

**Série des exercices (1) : Asservissement et régulation**

**Exercice 1**

(a) Décomposer en éléments simples la fraction :  $\frac{2s + 1}{(s - 2)(s^2 + 1)}$ .

(b) Résoudre l'équation différentielle :

$$y''(x) - \frac{5}{2}y'(x) + y(x) = -\frac{5}{2}\sin x, \quad \text{avec } y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

**Exercice 2**

Résoudre le système :

$$\begin{cases} y'' + (z' - y') = -\frac{3}{4}y \\ z'' - (z' - y') = -\frac{3}{4}z, \end{cases}$$

avec les conditions initiales  $y(0) = z(0) = 0, y'(0) = 1$  et  $z'(0) = -1$ .

**Exercice 3**

Résoudre le système :

$$\begin{cases} y_1'(x) + 2y_2'(x) + 3y_3'(x) = 0 \\ y_1'(x) - y_2'(x) = 3x - 3 \\ y_2'(x) + 2y_3(x) = 1 - x^2, \end{cases}$$

avec conditions initiales :  $y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 0$ .

**Exercice 4**

Soit  $\omega \in \mathbb{R}$ , on pose  $f(x) = x \sin(\omega x)$ .

(a) Montrer que  $f''(x) = 2\omega \cos(\omega x) - \omega^2 f(x)$ .

(b) En déduire la transformée de Laplace de  $f$ .

(c) De quelle fonction  $\frac{s}{(s^2 + 3)^2}$  est-elle la transformée de Laplace ?

**Exercice 5**

En appliquant les transformées de Laplace, résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t) = \text{échelon unité}$$

Avec les conditions initiales  $y(0^+) = -1$  et  $y'(0^+) = 2$

**Série des exercices (2) : Asservissement et régulation**

**Exercice (01)**

1/ Déterminer les originaux de :

$$\text{a) } p \mapsto \frac{a}{p^2 - a^2}, \text{ b) } p \mapsto \frac{p^2}{(p + 3)^3}.$$

2/ Calculer la transformation de Laplace inverse des fonctions suivantes

$$F(p) = \frac{(p+1)e^{-5p}}{p^2(p+10)}$$

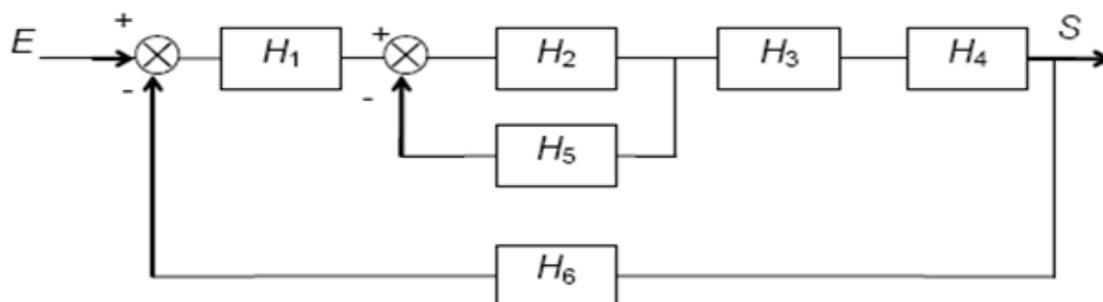
$$F(p) = \frac{p^2}{p^2 + 6p + 8}$$

$$F(p) = \frac{p^3 + p^2 + 2p + 1}{p^3 + 3p^2 + p + 3}$$

$$F(p) = \frac{1}{(p^2 + 4)(p^2 - 4)}$$

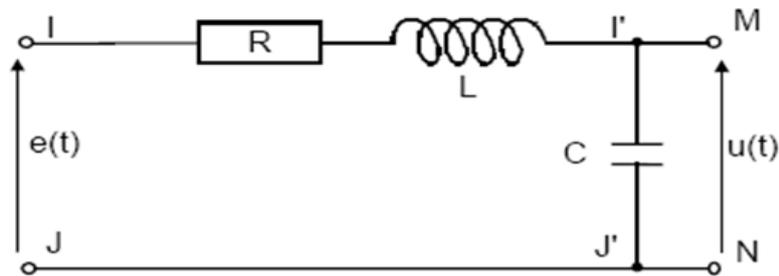
**Exercice (02)**

Calculer la transmittance pour le schéma bloc ci-après



### Exercice (04)

Soit un circuit RLC classique, on se propose de déterminer la fonction de transfert, et l'ordre de ce sous-système.



1. Mettre en équations le système. Les équations qui régissent ce système sont bien sûr les équations de l'électricité.

2. A l'aide de la transformée de Laplace et des différents théorèmes déterminer la fonction de transfert du circuit. Quel est l'ordre de ce système? Identifier la fonction de transfert avec la

$$H(p) = \frac{K}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

forme suivante :

Préciser les expressions des trois données  $K$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$

### Exercice (05)

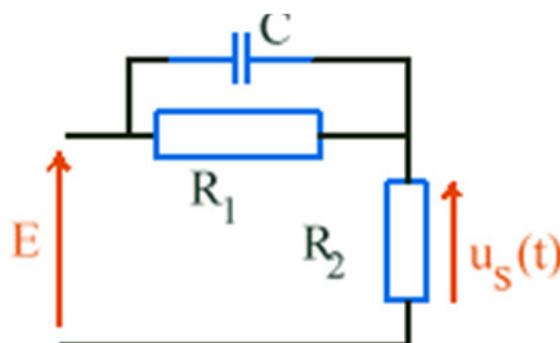
Quelle est la fonction de transfert du système dont les signaux d'entrée et de sortie sont liés par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 2y = u + \frac{du}{dt}$$

### Exercice (06)

#### Etude de circuits

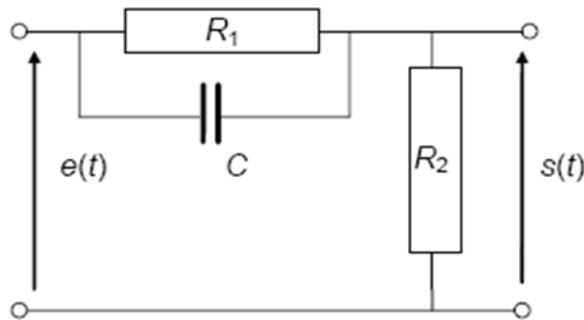
On donne le circuit ci-dessous alimenté à l'instant  $t=0$  par une source continue  $E$ , on cherche la tension  $u_s(t)$  aux bornes de  $R_2$ . On appellera  $Z$  l'impédance équivalente à l'ensemble  $C$  et  $R_1$  en parallèle



### Série des exercices (3) : Asservissement et régulation

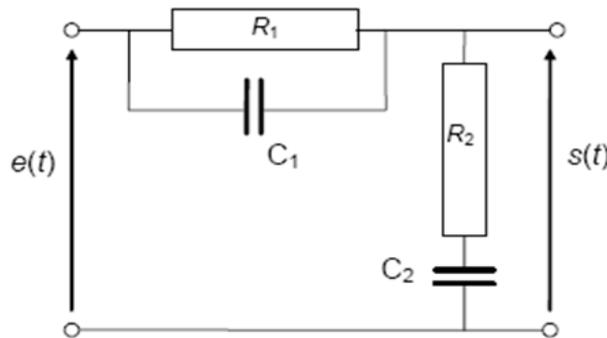
#### Exercice (01)

Calculer la fonction de transfert  $H(s) = \frac{S(s)}{E(s)}$  du circuit ci-dessous.



#### Exercice (02)

Calculer la fonction de transfert  $H(s) = \frac{S(s)}{E(s)}$  du circuit ci-dessous.



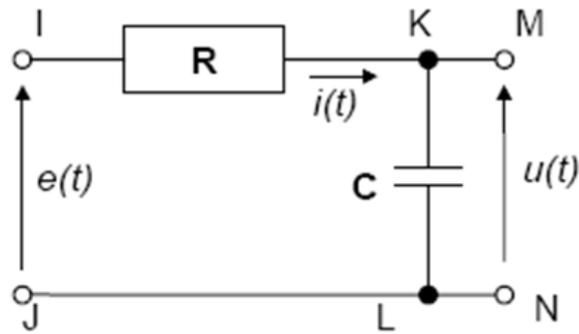
#### Exercice (03)

Etant donnée  $G=1/s$  dans un système boucle

- 1- Calculer la fonction de transfert en en BO et en BF de ce système en considérant un retour unitaire.
- 2- Calculer la fonction de transfert en BO et en BF de ce système en considérant le bloc  $H=1/s$ , dans la chaîne de retour

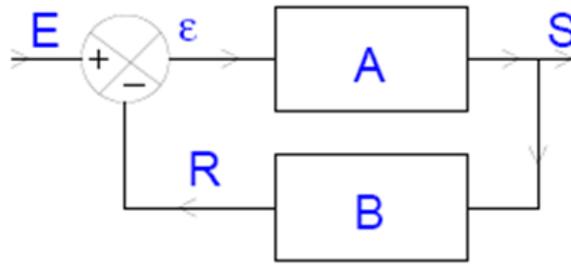
#### Exercice (04)

Donner la fonction du transfert du circuit RC suivant :



**Exercice (05)**

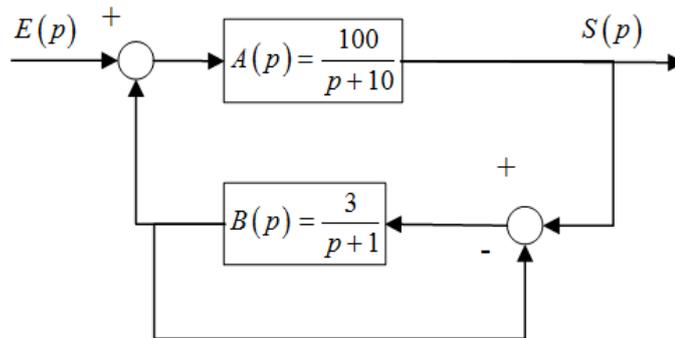
On considère le schéma fonctionnel d'un système bouclé :



- 1- Donner l'expression de la sortie S en fonction de l'entrée E
- 2- Donner l'expression de l'erreur  $\varepsilon$  en fonction de l'entrée S et puis en fonction de l'entrée E
- 3- Donner l'expression de R en fonction de l'erreur  $\varepsilon$  et puis de l'entrée E
- 4- Quelle est la condition pour que  $\varepsilon$  soit minimisée ( $\varepsilon \approx 0$ )?

**Exercice (06)**

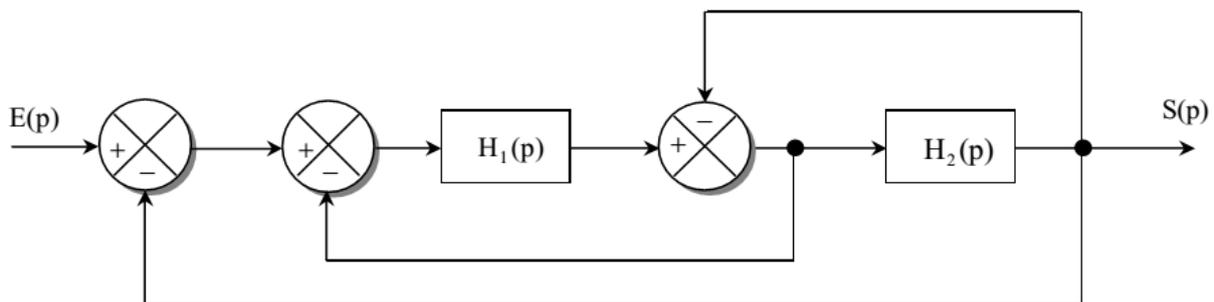
Déterminer la fonction de transfert du système présenté dans la figure suivante



**Série des exercices (4) : Asservissement et régulation**

**Exercice (01)**

Soit un système asservi représenté par le schéma ci-dessous.



1. Simplifier le schéma blocs ci-dessus,
2. En déduire la fonction de transfert  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ , en fonction de  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$ ,
3. Soit  $H_1(p) = \frac{1}{p+1}$  et  $H_2(p) = \frac{1}{p}$ , déterminer l'expression de  $H(p)$ .

Par la suite on prend  $H(p) = \frac{1}{p^2 + 3p + 2}$ .

Le système est successivement excité par un échelon  $e(t) = u(t)$  et une rampe  $e(t) = t \cdot u(t)$ .

4. Déterminer les expressions  $S_1(p)$  et  $S_2(p)$ , pour les deux entrées,
5. En déduire leurs valeurs initiales finales,
6. Déterminer les expressions de  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ , pour les deux entrées,

**Exercice (02)**

On considère un système linéaire ayant pour fonction de transfert dans le plan de Laplace :

$$H(p) = \frac{1}{(p+2)^2}.$$

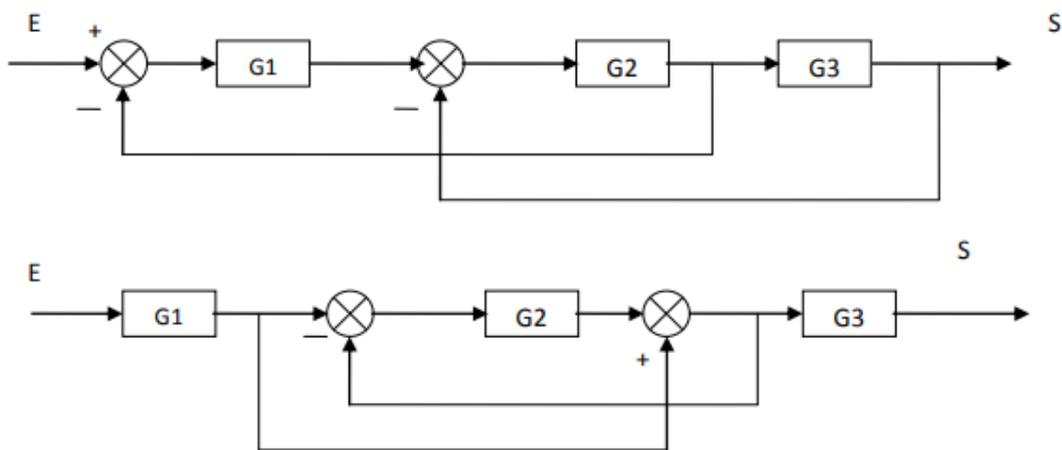
1. Déterminer l'équation différentielle régissant la dynamique de ce système.

- Déterminer  $s(t)$ , la réponse temporelle de ce système lorsqu'on lui applique un échelon unitaire à son entrée.
- A partir de la réponse indicielle déterminée dans la question précédente, déterminer la réponse indicielle du système qui a pour fonction de transfert :

$$H_1(p) = \frac{p+1}{(p+2)^2}$$

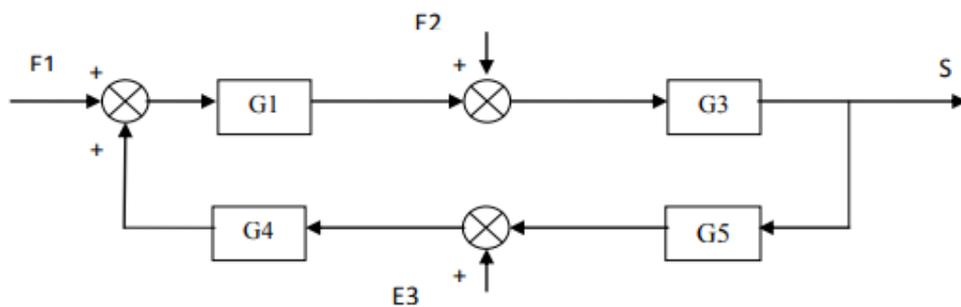
### Exercice (03)

Trouvez les fonctions de transfert équivalentes pour les systèmes asservis suivants :



### Exercice (04)

Trouvez le signal de sortie S pour le système asservi suivant :



### Série des exercices (5) : Asservissement et régulation

#### Exercice (01)

On considère le système:

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s + 10}$$

- 1/ En considérant  $w \rightarrow 0$ ,  $w \rightarrow \infty$ , trouver  $G(jw)H(jw)$
- 2/ Trouvez la marge de phase et puis dessiner le diagramme de Nyquist
- 3/ D'après ce diagramme que pouvez vous conclure sur la stabilité de ce système ?

#### Exercice (02)

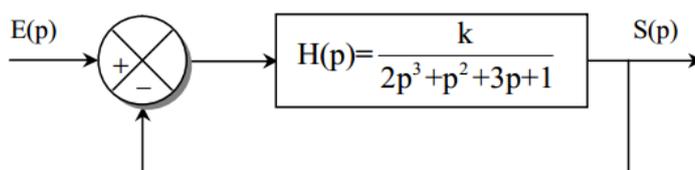
Soit un système dont la fonction de transfert est

$$H(p) = \frac{0,475}{1 + 0,014.p + 4,05.10^{-5}.p^2}$$

- 1) Exprimer le module et l'argument de la fonction  $H(j.\omega)$ .
- 2) Donner la valeur de  $\omega_n$  de cette fonction de transfert.
- 3) Tracer le diagramme de Bode en faisant figurer les asymptotes.
- 4) Tracer le diagramme de Black (sur l'abaque de Black-nichols) et conclure quand à la stabilité du système en boucle fermée.

#### Exercice (03)

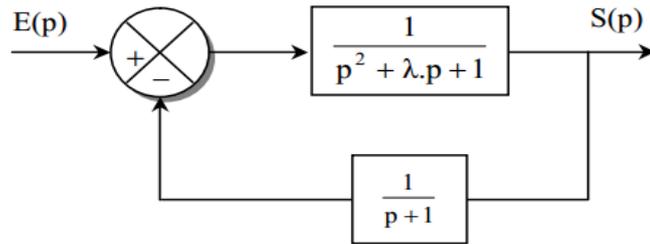
Soit un processus électrique asservi défini par le schéma fonctionnel suivant:



1. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $F(p)$ ,
2. En déduire l'équation caractéristique du processus,
3. Etudier la stabilité, en utilisant le critère de Routh,
4. Etablir les conditions sur  $k$ , pour que le système soit stable.

### Exercice (04)

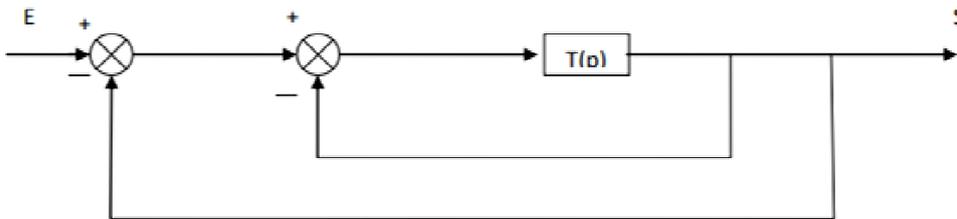
Soit un système asservi donné par le schéma fonctionnel suivant:



1. Déterminer l'expression  $T(p)$  en boucle fermé,
2. Etablir l'équation caractéristique du système,
3. Etudier la stabilité, en utilisant le critère de Routh,
4. Donner la condition sur  $\lambda$  pour que le système soit stable.

### Exercice (05)

Soit un système asservis décrit par le schéma suivant :



$$T(p) = \frac{K}{(1+2p)(1+p)^3} \text{ Vérifier la stabilité par les critères de ROUTH.}$$

### Exercice (06)

Discuter la stabilité selon Routh du système donné par la fonction du transfert en BF :

$$FTBF(s) = \frac{20K}{s^3 + 110s^2 + 1000s + 20K}$$

Puis dessiner l'allure du lieu d'Evans