجداول المالية رقم ٦ وكذلك بالآلة الحاسبة، و تعتمد على المعدلات المتكافئة.

-نتيجة الحل العقلاني أكبر من الحل التجاري، بسبب كبر المعدلات المتناسبة عن المعدلات المتكافئة.

II-٥ المعدلات المتناسبة:

نقول عن معدلين متصلين بمدد استثمار مختلفة، أنهما متناسبان إذا تساوت نسبتيهما مع نسبة مدتيهما الاستثمارية المتتالية، لنرمز بـــ **i** إلى المعدل السنوي، i_s إلى المعدل السداسي، i_t إلى المعدل الثلاثي، i_m إلى المعدل الشهري. وحسب الشروط التناسب نجد **$I/ i_s=12/6$**

مثال

إذا كان المعدل $i_s=3$ ، **i** = ٦ وبتطبيق شرط التكافؤ نجد:

١٢/٦ = ٦/٣ $\Longleftrightarrow$ ٢=٢

مثال٥

-أوجد مختلف المعدلات المتناسبة لمعدل السنوي ٦ %

$6/ i_s =12/6$ $\Longrightarrow$ $i_s= 6 \times 6 /12 =$ **3%**

$6/i_t$ $\Longrightarrow$ **$=12/3$** $i_t= 6 \times 3 /12 =$ **1.5%**

$6/ i_m =12/1$ $\Longrightarrow$ $i_m= 6 \times 1 /12 =$ **0.5%**

II-٦ المعدلات المتكافئة:

نقول عن معدلين متصلين بفترات استثمار مختلفة أنهما متكافئان، إذا حققا بنفس فترة التوظيف جملة واحدة أي جملة مكتسبة متساوية.

مثال

-دينار موظف بمعدل سنوي **i** يعطي $(1+i)$

-دينار موظف بمعدل سنوي **i** يعطي $(1+i_s)$

-دينار موظف بمعدل سنوي **i** يعطي $(1+i_t)$

-دينار موظف بمعدل سنوي **i** يعطي $(1+i_m)$

-**شروط التكافؤ**

$$(1+i)= (1+i_s)^2$$

$$(1+i)= (1+i_t)^4$$

$$(1+i)= (1+i_m)^{12}$$

-**بجذر الطرفين**

$$\sqrt{(١+i)} = \sqrt{(١+is)٢}$$

$$\sqrt{(١+i)} = \sqrt[٤]{(١+it)٤}$$

$$\sqrt{(١+i)} = \sqrt[١٢]{(١+im)١٢}$$

-**بحذف الجذور من طرقي العلاقات حسب قواعد الجذور** تصبح العلاقات

$$(1+i)^{1/2}= (1+i_s)$$

$$(1+i)^{1/4}= (1+i_t)$$

$$(1+i)^{1/12}= (1+i_m)$$

-من العلاقات نحصل على المعدلات المكافئة للمعدل السنوي

$$(1+i)^{1/2} = (1+i_s) \Longleftrightarrow i_s = \left[(1+i)^{1/2} - 1\right] \times 100$$

$$(1+i)^{1/4} = (1+i_t) \Longleftrightarrow i_t = \left[(1+i)^{1/4} - 1\right] \times 100$$

$$(1+i)^{1/12} = (1+i_m) \Longleftrightarrow i_m = \left[(1+i)^{1/12} - 1\right] \times 100$$

مثال٦

إذا كان المعدل السنوي ٦% **أحسب مختلف المعدلات المكافئة للمعدل السنوي**

$$i_s = \left[(1.06)^{1/2} - 1\right] \times 100 = 0.2956 \times 100 = 2.956\%$$

$$i_t = \left[(1.06)^{1/4} - 1\right] \times 100 = 0.01467 \times 100 = 1.467\%$$

$$i_m = \left[(1.06)^{1/12} - 1\right] \times 100 = 0.00486 \times 100 = 0.486\%$$

II-٧ القيمة الحالية:

القيمة الحالية لجملة هي المبلغ المستثمر في بداية المدة ، للحصول على الجملة في نهايتها ونرمز لها بـــ a وهي عكس الرسملة (الاستثمار). حيث أن الاستثمار يعني تحديد مبلغ في المستقبل بمعدل فائدة معطى مع إضافة الفوائد المركبة لرأس المال الأصلي، بينما القيمة الحالية (الحسم) يعني تحديد قيمة حالية لمبلغ قابل السداد في المستقبل بمعدل فائدة معطى مخصوما منها الفوائد المركبة .

-يعبر عنها بيانيا

٠ **استثمار** n

a الحسم A

a-باستعمال قانون العام للفائدة المركبة نحصل

$$A = a(1+i)^n \Longrightarrow \mathbf{a = A / (1+i)^n}$$

$$\mathbf{a = A \times (1+i)^{-n}}$$

-العبارة $(1+i)^{-n}$ نحصل عليها من الجداول المالية رقم ٢ أو باستعمال الآلة الحاسبة

مثال٧

ما هي القيمة الحالية لمبلغ قدره ٦٠٠٠٠ دج قابل السداد خلال ١٢ سنة ، بمعدل فائدة مركبة 9%سنويا.

الحل

$$a = A\ (1+i)^{-n} = 60000 \times 1.09^{12} = 21332.08DA.$$

II-٨ علاقات عناصر جملة الفائدة المركبة:

١-القيمة الحالية (a):

$$a = A \times (1+i)^{-n}$$

٢-فائدة الجملة الملركبة:

$$I = a\left[(1+i)^{n} - 1\right]$$

٣-المعدل (i):

$$(1+i)^{n} = A\ /\ a \Longrightarrow (1+i) = \sqrt[n]{A/a}$$

$$I = \sqrt[n]{A/a} - 1$$

٤-المدة (n):

$$(1+i)^{n} = A\ /\ a \Longrightarrow \mathrm{Log}(1+i)^{n} = \mathrm{Log}\ A\ /\ a$$

$$n\ \mathrm{Log}(1+i)^{n} = \mathrm{Log}\ A - \mathrm{Log}\ a \Longrightarrow$$

$$n = \mathrm{Log}\ A - \mathrm{Log}\ a\ /\ \mathrm{Log}(1+i)^{n}$$

II-9 التكافؤ بالفائدة المركبة:

أ-تكافؤ راسما لين:

ليكن راسملان قيمتهما الاسمية A_1 و A_2 يسددان خلال n_1 وn_2 متكافئان في الفترة ٠

$$A_1 (1+i)^{-n1}= A_2 (1+i)^{-n2} \longrightarrow 1$$

إذا تحقق التكافؤ بفوائد مكركبة بمعدل **i** من يوم ما، فانه يتحقق في أي فترة ولتكن b

$$\underset{\text{b}}{\longrightarrow} \quad n_1 \qquad n_2$$

b = (معدومة، سالبة، موجبة) عدد الفترات

بضم b إلى طرفي العلاقة ١ في العبارة **(1+i)**

$$A_1 (1+i)^{-n1} (1+i)^{b}= A_2 (1+i)^{-n2} (1+i)^{b} \Longleftrightarrow$$

$$\mathbf{A_1(1+i)^{-(n1- b)} = A_2 (1+i)^{-(n2-b)}} \longrightarrow 2$$

ب-تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال: لتكن ثلاث رؤوس أموال القيمة الاسمية لكل منهم على التوالي: A'_1 و A'_2 و A'_3 تدفع n_1 وn_2 و n_3 متكافئة بمعدل **i** في الفترة ٠ مع رأسمالين قيمتهما الاسمية A_1 و A_2 يدفعان بعد K_1 و K_2 فترة.

$$\mathbf{A'_1 (1+i)^{-(n1- b)} + A'_2(1+i)^{-(n2- b)} + A'_3(1+i)^{-(n3- b)} =}$$
$$\mathbf{A_1(1+i)^{-(K1-b)} + A_2(1+i)^{-(K2-b)}} \longrightarrow 3$$

مثال٨

مدين عليه تسديد الديون التالية: ٢٤٠٠٠دج بعد سنة، ١٦٠٠٠دج بعد سنة ونصف، ٣٠٠٠٠دج بعد عامين ونصف، ٤٠٠٠٠دج بعد ٤ سنوات حصل من

طرف دائنه على إمكانية التخلص من الدين بدفع وحيد بعد ٥ سنوات. ما القيمة الاسمية للدفع الوحيد ؟ بمعدل فائدة مركبة ٦%

$$\mathbf{A}\ (1+i)^{-(5-5)} = 24000\ (1+i)^{-(1-5)} + ١٦٠٠٠\mathbf{(1+i)}^{-(1.5-٥)} + ٣٠٠٠٠(1+i)^{-(2.5-5)} + 40000\ (1+i)^{-(٤-5)}$$

$$\mathbf{A}\ (١.٠٦)^{0} = 24000\ (١.٠٦)^{3} + ١٦٠٠٠\mathbf{(1.06)}^{3.5} + ٣٠٠٠٠(1+i)^{2.5} + 40000\ (1.06)$$

$$\mathbf{A} = 30299.44 + 19619.61 + 34704.51 + 42400 = \mathbf{127023.56DA}$$

جــ–الأجل المشترك والمتوسط :

١–تاريخ الاستحقاق المشترك: هو تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة المعوضة بمجموعة من الأوراق أو الديون وفي الحالة العامة أي عندما تكون القيمة الاسمية للورقة الوحيدة لا تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة.

مثال٩

ما هو تاريخ استحقاق رأسمال وحيد قيمته الاسمية ٨٩٥٧.٥٨دج الذي يعوض راسمالين ١٠٠٠دج يستحق بعد ٩ أشهر ، ٧٠٠٠دج يستحق يعد ٦ أشهر، بمعدل فائدة مركبة ٨%

الحل

$A_1 = 8957.58 \qquad n_1 = ?$

$A_2 = 1000 \qquad n_2 = 9/12$

$A_3 = 7000 \qquad n_3 = 6/12$

$T = 8\%$

$$A_1\ (1+i)^{-n1} = A_2\ (1+i)^{-n2} + A_3\ (1+i)^{-n3}$$

$(1.08)^{-n1} = 1000\ (1.08)^{-9/12} + 7000\ (1.08)^{-9/12}\ /\ 8957.58 =$
0.857336

$-n \text{ Log } (1.08) = \text{Log } 0.857336 \longrightarrow -n = \text{Log } 0.857336 / \text{Log } (1.08)$

$-n = -0.066848939 / 0.033423755 = 2.000042754$

يعني تاريخ استحقاق رأسمال الوحيد عامين أي $n = 2\text{Ans}$

٢–تاريخ الاستحقاق المتوسط :هو تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة المعوضة بمجموعة من الأوراق أو الديون وفي الحالة العامة أي عندما تكون القيمة الاسمية للورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة.

مثال١٠

تطبيقا لمعلومات المثال السبق حدد تاريخ استحقاق المتوسط

$\mathbf{A} = A_1 + A_2 = 1000 + 7000 = 8000$

$8000\ (1+i)^{-n} = 1000\ (1.08)^{-9/12} + 7000\ (1.08)^{-9/12}$

$(1+i)^{-n} = 1000\ (1.08)^{-9/12} + 7000\ (1.08)^{-9/12} / 8000 = 0.959958$

$(1.08)^{-n} = = 0.959958 \longrightarrow -n \text{ Log } (1.08) = \text{Log } 0.959958$

$-n = \text{Log } 0.959958 / \text{Log } (1.08) = 6 \text{ Mois} + 11 \text{jours} + 3 \text{Heurs}$

السلسلة الرابعة

تمرين١

اقترض تاجر ٢٠٠٠دج لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٠ % سنويا.

–أحسب جملة القرض والفائدة المستحقة في نهاية المدة.

تمرين٢

أحسب جملة مبلغ ١٠٠٠٠دج أودعت بمعدل فائدة مركبة ٩ % سنويا. لمدة ٣ سنوات وأربعة أشهر.

تمرين٣

أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٤% سنويا. وفي نهاية المدة سدد البنك لهذا الشخص بالإضافة إلى أصل القرض فائدة قدرها ٢٤٠١.٢٢دج .

–أوجد أصل المبلغ المودع

تمرين٤

أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ د.ج في ١٩٩٨/٠١/٠١ في بنك عندما كان معدل الفائدة المركبة ١٠ % سنويا ، ثم أودع مبلغ ١٥٠٠٠دج عندما زاد معدل الفائدة ليصبح ١١ % سنويا وذلك في ١٩٩٨/٠٧/٠١. وعندما ارتفع المعدل إلى ١٣ % سنويا أودع ٥٠٠٠ د.ج في ١٩٩٩/٠١/٠١ .

–أوجد رصيد هذا الشخص في ٢٠٠١/١٢/٣١

تمرين٥

تاجر مدين بالمبالغ التالية:

٥٠٠٠دج يستحق بعد ٣ سنوات.

٧٠٠٠دج يستحق بعد ٥ سنوات.

٨٠٠٠دج يستحق بعد ٦ سنوات.

يريد استبدال الديون السابقة بدينين جديدين متساويين، يستحق الأول بعد ٤ سنوات **الثاني بعد** ٧ سنوات.

–أوجد قيمة كل من الدينين الجديدين إذا حسبت الفائدة المركبة بمعدل ٩%

المحور الثالث: الدفعات المتساوية(الثابتة) Annuités Constantes

III-١مفهوم الدفعات المالية (annuités):

هي عبارة عن مبالغ مالية متساوية تدفع بصفة دورية منتظمة وعلى فترات متساوية، يطلق على المبلغ الذي يدفع فوريا بمبلغ الدفعة، وغالبا ما تدفع الدفعة سنويا تسمى دفعة سنوية، وقد تتدفع كل نصف سنة تسمى دفعة نصف سنوية، أو شهريا تسمة دفعة شهري، ويطلق على المدة التي تفصل بين دفعتين متتاليتين بفترة دفعة. تنقسم إلى نوعين إثنين:

١-دفعات نهاية المدة(السداد):

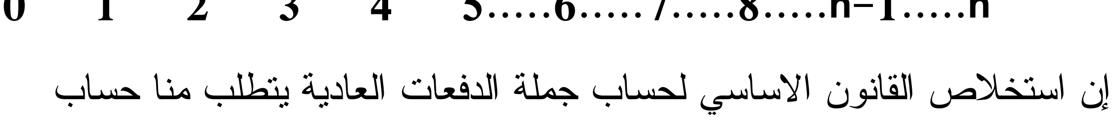
هي تلك الدفعات التي تدفع في نهاية كل فترة زمنية أي نهاية السنة أو السداسي أو نهاية الثلاثي.وهي موجهة خصيصا لتسديد الديون لذلك تسمي أيضا بدفعات السداد أو الدفعات العادية.

٢-دفعات بداية المدة(التوظيف):

هي تلك الدفعات التي تدفع في بداية كل فترة زمنية أي بداية السنة أو السداسي أو بداية الثلاثي.وهي موجهة للتوظيف أو الاستثمار أو لتكوين رؤوس أموال وتسمي كذلك بدفعات التوظيف أو دفعات الاستثمار كما تدعى بالدفعات غير العادية.

-أولا دفعات نهاية المدة(السداد):

١-جملة دفعات نهاية المدة: يرمز لها بالحرف A وبالحرف a لقيمة الدفعة و بالحرف n لعدد الفترات الزمنية(عدد الدفعات) وبالحرف t لمعدل الفائدة.



إن استخلاص القانون الاساسي لحساب جملة الدفعات العادية يتطلب منا حساب بداية جملة كل دفعة .

جملة الدفعة الأولى : $a(1+t)^{n-1}$

جملة الدفعة الثانية : $a(1+t)^{n-2}$

جملة الدفعة الثالثة : $a(1+t)^{n-3}$

....

....

جملة الدفعة $n-1$ $a(1+t)^{n-(n-1)}=a(1+t)$

جملة الدفعة n $a(1+t)^{0} = a$

$$\mathbf{A}= a(1+t)^{n-1}+ a(1+t)^{n-2}+ \ldots + (1+t)^{n-3}+ a(1+t) + a$$

بالجمع التبديلي تصبح العلاقة

$$\mathbf{A}= a+ a(1+t) + \ldots + a(1+t)^{n-3}+ a(1+t)^{n-2}+ a(1+t)^{n-1}$$

ملاحظة عناصر الجملة التالية نلاحظ أنها تعبر عن متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول a، أساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n وبتطبيق قانون مجموع حدود متتالية هندسية نحصل على قانون جملة دفعات متساوية نهاية المدة:

$$\mathbf{S}=a\left[(r^{n}-1)\right] / r-1$$

$$\mathbf{A}= a\left[(1+t)^{n}-1)\right] / (1+t)-1 = a\left[(1+t)^{n}-1\right] / t$$

$$\mathbf{A}= \mathbf{a}\left[(\mathbf{1}+\mathbf{t})^{\mathbf{n}}-\mathbf{1}\right] / \mathbf{t}$$

قيمة الجملة نحصل عليها باستعمال الجداول المالية رقم ٣ أو بالآلة الحاسبة.

مثال١

أحسب جملة ١٠ دفعات سداد كل دفعة ١٠٠٠٠دج مع العلم أن معدل الفائدة المركبة ٦%.

الحل

$$A= a\left[(1+t)^n-1\right] / t$$

$$A= 10000\left[(1.06)^{10}-1\right] / 0.06=131807.9494DA$$

مثال٢

جملة تقدر بـــ ١٦٨٦٩٩٤.١٢دج نتجت عن ١٢ دفعة ثابتة ، الدفعة الأولى تسدد نهاية السنة الأولى بمعدل ٦%. ما هي قيمة الدفعة الثابتة؟

الحل

$$A= a\left[(1+t)^n-1\right] / t$$

$$a= A \times t / (1+t)^n-1) =1686994.12 \times 0.06 / (1.06)^{12}-1=100000DA$$

مثال٣

ما هو عدد الدفعات الواجب تسديدها للحصول على جملة تقدر بـــ ١٥٠٠٠٠دج؟ إذا علمت أن قيمة الدفعة الثابتة ١٠٠٠٠دج وأن معدل الفائدة المركبة ٧%.

الحل

$$A= a\left[(1+t)^n-1\right] / t$$

$$\left[A\times t / a\right] +1= (1+t)^n$$

$$\left[15000 \times 0.07 / 10000\right] +1= (1.07)^n$$

$$2.05= (1.07)^n$$

$$n\text{Log}(1.07) = \text{Log } 2.05$$

$$n = \text{Log } 2.05 / \text{Log}(1.07) = 0.311753861/0.029383777$$

$$n=\mathbf{10.60972705}$$

نلاحظ أن المدة محصورة بين ١٠ و ١١ دفعة في مثل هذه الحالة نكون أمام ثلاثة حلول:

الحل الأول : نأخذ ١٠ دفعات بقيمة الواحدة أكبر من ١٠٠٠٠دج (المطبقة في المسألة) للحصول على الجملة ١٥٠٠٠٠دج وقيمتها:

$a= Ax\ t / ((1+t)^n-1) = 15000 \times 0.07 / (1.07)^{10}-1=\mathbf{10856.62541DA}$

الحل الثاني:

نأخذ ١١ دفعة بقيمة الواحدة أقل من ١٠٠٠٠دج (المطبقة في المسألة) للحصول على الجملة ١٥٠٠٠٠دج وقيمتها:

$a= Ax\ t / ((1+t)^n-1) = 15000 \times 0.07 / (1.07)^{11}-1=\mathbf{9503.535725DA}$

الحل الثالث:

نأخذ ١٠ دفعات بقيمة الواحدة تساوي ١٠٠٠٠دج أي (المطبقة في المسألة) وفي نهاية الدفعة الأخيرة نضيف دفعة تكميلية التي تساوي الجملة المعطاة في المسألة مخصوما منها قيمة الجملة المحسوبة عن ١٠ دفعات المطبقة في المسألة.

$A= 10000[(1.07)^{10}-1] / 0.07=\mathbf{138164.4796DA}$

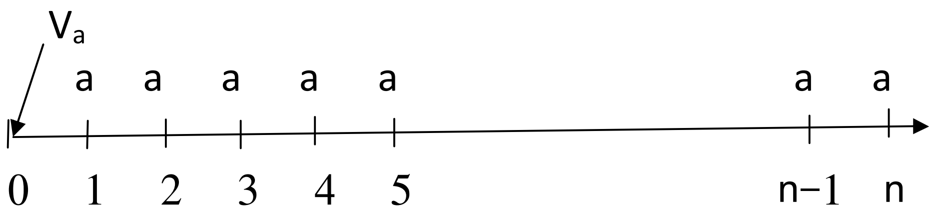
قيمة الدفعة التكميلية

$a=150000-138164.4796=11835.52039DA$

للتحقيق

$A= 138164.4796 + 11835.52039 =\mathbf{150000DA}$

٢- القيمة الحالية لجملة دفعات نهاية المدة: يقصد بالقيمة الحالية لدفعات المتساوية قيمتها في بداية المدة على أساس معدل فائدة مركبة معين، وللحصول عليها يتطلب تحديد القيمة الحلية لكل دفعة على حدة في بداية المدة، ثم جمعها فتنتح القيمة الحالية للدفعات .ويرمز لها بالحرف V_a



القيمة الحالية للدفعة الأولى $a(1+t)^{-1}$

القيمة الحالية الدفعة الثانية $a(1+t)^{-2}$

القيمة الحالية الدفعة لثالثة $a(1+t)^{-3}$

....

....

القيمة الحالية الدفعة n−1 $a(1+t)^{-(n-1)}$

القيمة الحالية الدفعة n $a(1+t)^{-n}$

ملاحظة: القيمة الحالية للدفعة الأولى تدفع في اليوم الآخير من السنة الأولى،والدفعة الآخيرة تدفع في اليوم الآخير في السنة االآخيرة.

ومنه تصبح علاقة القيمة الحالية:

$$\mathbf{V}_a = a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-3} + \dots + a(1+t)^{-n+1} + (1+t)^{-n}$$

بالجمع التبديلي تصبح العلاقة

$$\mathbf{V}_a = a(1+t)^{-n} + a(1+t)^{-n+1} + \dots + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-1}$$

نلاحظ أن هذه القيم ابتداء من آخرها تشكل متوالية هندسة حدها الأول $a(1+t)^{-n}$ أساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n وبتطبيق قانون مجموع حدود متوالية هندسية نحصل على قانون القيمة الحالية لدفعات متساوية نهاية المدة

$$\mathbf{S}=a\left[(r^n-1)\right] / r-1$$

ملاحظة: a = الحد الأول للمتوالية ،r اساسها، n عدد حدودها.

$$\mathbf{V_a}= a\ (1+t)^{-n}\left[(r^n-1)\right] / r-1$$

$$\mathbf{V_a} = a\ (1+t)^{-n}\left[((1+t)^n-1)\right] / (1+t)-1$$

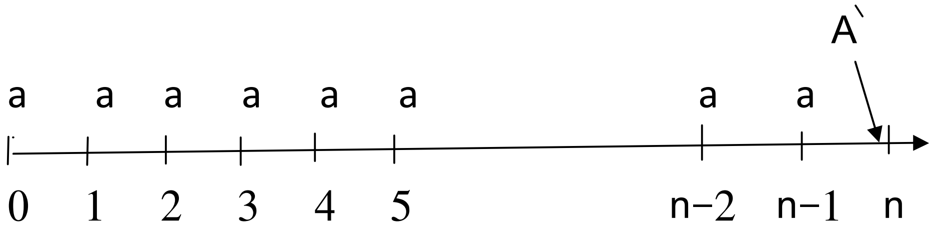
$$\mathbf{V_a} = a\left[(1+t)^{-n}\ (1+t)^n - (1+t)^{-n}\right] / (1+t)-1$$

$$\mathbf{Va= a\left[1- (1+t)^{-n}\right] / t}$$

قيمة القيمة الحالية نحصل عليها باستعمال الجداول المالية رقم ٤ أو بالآلة الحاسبة.

ثانيا: دفعات بداية المدة(التوظيف):

١–**جملة دفعات بداية المدة: يرمز لها بالحرف** $A^{\grave{}}$ وبالحرف a لقيمة الدفعة و بالحرف n لعدد الفترات الزمنية(عدد الدفعات) وبالحرف t لمعدل الفائدة.



إن استخلاص القانون الاساسي لحساب جملة الدفعات غيرالعادية يتطلب منا حساب بداية جملة كل دفعة .

جملة الدفعة الأولى : $a(1+t)^{n}$

جملة الدفعة الثانية : $a(1+t)^{n-1}$

جملة الدفعة الثالثة : $a(1+t)^{n-2}$

....

....

جملة الدفعةn–1 $a(1+t)^{2}$

جملة الدفعةn $a(1+t)$

$$\mathbf{A^{\grave{}}}= a(1+t)^{n} + a(1+t)^{n-1}+ a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{2}+ a(1+t)$$

بالجمع التبديلي تصبح العلاقة

$$\mathbf{A^{\grave{}}}= a(1+t) + + a(1+t)^{2}+ a(1+t)^{3}+\ldots+ a(1+t)^{n-1} + a(1+t)^{n}$$

ملاحظة: نلاحظ أن عناصر الجملة تعبر عن متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول $a(1+t)$، أساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n وبتطبيق قانون مجموع حدود متوالية هندسية نحصل على قانون جملة دفعات متساوية نهاية المدة:

$$\mathbf{S}=a\left[(r^{n}-1)\right] / r-1$$

حيث:a الحد الأول للمتوالية الهندسية، r أساس المتوالية، n عدد حدود المتوالية.

$$\grave{A} = a(1+t)\left[(1+t)^n - 1\right] / (1+t) - 1$$

$$\grave{A} = a(1+t)\left[(1+t)^n - 1\right] / t$$

العلاقة السابقة هي نفسها:

$$\grave{A} = a\left[(1+t)^n(1+t) - (1+t)\right] / t = a\left[(1+t)^{n+1} - (1+t)\right] / t$$

$$\grave{A} = a\left[(1+t)^{n+1} - 1\right] / t - t / t$$

$$\grave{A} = a\left[(1+t)^{n+1} - 1\right] / t - 1$$

نلاحظ من العلاقة السابقة أن جملة دفعات لأول مدة تزيد عن جملة دفعات آخر مدة بدورة واحدة أي : $\grave{A} = A \times (1 + t)$

وبهذه العلاقة نستفيد عند حساب جملة دفعات بداية المدة من استعمال الجداول المالية ٣ مع ضرب القيمة الجدولية في (1 + t).

مثال ٤

وظف في بداية كل سنة، ولمدة ٨ سنوات مبلغ قدره ١٧٠٠٠٠دج ، بمعدل فائدة ٨.٥% .

المطلوب: تحديد المبلغ المتحصل عليه في آخر مدة التوظيف.

الحل:

$$\grave{A} = a \times (1+t)\left[(1+t)^n - 1\right] / t$$

$$\grave{A} = 170000 \times 1.085\left[(1.085)^8 - 1\right] / 0.085 = 1997711.414DA$$

أو

$$\grave{A} = a\left[(1+t)^{n+1} - (1+t)\right] / t$$

$$\grave{A} = 70000\left[(1.085)^9 - 1.085\right] / 0.085 = 1997711.414DA$$

مثال٥

إذا كانت لدينا ٨ دفعات بداية المدة، جملتها قدرت بـــ ١٠٠٠٠٠دج، المعدل المطبق ٤%.

المطلوب: أحسب قيمة الدفعة الواحدة.

الحل:

$$\grave{A} = a\left[(1+t)^{n+1} - (1+t)\right] / t$$

$$a = \grave{A} \times t / \left[(1+t)^{n+1} - (1+t)\right] = 100000 \times 0.04 / \left[1.04^{9} - 1.04\right] = 10435.37$$

مثال6

كم دفعة بداية المدة؟ قيمة كل منها ١٠٠٠٠دج يجب دفعها للحصول على جملة قدرها ١٠٠٠٠٠دج ، بعد نهاية مدة التوظيف.بمعدل فائدة مركبة ٦%

الحل

$$\grave{A} = a\left[(1+t)^{n+1} - (1+t)\right] / t$$

$$\grave{A} \times t / a + (1+t) = (1+t)^{n+1}$$

$$100000 / 10000 \times 0.06 + (1.06) = (1.06)^{n+1} \Longleftrightarrow 1.66 = (1.06)^{n+1}$$

$$\text{Log}(1.66) = (n+1)\,\text{Log}(1.06)$$

$$0.220108088 = 0.025305865(n+1)$$

$$(n+1) = 0.220108088/0.025305865$$

$$(n+1) = 0.220108088/0.025305865 = 8.697908094$$

$$n = 8.697908094 - 1 = \mathbf{7.697908094}$$

نلاحظ أن المدة محصورة بين ٧ و ٨ الحل في هذه الحالة يكون :

-إما بدفع 7 دفعات أي n=7 قيمة الواحدة أكبر من ١٠٠٠٠ دج

$a = \grave{A} \times t \ / \ (1+t)^{n+1} - (1+t) = 100000 \times 0.06 \ / \ 1.06^{8} - 1.06$

$= 11239.15266$

- إما بدفع 8 دفعات أي n=8 قيمة الواحدة أقل من ١٠٠٠٠ دج

$\mathbf{a = A \times t \ / \ (1+t)^{n+1} - (1+t) = 100000 \times 0.06 \ / \ 1.06^{9} - 1.06}$

=9531.7DA -إما بدفع 7 دفعات أي n=7 قيمة الواحدة تساوي١٠٠٠٠ دج

وعند الدفع الدفعة الأخيرة نضيف الدفعة المكملة.

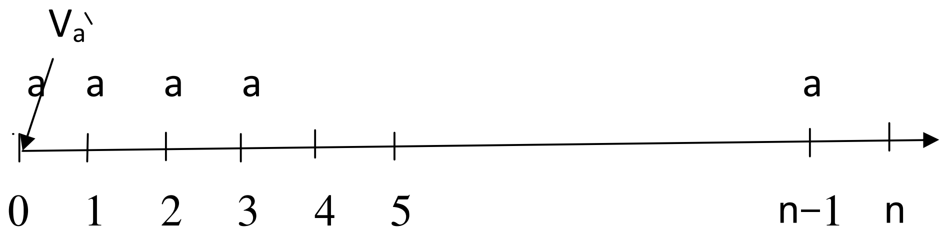
$\mathbf{\grave{A} = a \left[(1+t)^{n+1} - (1+t) \right] / t}$

$\mathbf{\grave{A} = 10000 \left[(1.06)^{8} - (1.06) \right] / 0.06 = 88974.67909}$

الدفعة المكملة:

$A_{comp} = 100000 - 88974.67909 = \mathbf{11025.32091}$

٢–القيمة الحالية لدفعات بداية المدة: V_a\



القيمة الحالية للدفعة الأولى $a(1+t)^0 = a$

القيمة الحالية الدفعة الثانية $a(1+t)^{-1}$

القيمة الحالية الدفعة لثالثة $a(1+t)^{-2}$

…………………………………………………………………

…………………………………………………………………

القيمة الحالية الدفعة $n-1$ $a(1+t)^{-(n-2)}$

القيمة الحالية الدفعة n $a(1+t)^{-(n-1}$

ملاحظة: القيمة الحالية للدفعة الأولى تدفع في اليوم الأول في الدورة الأولى الأولى، والقيمة الحالية الآخيرة تدفع في بداية السنة االآخيرة.

ومنه تصبح علاقة القيمة الحالية:

$$\mathbf{V_{a}}\backslash = a + (1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + \ldots + a(1+t)^{-(n-1} + (1+t)^{-(n-1)}$$

بالجمع التبديلي تصبح العلاقة

$$\mathbf{V_{a}}\backslash = a(1+t)^{-n+1} + a(1+t)^{-n+2} + \ldots + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-1} + a$$

نلاحظ أن هذه القيم ابتداء من آخرها تشكل متوالية هندسة حدها الأول $a(1+t)^{-n+1}$ أساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n وبتطبيق قانون مجموع حدود متوالية هندسية نحصل على قانون القيمة الحالية لدفعات متساوية بداية المدة

$$\mathbf{S} = a\left[(r^n - 1)\right] / r - 1$$

حيث: a = الحد الأول للمتوالية الهندسية، r أساس، n عدد حدود المتوالية.

$$\mathbf{V_a}\grave{} = a\ (1+t)^{-n+1}\left[\,(r^n-1)\right] / \ r-1$$

$$\mathbf{V_a}\grave{} = a\ (1+t)^{-n+1}\left[\,(1+t)^n-1)\right] / \ (1+t)-1$$

$$\mathbf{V_a}\grave{} = a\left[(1+t)^{-n+1}\ (1+t)^n - (1+t)^{-n+1}\right] / \ (1+t)-1$$

$$\mathbf{Va}\grave{} = \mathbf{a}\left[(\mathbf{1+t})-(\mathbf{1+t})^{-\mathbf{n+1}}\right] / \mathbf{t}$$

$$\mathbf{Va}\grave{} = \mathbf{a}\left[\mathbf{1}-(\mathbf{1+t})^{-\mathbf{n+1}} / \mathbf{t} + \mathbf{t} / \mathbf{t}\right]$$

$$\mathbf{Va}\grave{} = \mathbf{a}\left[\mathbf{1}-(\mathbf{1+t})^{-\mathbf{n+1}} / \mathbf{t} + \mathbf{1}\right]$$

قيمة القيمة الحالية نحصل عليها باستعمال الجداول المالية رقم ٤ أو بالآلة الحاسبة.

ملاحظة: القيمة الحالية للدفعات الفورية أكبر من دفعات آخر مدة ومن العلاقة بينهما نستطيع حساب أحدهما بدلالة الآخر.

$$V_{\grave{a}} = V_a\,(1+t)$$

السلسلة الخامسة

تمرين ٠١

يودعع شخص في آخر كل سنة مبلغ ١٥٠٠ دج لمدة ٨ سنوات بمعدل فائدة ٦ %

المطلوب:١-أحسب قيمة الفوائد المحققة عند نهاية مدة التوظيف.

٢-أحسب الجملة المكتسبة ٣ سنوات بعد آخر دفعة.

تمرين ٠٢

مؤسسة تودع في نهاية كل سداسي ٢٩٠٠٠ دج في بنك لمدة ٦ سنوات

المطلوب: -أحسب الجملة المكتسبة لهذه المؤسسة في نهاية السنة ٦ إذا كان المعدل السداسي هو ٨.٥ % .

تمرين ٣

يريد شخص توفير مبلغ لشراء أثاث منزله، فقام بايداع مبلغ قدره ١٢٠٠ دج في بداية كل سداسي لمدة معينة بمعدل ٥ % للسداسي، فحقق بعد هذه المدة جملة قدرها ٦٩٦٢.3 دج .

المطلوب: أحسب عدد الدفعات.

تمرين ٤

تقدر جملة ٩ دفعات متساوية لأخر السنة بـــ٩٩٩٠ دج، بمعدل فائدة ٨ % سنويا.

المطلوب: -أحسب قيمة الدفعة.

-أحسب معدل الفائدة الجديد إذا و ظفت هذه الدفعات بنفس المدة فانتجت جملة قدرها ١٠٨٦٣.٥٨ دج.

تمرين 5

خمس دفعات فورية سنوية قيمة كل منها ٢٠٠٠ دج، أحسب قيمتها الحالية إذا كان معدل الفائدة ٥ % ، وذلك في حال الدفعات العادية والفورية.

تمرين6

عشر دفعات سنوية قيمتها الحالية ١٥٠٠٠ دج ،أحسب قيمة كل دفعة إذا كان معدل الفائدة ٤ %، وذلك حسب الفعات العادية والفورية.

تمرين٧

دفعات متساوية لأخر المدة قيمتها ٢٥٠٠٠ دج ، بلغت جملتها المحصلة ٤٠٠٠٠٠ دج، وهذا بمعدل ١١ %.

المطلوب: حساب عدد الدفعات.

المحور الرابع: استهلاك القروض،جدول استهلاك القروض، مختلف القواعد لتحديد العناصر المكونة للقرض

IV -١ مفهوم استهلاك القروض

-من وجهة نظر الرياضيات المالية:

عبارة عن الجزء المقتطع من القرض، خلال فترات زمنية محددة، حتى يتساوى مجموع الاستهلاكات بقيمة القرض في نهاية الفترة الزمنية المحددة لسداده(لإطفاء القرض)، دون المساس بالفوائد المستحقة.

-من وجهة نظر النظرية العامة لاستهلاك القروض: لضمان لكل من الدائن والمدين حقه يجب الالتزام بالمبدأ الأساسي في الرياضيات المالية، المتمثل في تساوي مجموع القيمة الحالية لأي عدد من الديون قبل تسويتها، بمجموع القيم الحالية لهده الديون بعد تسويتها بتاريخ التسوية، أي الأسلوب المالي للاستهلاك يعتمد في طريقته على الرياضيات المالية التي نوجزها فيما يلي:

القيمة الحالية للقرض = القيمة الحالية لأقساط المخصصة للاستهلاك (الإطفاء) في نفس التاريخ.

IV -٢ جدول استهلاك القروض:

هناك عدة طرق لاستهلاكها (لإطفائها) ونعتمد في برنامجنا على طريقة القسط الثابت(الدفعات المتساوية)، لتأسيس جدول الاستهلاك حسب هذه الطريقة يجب أن تتوفر العناصر التالية:

V_0=قيمة القرض عند العقد(فترة صفر) capital emprunté époque zéro

V_n= قيمة القرض نهاية الفترة restant du après paiement de chaque annuité

D= الاستهلاكات

a=الدفعات المتساوية(الاقسط الثابت) annuités constantes

i=معدل الفائدة المركبة

n=عدد الدفعات

-لدينا: $$1-\ V_0= a\left[1-(1+i)^{-n}\right]/ i$$

-علما أن الدفعة تحتوي على الفائدة والجزء المقتطع من الاستهلاك أي:

$$a= D+I$$

-علما أن القرض في نهاية السنة الأولى :

$$V_1= V_0- D_1$$

واعتمادا على العلاقات السابقة يمكن تصوير المركز المالي لقرض ما على شكل جدول

القرض المتبقي نهاية الفترة (V_n)	الاستهلاكات (D)	القسط الثابت (a)	الفائدة (i)	القرض بداية المدة (V_0)	الفترات
$V_1= V_0 - D_1$	$D_1= a - I_1$	$D_1+ I_1$	$V_0 x\ i$	V_0	١
$V_2= V_1 - D_2$	$D_2= a - I_2$	$D_2+ I_2$	$V_1 x\ i$	V_1	٢
$V_3= V_2 - D_3$	$D_3= a - I_3$	$D_3+ I_3$	$V_2 x\ i$	V_2	٣
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
$V_n= V_{n-1} - D_n=$ zero	$D_n=a - I_n$	$D_n+ I_n$	$V_{n-1}\ x\ i$	V_{n-1}	n

مثال٠١

اقترض شخص ٥٠٠٠٠ دج من القرض الشعبي الوطني على أن يسدد القرض بـــ ٥ دفعات متساوية(ثابتة)، تستحق الأولى بعد سنة من توقيع العقد و الأخيرة بعد ٥ سنوات من توقيع العقد مع تقاضي القرض الشعبي الوطني فائدة بمعدل ٦% سنويا.

المطلوب: تصوير المركز المالي للشخص في شكل جدول

الحل:

-البحث عن الدفعة الثابتة من :

$$V_0 = a\left[1-(1+i)^{-n}\right] / i$$

$$\mathbf{a = V_0 \times i / \left[1-(1+i)^{-n}\right]}$$

$$a = 50000 \times 0.06 / \left[1-(1.06)^{-5}\right] = \mathbf{11869.82DA}$$

الجدول

الفترات	القرض بداية المدة (V_0)	الفائدة (I)	القسط الثابت (a)	الاستهلاكات(D)	القرض المتبقي نهاية الفترة(V_n)
١	٥٠٠٠٠	٣٠٠٠	١١٨٦٩.٨٢	٨٨٦٩.٨٢	٤١١٣٠.١٨
٢	٤١١٣٠.١٨	٢٤٦٧.٨١	١١٨٦٩.٨٢	٩٤٠٢.٠١	٣١٧٢٨.١٧
٣	٣١٧٢٨.١٧	١٩٠٣.٦٩١	١١٨٦٩.٨٢	9966.13	٢١٧٦٢.٠٤
٤	٢١٧٦٢.٠٤	1٣٠٥.٧٢	١١٨٦٩.٨٢	١٠٥٦٤.١٠	١١١٩٧.٩٤
٥	١١١٩٧.٩٤	٦٧١.٨٨	١١٨٦٩.٨٢	١١١٩٧.٩٤	٠
المجموع		**٩٣٤٩.١**	**٥٩٣٤٩.١**	**٥٠٠٠٠**	

-ملاحظات حول الجدول

-مجموع الاستهلاكات = أصل القرض = ٥٠٠٠٠ دج

-مجموع الدفعات الثابتة= مجموع الستهلاكات + مجموع الفوائد = ٥٠٠٠٠ + ٩٣٤٩.١ = ٥٩٣٤٩.١

-الاستهلاك الأخير = القرض في بداية الفترة الأخيرة = الاستهلاك الأخير = ١١١٩٧.٩٤

القرض نهاية الفترة الأخير = صفر

-العلاقات بين عناصر الجدول

١-من الجدول نلاحظ في السطر الأخير أن: القرض نهاية المدة $V_n = 0$ وبما أن :

$$V_n = V_{n-1} - D_n \Longleftrightarrow V_{n-1} - D_n = 0 \Longrightarrow \mathbf{V_{n-1} = D_n}$$

٢-العلاقة بين الاستهلاكات:

-نأخذ الفرق بين دفعتين متتاليتين a_3 ، a_2 من الجدول توصلنا إلى ما يلي:

$a_2 = D_2 + I_2$ ، $a_3 = D_3 + I_3$ ، $a_3 = a_2$

$I_3 = V_2 x\ i$ ، $I_2 = V_1 x\ i$

ومنه : $a_3 - a_2 = (D_3 + I_3) - (D_2 + I_2)$

$$a_3 - a_2 = \left[D_3 + (V_2 x\ i)\right] - \left[D_2 + V_1 x\ i\right]$$

ولدينا: $V_2 = V_1 - D_2$

$$a_3 - a_2 = \left[D_3 + (V_1 - D_2) x\ i\right] - \left[D_2 + V_1 x\ i\right]$$

$$a_3 - a_2 = D_3 + V_1 i - D_2 i - D_2 - V_1 i$$

$$D_3 + \cancel{V_1} i - D_2 i - D_2 - \cancel{V_1} i = 0 \Longrightarrow D_3 = D_2 + D_2 i = D_2(1+i)$$

إذن : $\mathbf{D_3 = D_2(1+i)}$

أي : $\mathbf{3-\ D_{b+1} = D_b(1+i) \Longleftrightarrow D_K = D_P(1+i)^{K-P}}$

حيث K أكبر من P ما علاقة D_5 بـــ D_3 وعلاقة D_5 بـــ D_2

$D_5 = D_3(1+i)^{5-3} = D_3(1+i)^2$

$D_5 = D_2(1+i)^{5-2} = D_3(1+i)^3$

ومن المثال السابق نجد :

$\mathbf{D_K = D_P(1+i)^{K-P}}$

$\mathbf{D_3 = D_2(1+i)^{3-2} \Longrightarrow D_3 = D_2(1+i) = 9402.01(1.06) = 9966.13}$

$\mathbf{D_3 = D_2(1+i)^{3-1} \Longrightarrow D_3 = D_1(1+i)^2 = 8869.82(1.06)^2 = 9966.13}$

٣-العلاقة بين أصل القرض والاستهلاكات:

من الجدول : $V_0 = D_1 + D_2 + D_3 + \ldots\ldots + D_n$

وبتطبيق العلاقة بين الاستهلاكات نستطيع استبدال علاقة V_0 بدلالة D_1 تصبح العلاقة:

$V_0 = D_1 + D_1(1+i) + D_1(1+i)^2 + \ldots\ldots + D_1(1+i)^{n-1}$

الطرف الثاني من المساواة يشكل متوالية هندسية حدها الأول D_1 وأساسها $(1+i)$ عدد حدودها n وبتطبيق مجموع حدود المتوالية الهندسية نحصل على:

٤- $V_0 = D_1\left[(r)^n - 1\right] / r - 1 \Longleftrightarrow \mathbf{V_0 = D_1\left[(1+i)^n - 1\right] / i}$

$\mathbf{V_0 = D_1\left[(1+i)^n - 1\right] / i} \Longrightarrow \mathbf{V_0} = 8869.82\left[(1.06)^5 - 1\right] / 0.06 = 50000$

٤-العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأخير:

من الجدول : $a_n = I_n + D_n$

ومن السطر الأخير لدينا: $I_n = V_{n-1} \times i$

$a_n = I_n + D_n \Longleftrightarrow a_n = V_{n-1} \times i + D_n$

$V_{n-1} = D_n$ إذن $V_n = 0$ ولدينا $V_n = V_{n-1} - D_n$

ومنه: $a_n = V_{n-1} \times i + D_n = D_n \times i + D_n \Longrightarrow$

٥- $\mathbf{a_n = D_n(1+i)}$

$\mathbf{a_n = D_n(1+i) = 11197.94(1.06) = 11869.82}$

وبدلالة D_1 تصبح العلاقة السابقة :

$a_n = D_1(1+i)^{n-1} \times (1+i)$

٦– $a_n = D_1(1+i)^n$

$a_n = D_1(1+i)^n = 8869.82(1.06)^5 = 11869.$

٤–العلاقة بين الفائدة والاستهلاك الأخير: نقارن الفرق بين فائدتين متتاليتين:

$I_1 - I_2 = (a - D_1) - (a - D_2) = D_2 - D_1 = D_1(1+i) - D_1 = D_1\left[(1+i) - 1\right] = D_1 x i$

٧– $I_1 - I_2 = D_1 x\, i \Longleftrightarrow I_1 - I_2 = 8869.82 \times 0.06 = 532.19$

وبنفس الطريقة :

$I_2 - I_3 = D_1(1+i) x i \Longleftrightarrow I_2 - I_3 = 8869.82\,(1.06) \times 0.06 = 564.12$

$I_3 - I_4 = D_1(1+i)^2 x\, i \Longleftrightarrow I_3 - I_4 = 8869.82\,(1.06)^2 \times 0.06 = 597.97$

5–العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول: لدينا

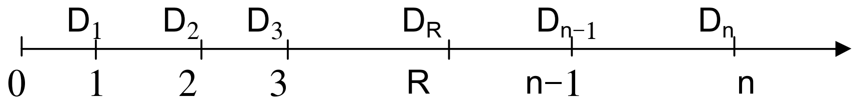
$I_1 = V_0 x\, i \qquad I_1 = a - D_1$

ومنه: $a - D_1 = V_0 x\, i \Longrightarrow V_0 = a - D_1 / i \quad V_0 =$ ١١٨٦٩.٨٢$- 8869.82 / 0.06$

– $V_0 = a - D_1 / i \Longrightarrow V_0 = 11869.82 - 8869.82/0.06 = 50000$

٨

IV –3 العلاقة المحددة لمبلغ المسدد V_R بعد أي دفعة:



$V_R = D1 + D_2 + D_3 + \ldots\ldots + D_R$

وبدلالة الاستهلاك الأول D1 تصبح المساواة

$V_R = D1 + D_1(1+i) + D_1(1+i)^2 + \ldots\ldots + D_1(1+i)^{R-1}$

الطرف الثاني من المساواة يشكل متوالية هندسية حدها الأول D1 وأساسها (1+i)

عدد حدودها n ومن خلال مجموع المتوالية الهندسية :

٩– $V_R = D1\left[(1+i)^R - 1\right] / i$

بدلالة الدفعة : $a= D1(1+i)^n \Longrightarrow D1= a/ (1+i)^n = a\ (1+I)^{-n}$

وتعويض قيمة D1 في المساواة السابقة ينتج:

$$١٠- V_R = a\ (1+I)^{-n}\left[(1+i)^R - 1\right] / i$$

ومن معطيات المثال السابق، حدد المبلغ المسدد بعد الدفعة الثالثة

$$V_R = D1\left[(1+i)^R - 1\right] / i = 8869.28\left[1.06^3 - 1\right] / 0.06 = 28237.96$$

$$V_R = a\ (1+I)^{-n}\left[(1+i)^R - 1\right] / i = 11869.28 \times 1.06^{-5}\left[1.06^3 - 1\right] / 0.06 = 28237.68$$

بدلالة أصل القرض V_0 لدينا:

$$V_0 = D_1\left[(1+i)^n - 1\right] / i \Longrightarrow D_1 = V_0\ i / \left[(1+i)^n - 1\right]$$

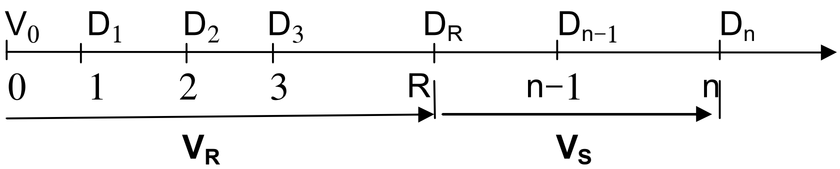
$$V_R = D1\left[(1+i)^R - 1\right] / i = V_0\ i / \left[(1+i)^n - 1\right]\left[(1+i)^R - 1\right] / i$$

ومنه: $11- V_R = V_0\left[(1+i)^R - 1\right] / \left[(1+i)^n - 1\right]$

ومن المثال السابق:

$$V_R = V_0\left[(1+i)^R - 1 / (1+i)^n - 1\right] = 50000\left[1.06^3 - 1 / 1.06^5 - 1\right] = 28237.96$$

IV –4 العلاقة المحددة للمبلغ المتبقي V_S بعد V_R:



نعلم أن المبلغ المتبقي بعد V_R هو أصل القرض مخصوما منه المسدد أي:

$$V_S = V_0 - V_R$$

-بدلالة D_1

$$V_S = D_1\left[(1+i)^n - 1\right] / i - D1\left[(1+i)^R - 1\right] / i$$

$$١٢- V_S = D_1\left[(1+i)^n - (1+i)^R\right] / i$$

ومن المثال السابق: $V_S = 8869.28\left[(1.06)^5 - (1.06)^3\right] / 0.06 = ٢١٧٦٠.٧٢$

-وبدلالة الدفعة a:

$$V_S = V_0 - V_R = a\left[1-(1+i)^{-n} / i\right] - a\left[(1+I)^{-n}\ (1+i)^R - (1+I)^{-n}\right] / i$$

$V_S = a\left[1-(1+i)^{-n} - (1+i)^{-n+R} + (1+i)^{-n}\right] / i$

$13- \ V_S = a\left[1- (1+i)^{-n+R}\right] / i$

من المثال السابق:

$V_S = a\left[1- (1+i)^{-n+R}\right] / i = 11869.82\left[1- 1.06^{-2}\right] / 0.06 = 21762.04$

-بدلالة أصل القرض:

$V_S = V_0 - V_R = V_0 - V_0\left[(1+i)^R - 1 / (1+i)^n - 1\right]$

$\mathbf{14- \ V_S = V_0\left[(1+i)^n - (1+i)^R\right] / (1+i)^n - 1}$

من المثال السابق:

$V_S = 50000\left[(1.06)^5 - (1.06)^3\right] / (1.06)^5 - 1 = 21762.04$

تطبيق:

إليك جدول يحتوي معلومات عن استهلاك قرض بدفعات ثابتة و انطلاقا من المعلومات المتوفرة به، أوجد:- قيمة الدفعة الثابتة، -قيمة أصل القرض، -أنجز السطر الأول و الثالث، والسطر الأخير.

الجدول

الفترات	القرض بداية المدة (V_0)	الفائدة (I)	القسط الثابت (a)	الاستهلاكات(D)	القرض المتبقي نهاية الفترة(V_n)
١	....	....	....	٨٧٤٤٤	....
٢	....	....	....	....	....
٣	....	....	....	١٠٥٨٠٧.٢٤	....
٤	....	....	....	....	....
٥	....	....	....	....	....
٦	....	....	....	....	....
٧	....	....	....	....	....
٨	....		....	١٧٠٤٠٣.٦٤	٠

الحل:

-انجاز السطر الأول:

-تحديد المعدل i انطلاقا من حاصل قسمة استهلاكين متتالين ينتج:

$D_3 / D_1 = D_1(1+i)^2 / D_1 \Longrightarrow 105807.24 / 87444 = (1+i)^2$

$1.21 = (1+i)^2 \Leftrightarrow \sqrt{١.٢١} = (1+i) \Longrightarrow i = 1.1-1 = 0.1 = 10\%$

-تحديد a : $a = 170403.64\ (1.1) = 187444DA$

-تحديد V_0 :

-تحديد الفائدة I_1 : $\Longrightarrow I_1 = V_0 x\ i$

-تحديد I_3 : $I_3 = a - \ 187444 - 105807.24 = 81636.76$

$D_3 \quad I_3 =$

-تحديد V_2 : قيمة رصيد القرض بداية الفترة الثالثة

لدينا: $V_2 = 81636.76 / 0.1 = 816367.1 \qquad V_2 = I_3 / i \qquad = V_2 x\ i$

الجدول

القرض المتبقي نهاية الفترة(V_n)	الاستهلاكات(D)	القسط الثابت (a)	الفائدة (I)	القرض بداية المدة (V_0)	الفترات
912556	٨٧٤٤٤	187444	100000	1000000	١
....	....	....	....	....	٢
710560.36	١٠٥٨٠٧.٢٤	187444	.81636.76	816367.6	٣
....	....	....	....	....	٤
....	....	....	....	....	٥
....	....	....	....	....	٦
....	....	....	....	....	٧
٠	١٧٠٤٠٣.٦٤	187444	١٧٠٤٠.٣٦٤	١٧٠٤٠٣.٦٤	٨

السلسلة السادسة

تمرين ٠١

تحصلت الشركة (A) من بنكها على قرض، يسدد بـــــــ ٥ دفعات ثابتة، تدفع الأولى بعد سنة من العقد. إذا علمت أن أصل القرض قدر بـــ ١٠٠٠٠٠ دج ومعدل الفائدة المركبة المطبق من طرف البنك ١٠%

المطلوب: -تصوير المركز المالي لهذه الشركة على شكل جدول الاستهلاك.

تمري٠٢

من جدول استهلاك عادي، يسدد قرض بواسطة ٧ دفعات ثابتة، تحصلنا على المعلومات التالية:

-الفائدة الخامسة ٢٨٧٢٩.٨دج

الفائدة السادسة ١٩٧٠٥.٥دج

الفائدة السابعة ١٠١٣٩.٧دج

المطلوب: حساب على الترتيب :

-المعدل -الاستهلاك الأخيرة -الدفعة الثابتة - مبلغ القرض حيث مجموع الفائدتين الأول والأخيرة يساوي ٧٠١٣٩.٧دج - الاستهلاك الأول

تمرين٠٣

قرض مبلغه ٢٥٠٠٠٠دج سوف يسدد بواسطة ١٥ دفعة ثابتة، تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الاقتراض، مع احتساب فوائد مركبة بمعدل ٩ %

المطلوب: -الفائدة الأولى -الاستهلاك الأول -الدفعة الثابتة -الاستهلاك الأخير -المبلغ المسدد بعد الدفعة الثامنة بدلالة الاستهلاك الأول.

تمرين٠٤

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بدفعات ثابتة، تحصلنا على المعلومات التالية:

مجموع الاستهلاكين الرابع والثالث يقدر بـــ ٢٩٩٠.٥دج أما الفرق بينهما يقدر بـــ٧٢.٩٤

مبلغ الدفعة الثابتة قدر بـــ ١٧٧٣.١٦دج

المطلوب: حساب على الترتيب -معدل القرض - الاستهلاك الأول - الاستهلاك الأخير - أصل القرض

تمرين ٠٥

من جدول استهلاك لقرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة، تحصلنا على المعلومات التالية:

الفرق بين الفائدتين الأولى والثانية قدر بـــ ١٦٨٦.٢٤دج، الاستهلاك الثاني يساوي ٢٢٧٦٤.٢٤دج، رصيد القرض في نهاية السنة الأولى يساوي ٣٧٨٩٢٢دج

المطلوب:حساب على الترتيب

-معدل القرض -الاستهلاك الأول -أصل القرض -مبلغ الدفعة الثابتة - رصيد القرض في نهاية السنة الثانية.

تمرين ٠٦

انطلاقا من المعلومات المتوفرة في جدول استهلاك القرض أدناه ، لقرض يستهلك بواسطة دفعات ثابتة، أوجد:

-معدل القرض -الاستهلاك الأول -مبلغ الدفعة الثابتة -أصل القرض - الاستهلاك الأخير -أنجز السطر الأخير.

جدول الاستهلاك

الفترات	القرض بداية المدة (V_0)	الفائدة (I)	القسط الثابت (a)	الاستهلاكات(D)	القرض المتبقي نهاية الفترة(V_n)
١	....	....	....	....	182511
٢	....	.18251.1	....	....	....
٣	....	.....١٦٣٢٧.٣	....	....	....
٤	....	....	....	....	....
٥	....	....	....	....	....
٦	....	....	....	....	....
٧	....	....	....	....	....
٨	....	....	....	....	....

تمرين٠٧

قرض يسدد بواسطة (ن) دفعة ثابتة ، تدفع الأولى منها عند نهاية السنة الأولى من الحصول على القرض، إذا علمت أن:

-فائدة السنة الأولى ٣٠٠٠دج -القسط الثابت ١١٧٢٣.٠٥دج -الاستهلاك الأخير ١١٣٨١.٦دج

المطلوب: حساب على الترتيب

-معدل القرض -الاستهلاك الأول -أصل القرض -عدد الدفعات (ن)

-المبلغ المسدد من أصل القرض بعد الدفع الثامن

قائمة المراجع

- الاستاذ ناصر دادي عدون الرياضيات المالية دروس نظرية دار المحمدية العامة الجزائر ٢٠١٠

-منصور بن عوف عبدالكريم مدخل إلى الرياضيات المالية ديوان المطبوعات الجامعية ١٩٩٦

-عمر فيالة وعلي حامدي الرياضيات المالية دار الهدى للطباعة والنشر بدون سنة النشر.

-د. عبدالرزاق وآخران منشورات جامعة دمشق كلية الاقتصاد ٢٠٠٣ - ٢٠٠٤

-الأستاذ باديس بوغرة المدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها دار الهدى للطباعة والنشر والتوزيع ٢٠١٢

-شقيري نوري موسى الرياضيات المالسية دار المسيرة للطباعة والنشروالتوزيع البحرين ٢٠١١

-خليل محمد خليل عطية، دراسات الجدوى الاقتصادية، الطرق المؤدية إلى التعليم العالي، الطبعة الأولى، جامعة القاهرة، ٢٠٠٧.

-محمد إبراهيم عبد الرحيم، دراسات الجدوى الاقتصادية وتقييم أصول المشروعات، مؤسسة شباب الجامعة،الاسكندرية، مصر، ٢٠٠٨

-كاظم جاسم العيساوي، دراسات الجدوى الاقتصادية وتقييم المشروعات-تحليل نظري وتطبقي-دار المناهج للنشر والتوزيع، الطبعة الثانية، عمان، الاردن.

-Hamini Allal. Mathématique Financiéres Office Des Publications Universitaires.

-Payrard, la Bouse, Veuibert, Paris, 1998.

- Pierre Vernimen, Finance d'entreprise, ed Dalloz, Paris, 1998

- Patrice Fontaine et Hamet Joanne , Les Marchés Financiers

الفهرس